CHƯƠNG 3: (TIẾP THEO)
NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN
CHỦ ĐỀ 4:
ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN GIẢI BÀI TOÁN VẬT LÝ VÀ BÀI TOÁN THỰC TẾ.

Lưu ý 1: Một chất điểm chuyển động trên trục Ox với vận tốc thay đổi theo thời gian $v=f(t)$ (m/s). Quãng đường chất điểm chuyển động trên trục Ox từ thời điểm t_1 đến thời điểm t_2 là $S=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$

Lưu ý 2: Điện tích $q(t)$ là nguyên hàm của cường độ dòng điện $i(t)$ tại thời điểm $t(s)$ nghĩa là $q=\int idt$.

BÀI TẬP ÁP DỤNG

Bài 1: Một đám vi khuẩn tại ngày thứ x có số lượng là $N(x)$. Biết rằng $N'(x)=\frac{2000}{1+x}$ và lúc đầu số lượng vi khuẩn là 5000 con. Vậy ngày thứ 12 số lượng vi khuẩn là?

A. 10130. B. 5130. C. 3154. D. 10129.

Giải:

Theo đề ta có:

$$\int N'(x)dx=\int\frac{2000}{x+1}dx=2000.\ln|x+1|+C\ .$$

Ta có:

$N(x)=2000\ln 1+C=5000$

$\Rightarrow C=5000$.

$\Rightarrow N(x)=2000.\ln|x+1|+5000$

Ngày thứ 12: $N(12)=2000.\ln 13+5000=10129,9$.

Chọn D.

Bài 2: Một ô tô đang chạy đều với vận tốc $a(m/s)$ thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=5t+a$ (m/ s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh. Hỏi lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô di chuyển được 40 mét thì vận tốc ban đầu a là bao nhiêu?

A. $a=40$. B. $a=80$. C. $a=20$. D. $a=25$.

Giải:

Khi xe dừng hẳn thì vận tốc = 0 $\Rightarrow -5t+a=0\Leftrightarrow t=\frac{a}{5}$.

ứng dụng tích phân ta có:

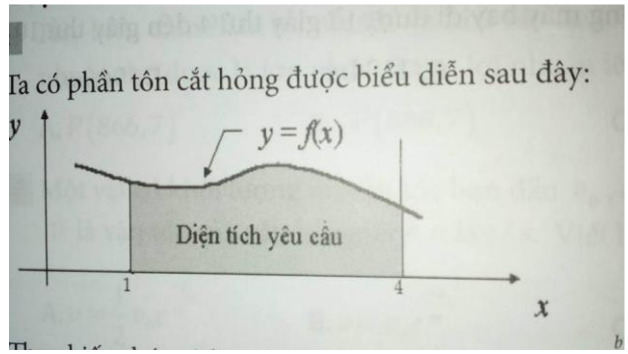
$$S=\int_0^{\frac{a}{5}}|v|dt=\int_0^{\frac{a}{5}}|-5t+a|dt=\int_0^{\frac{a}{5}}(-5x+a)dt=\left(-\frac{5}{2}t^2+at\right)dt=\left(-\frac{5}{2}t^2+at\right)\Big|_0^{\frac{a}{5}}=\frac{1}{10}a^2.$$

$$S=40m\Leftrightarrow\frac{1}{10}a^2=40\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-20(L)\\a=20\end{array}\right.$$

Vậy $a=20(\text{m/s})$.

Chọn C.

Bài 3:Trong quá trình lắp ráp tôn cho một mái nhà, người công nhân đã vô tình cắt tấm tôn đi theo như hình vẽ dưới đây. Hỏi diện tích phần tôn mà người công nhân đó cắt hỏng là bao nhiêu, biết rằng họ đã khảo sát đường cắt hư có dạng hàm số $y=f(x)=x^3+2x+1$



A. $S=81.75$ (đvdt).

B. $S=74.25$ (đvdt).

C. $S=79.35$ (đvdt).

D. $S=78.69$ (đvdt).

Giải:

Ta có: phần tôn cắt hỏng được biểu diễn sau đây:

Theo kiến thức tích phân đã học, Ta có: Diện tích $\int_a^b f(x)dx$.

Áp dụng, Ta có:

$$S_{ton}=\int_1^4\left(x^3+2x+1\right)dx=\left(\frac{x^2}{4}+x^2+x\right)\Big|_1^4=81{,}75(\text{dvdt}).$$

Chọn A.

Bài 4: Người ta sản xuất một chiếc cốc bằng cách xoay miền phẳng giữa $y=2x^2$ và $y=x+1\left(x\geq 0\right)$ quanh trục Ox. Hãy tìm thể tích vật liệu cần đủ để làm nên chiếc cốc này. Biết đơn vị đo là cm.

A. $V=4.7\left(cm^3\right)$.   B. $V=4.817\left(cm^3\right)$.

C. $V=4.527\left(cm^3\right)$.   D. $V=4.327\left(cm^3\right)$

Giải:

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x^2=x+1\Leftrightarrow 2x^2-x-1=0\Leftrightarrow(2x+1)(x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1;\\x=-0{,}5\end{array}\right..$$

Vì giả thiết $x\geq 0$ nên ta chọn $x=1$.

Như vậy thể tích vật liệu được tính bởi:

$$V=\pi\int_0^1\left(\left(x+1\right)^2-\left(2x^2\right)^2\right)dx=\pi\int_0^1\left(x^2+2x+1-4x^4\right)dx$$

$$=\pi\left(\frac{x^3}{3}+x^2-x-\frac{4}{5}x^5\right)\Bigg|_0^1=\frac{23\pi}{15}=4.817\left(cm^3\right)$$

Chọn B.

Chú ý: trên $[0;1]$ ta có: $x+1\geq 2x^2$ nên ta có thể phá trị tuyệt đối $\left|\left(x+1\right)^2-\left(2x^2\right)^2\right|$.

Bài 5: Người ta chứng minh được nếu lực là một giá trị biến thiên (như nén lò xo) và được xác định bởi hàm F(x) thì công sinh ra theo trục Ox từ a tới b là $A\int_a^b F(x)dx$. Người ta tiến hành thí nghiệm nén lò xo đang ở trạng thái tự nhiên dài $1(m)$ xuống còn $0.75(m)$. Hãy tìm công của lò xo khi biết hằng số lò xo là $k=16\text{N/m}$.

A. $0.5(N/m)$. B. $0.6(N/m)$. C. $0.7(N/m)$. D. $0.8(N/m)$.

Giải:

Ta có: $F=16x$.

Vậy nên công $A=\int_0^{0.25}16xdx=8x^2\Big|_0^{0.25}=0.5(\text{N/ m})$.

Chọn A.

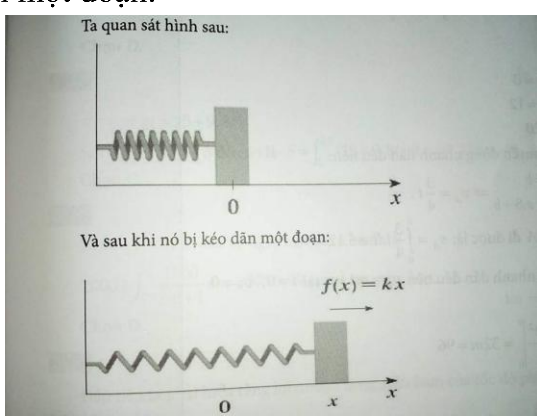
Bài 6: Người ta tiến hành thí nghiệm kéo căng một chiếc lò xo bằng một lực 40N để kéo căng một chiếc lò xo có độ dài tự nhiên từ 10(cm) đến 15(cm). Hãy tìm công sinh ra khi kéo lò xo từ độ dài 15(cm) đến 18(cm).

A. 1.35J. B. 1.45J. C. 1.56J. D. 1.65J.

Giải:

Ta quan sát hình sau:

Và sau khi nó bị kéo dãn một đoạn:



Khi chiếc lò xo bị kéo thêm một đoạn x(m) so với độ dài tự nhiên thì chiếc lò xo tác dụng lại với một lực $f(x)=kx$.

Khi kéo căng lò xo từ 10(cm) đến 15(cm) thì nó dãn ra một đoạn 5(cm)=0.05(m). Lúc này, Ta có:

$f(x)=kx=f(0.05)=40 \Rightarrow 0.05k=40 \Leftrightarrow \dfrac{40}{0.05}=800$.

Do đó $f(x)=800x$ và công sinh ra khi kéo lò xo từ 15(cm) đến 18(cm) là:

$$A=\int_{005}^{0.08} 800x dx = 800\frac{x^2}{2}\Big|_{0.05}^{0.08}=1.56J$$.

Chọn C.

Bài 7: Số lương đám vi trùng ở ngày thứ t xác định bởi N(t) với $N'(t)=\dfrac{1000}{2t+8}$. Biết rằng ngày đầu tiên đám vi trùng có 2500 con. Tính số lượng đám vi trùng ở ngày thứ 20 (làm tròn kết quả đến hàng trăm).

A. 11459 con. B. 8959 con. C. 10000 con. D. 3284 con.

Giải:

Ta có: $N(t)=\int \dfrac{1000}{2t+8}dt = 500\ln|2t+8|+C$. Ở ngày thứ nhất có 2500 con vi trùng nên $N(1)=500\ln|2.1+8|+C \Rightarrow C=1348$

Do đó: $N(20)=500\ln|2.20+8|+1348=3284$ con.

Chọn D.

Bài 8: Giả sử một vật từ trạng thái nghỉ khi $t=0(s)$ chuyển động thẳng với vận tốc $v(t)=t(5-t)$ (m/ s). Tìm quãng đường vật đi được cho tới khi nó dừng lại.

A. $\dfrac{125}{8}m$. B. $\dfrac{125}{7}m$. C. $\dfrac{125}{9}m$. D. $\dfrac{125}{6}m$.

Giải:

Vật dừng lại khi v = 0. $\Rightarrow t(5-t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0(Loai) \\ t=5 \end{array}\right.$.

Suy ra thời gian vật đi là 5s.

ứng dụng tích phân ta có: $S=\int_0^5 |v|dt = \int_0^5 |t(5-t)|dt = \dfrac{125}{6}m$.

chọn D.

Bài 9: Một chất điểm A xuất phát từ vị trí O, chuyển động thẳng nhanh dần đều; 8 giây sau nó đạt đến vận tốc 6m/s. Từ thời điểm đó nó chuyển động thẳng đều. Một chất điểm B xuất phát từ cùng vị trí O nhưng chậm hơn 12 giây so với A và chuyển động thẳng nhanh dần đều. Biết rằng B đuổi kịp A sau 8 giây (kể từ lúc B xuất phát). Tìm vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A.

A. $25m/s$. B. $46m/s$. C. $24m/s$. D. $47m/s$.

Giải:

A xuất phát tại t = 0.

B xuất phát tại t = 12.

A gặp B tại t = 20.

Từ 0s đến 8s A chuyển động nhanh dần đều nên:

$v_A = at + b \Rightarrow \begin{cases} 0 = b \\ 6 = a.8 + b \end{cases} \Rightarrow v_A = \dfrac{3}{4}t$.

Quãng đường mà A đi được là: $S_A = \int_0^8 \dfrac{3}{4}tdt + 6.12 = 96$.

Vì B chuyển động nhanh dần đều nên $v_B = mt + n$ tại t = 0, $v_B = 0 \Rightarrow$ n = 0 do đó $v_B = mt$.

$\Rightarrow S_B = \int_0^8 mtdt = \left.\dfrac{mt^2}{2}\right|_0^8 = 32m = 96$

$\Rightarrow m = 3$.

$\Rightarrow v_B = 3t$

Do đó $v_B(8) = 3.8 = 24$.

Chọn C.

Bài 10: Một ô tô xuất phát với vận tốc $v_1(t) = 2t + 10$ (m/s) sau khi được một khoảng thời gian t_1 thì bất ngờ gặp chướng ngại vật nên tài xế phanh gấp với vận tốc $v_2(t) = 20 - 4t$(m/s) và đi thêm một khoảng thời gian t_2 nữa thì dừng lại. Hỏi xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét.

A. $57m$. B. $104m$. C. $50m$. D. $125m$.

Giải:

Ban đầu chạy với vận tốc v_1 trong khoảng thời gian t_1 và khi phanh ô tô chuyển động sau khoảng thời gian t_2 thì xe dừng lại, tại thời điểm phanh xe thì $v_{2(t=0)} = 20$, cũng chính là vận tốc cuối của v_1 , do đó $v_1(t_1) = 2t_1 + 10 = 20 \Leftrightarrow t_1 = 5$.

Khi xe dừng hẳn thì $v_2(t_2) = 20 - 4t_2 = 0 \Leftrightarrow t_2 = 5$.

Ta có: $v(t) = s'(t) \Rightarrow S = \int v(t)dt$.

Quãng đường mà xe đi được là:

$s = \int_0^{t_1=5} (2t + 10)dt + \int_0^{t_2=5} (20 - 4t)dt = 125(m)$.

Chọn D.

Bài 11: Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t) = 160 - 10t$(m/s). Hỏi rằng trong 3s trước khi dừng hẳn vật di chuyển được bao nhiêu mét?

A. $16m$. B. $130m$. C. $170m$. D. $45m$.

Giải:

Khi vật dừng hẳn: $160 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 16$.

Quãng đường vật di chuyển được trong 16s là:

$s = \int_0^{16} (160 - 10t)dt(m)$.

Quãng đường vật di chuyển được trong 13s đầu là:

$$S_1 = \int_0^{13} (160 - 10t) dt (m) \ .$$

Quãng đường vật di chuyển được trong 3s trước khi dừng hẳn là:

$$S - S_1 = 45(m)$$

Chọn D.

Bài 12: Học sinh lần đầu thử nghiệm "tên lửa tự chế" phóng từ mặt đất theo phương thẳng đứng với vận tốc 15m/s. Hỏi sau 2,5s tên lửa lên đến độ cao bao nhiêu? (giả sử bỏ qua sức cản gió, tên lửa chỉ chịu tác động của trọng lực và gia tốc trọng trường là $g = 9,8(\mathrm{m/s^2})$.

A. $61,5m$.   B. $6,875m$.   C. $68,125m$.   D. $30,625m$.

Giải:

$$v = v_0 + gt = 15 + 9,8t \ .$$

Sau 2,5s tên lửa ở độ cao là;

$$S = \int_0^{2,5} (15 + 9,8t) dt = 68,125(\mathrm{m}) \ .$$

Chọn C.

Bài 13: Vi khuẩn HP (helicobacter pylori) gây đau dạ dày tại ngày thứ m với số lượng F(m). Biết nếu phát hiện sớm khi số lượng vi khuẩn không vượt quá 4000 con thì bệnh nhân sẽ được cứu chữa. Biết $F'(m) = \dfrac{1000}{2m+1}$ và ban đầu bệnh nhân có 2000 con vi khuẩn trong dạ 15 ngày bệnh nhân phát hiện ra bị bệnh. Hỏi khi đó có bao nhiêu con vi khuẩn trong dạ dày (lấy xấp xỉ hàng thập phân thứ hai) và bệnh nhân có cứu chữa được không?

A. 5433,99 và không cứu được.   B. 1499,45 và cứu được.

C. 283,01 và cứu được.   D. 3716,99 và cứu được.

Giải:

Số con vi khuẩn sau 15 ngày bị nhiễm bênh là:

$$2000 + \int_0^{15} \frac{1000}{2m+1} dm = 3716,99 con \Rightarrow \text{ cứu được.}$$

Chọn D.

Bài 14: Giả sử sau t năm dự án đầu tư thứ nhất sẽ phát sinh lợi nhuận với tốc độ $P_1(t) = t^2 + 50$ trăm đô la/năm, trong khi đó dự án đầu tư thứ hai phát sinh lợi nhuận với tốc độ $P_2(t) = 200 + 5t$ trăm đô la/năm. Từ lúc bắt đầu đến lúc tốc độ phát sinh lợi nhuận của dự án hai bằng tốc độ phát sinh lợi nhuận dự án một thì lợi nhuận của dự án hai hơn dự án một bao nhiêu?

A. 1690 trăm đô.   B. 1695 trăm đô.

C. 1687,5 trăm đô.   D. 1685 trăm đô.

Giải:

Đầu tiên ta phải hiểu rằng lợi nhuận là nguyên hàm của tốc độ phát sinh lợi nhuận.

Khi dự án đầu tư thứ hai có tốc độ sinh lợi nhuận bằng dự án đầu tư thứ nhất: $t^2-5t-150=0,(t>0)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=15(\text{t}/m)\\t=-10(\text{L})\end{array}\right.$.

Lợi nhuận dự án hai lớn hơn dự án một là:

$\int_0^{15}(200+5t)dt-\int_0^{15}(t^2+50)dt=1687,5$.

Chọn C.

Bài 15: Một vật chuyển động với vận tốc 10(m/s) thì tăng tốc với gia tốc $a(t)=3t+t^2(\text{m/s}^2)$. Tính quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

A. 3600m. B. $\frac{4300}{3}m$. C. $\frac{1750}{3}m$. D. $\frac{1450}{3}m$.

Giải:

Quãng đường một vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm $t=t_o$(s) đến thời điểm $t=t_1$(s) với vận tốc $v(t)$ m/s. Được tính theo công thức $s=\int_{t_0}^{t_1}v(t)dx$, ở đây vận tốc v(t) là nguyên hàm của gia tốc a(t).

Chọn B.

Bài 16: Người ta tác dụng một lực có độ lớn $F(x)=\sqrt{2x-1}$ vào một cục đá tảng. Tính công sinh ra từ lực này, biết vật này di chuyển một đoạn từ $x=1$ đến $x=5$.

A. 8,67 đơn vị. B. 7,68 đơn vị. C. 8,96 đơn vị. D. 9,68 đơn vị.

Giải:

Trước khi giải bài toán này chúng ta cần lưu ý điều sau. *Trong vật lý, công thức được hình thành khi một lực tác đông vào một vật và gây ra sự di chuyển, ví dụ như đẩy bàn, lái xe đạp, ... Nếu có một lực biến thiên, thay đổi ta dùng tích phân để tính công sinh ra lực này. Ta sẽ dùng công thức sau:*

$\text{W}=\int_a^b F(x)dx$.

ở đây $F(x)$ là lực.

Áp dụng vào bài. Để giải quyết bài này, ta cần tính $I=\int_1^5\sqrt{2x-1}dx$.

Đặt $u=2x-1\Rightarrow du=2dx$.

Vậy ta đươc $\frac{du}{2}=dx\Rightarrow I=\int_1^5\sqrt{2x-1}dx=\frac{1}{2}\int_1^9 u^{\frac{1}{2}}du=\frac{1}{2}.\frac{3}{2}u^{\frac{3}{2}}\Big|_1^5=\frac{26}{3}$.

Như vậy, công sinh ra là 8,67 đơn vị.

Chọn A.

Bài 17: Một ô tô chạy đều với vận tốc 10 (m/s) thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10(\text{m/ s})$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 0,2m. B. 2m. C. 10m. D. 20m.

Giải:

Khi vật dừng hẳn $v = 10 - 5t = 0 \Rightarrow t = 2$.

Từ lúc đạp phanh tới lúc dừng hẳn, ô tô di chuyển được quãng đường là: $S = \int_0^2 (-5t + 10)dt = 10m$.

Chọn C.

Bài 18: Một đám vi trung ngày thứ t có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t) = \dfrac{4000}{1 + 0,5t}$, một căn phòng lúc đầu đám vi trùng có 250.000 con. Sao 10 ngày số lượng vi trùng trong căn phòng là (lấy xấp xỉ hàng đơn vị):

A. 264334 con. B. 257167 con. C. 258959 con. D. 253584 con.

Giải:

Số lượng vi trùng sau 10 ngày trong căn phòng là:

$$P = \int_0^{10} \left| \frac{4000}{1 + 0,5t} \right| dt = 14334,1 .$$

Vậy số lượng vi trùng sau 10 ngày trong căn phòng là: P+250.000 =264334,1.

Chọn A.

Bài 19: Gọi $h(t)$cm là mực nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng $h'(t) = \dfrac{1}{5}\sqrt[3]{t + 8}$ và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mức nước ở bồn sau khi bơm nước được 6 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm):

A. $2,33cm$. B. 5,06cm. C. 2,66cm. D. 3,33cm.

Giải:

Ta có $h(6)$ là mực nước ở bồn chứa sau 6 giây. Vì ban đầu bồn không có nước nên $h(6) = h(6) - h(0) = \int_0^6 \left| \frac{1}{5}\sqrt[3]{t + 8} \right| dt = 2,66cm$.

Chọn C.

Bài 20: Một hạt proton di chuyển trong điện trường có biểu thức gia tốc (cm^2 / s) là $a(t) = \dfrac{-20}{(1 + 2t)^2}$ với t tính bằng giây. Tìm hàm vận tốc v theo t, biết rằng khi $t = 0$ thf $v = 30cm / s$.

A. $\dfrac{10}{1 + 2t}$. B. $\dfrac{10}{1 + 2t} + 20$. C. $(1 + 2t)^{-3} + 30$. D. $\dfrac{20}{1 + 2t} + 10$.

Giải:

Ta có: $v'(t)=a(t)$ suy ra $v(t)=\int\frac{-20}{(1+2t)^2}dt=\frac{10}{1+2t}+C$.

Theo đề bài Ta có: $30=\frac{10}{1+2t}+C\Rightarrow C=20$.

Suy ra hàm vận tốc theo t là: $\frac{10}{1+2t}+20.$

Chọn B.

Bài 21:

Một thùng rượu có bán kính các đáy là 30cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy là đường tròn có bán kính là 40cm, chiều cao thùng rượu là 1m. Biết rằng mặt phẳng chứa trục và cắt mặt xung quanh thùng rượu là các đường pararabol, hỏi thể tích của thùng rượu (đơn vị lít) là bao nhiêu?

A. 425,2*l*.
B. 425162*l*.
C. 212581*l*.
D. 212,6*l*.

Giải:

Các đường xung quanh thùng rượu là các đường parabol. Đặt thùng rượu nằm ngang và chọn hệ trục có gốc tọa độ là tâm của đáy, trục hoành là trục đối xứng của thùng rượu.

Gọi đường paragol có dạng $y=ax^2+bx+c$.

Theo bài ta có đường parabol này sẽ đi qua các điểm $(0;0;3),\left(\frac{1}{2};0;4\right),(1;0;3)$.

Suy ra: $y=\frac{-2}{5}x^2+\frac{2}{5}x+\frac{3}{10}$.

Thêt tích thùng rượu chính là thể tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{-2}{5}x^2+\frac{2}{5}x+\frac{3}{10}$; $y=0;x=1$.

$$V=\pi\int_0^1\left(\frac{-2}{5}x^2+\frac{2}{5}x+\frac{3}{10}\right)^2dx=\frac{203\pi}{1500}(\mathrm{m}^3)\approx 425,2l$$.

Chọn A.

Bài 22: Một ô tô đang chạy với vận tốc 18m/s thì người lái phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-36t+18(\mathrm{m/s})$ trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển thêm bao nhiêu mét?

A. 3,5m. B. 5,5m. C. 4,5m. D. 6,5m.

Giải:

Lấy mốc thời gian là lúc ô tô bắt đầu hãm phanh. Gọi T là thời điểm ô tô dừng. Ta có $v(T)=0$ suy ra $-36T+18=0 \Rightarrow T=\frac{1}{2}(\text{s})$.

Khoảng thời gian từ lúc hãm phanh đến lúc dừng hẳn của ô tô là 0,5s. Trong khoảng thời gian đó ô tô di chuyển đc quãng đường là:

$$S=\int_0^{0,5}(-36t+18)dt=4,5(\text{m}) .$$

Chọn C.

Bài 23: Một chất điểm chuyển động trên trục Ox với vận tốc thay đổi theo thời gian $v=f(t)(\text{m/s})$. Quãng đường chất điểm chuyển động trên trục Ox từ thời điểm t_1 đến thời điểm t_2 là $s=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được từ thời điểm $t_1=1s$ đến thời điểm $t_2=2s$, biết rằng $v(t)=30-5t(\text{m/s})$.

A. $32,5m$. B. 22,5m. C. 42,5m. D. 52,5m.

Giải:

$$s=\int_1^2(30-5t)dt=\left(30-\frac{5t^2}{2}\right)\Big|_1^2=22,5(\text{m}) .$$

Chọn B.

Bài 24: Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0=15m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t)=t^2+4t(\text{m/s}^2)$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3s kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc:

A. 67,25m. B. 68,25m. C. 69,75m. D. 70,25m.

Giải:

Ta có: $v(t)=\int a(t)dt=\frac{t^3}{3}+2t^2+C$ tại $t=0$ thì $v_0=15m/s$ nên $v(t)=15+\frac{t^3}{3}+2t^2$.

$$s=\int_0^1\left(15+\frac{t^3}{3}+2t^2\right)dt=69,75(m) .$$

Chọn C.

Bài 25: Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $29,4m/s$. Tính quãng đường viên đạn đi được từ lúc bắn lên cho tới khi chạm đất, biết gia tốc trọng trường là $9,8m/s^2$.

A. 88,2m. B. 44,1m. C. 22,05m. D. 176,4m.

Giải:

Ta có: $v = 29,4 - 9,8t$ với t là thời gian (s).

Tại thời điểm viên đạn có độ cao lớn nhất thì: $v = 0 \Leftrightarrow 29,4 - 9,8t = 0 \Leftrightarrow t = 3$.

$$s = 2\int_0^3 \left(29,4 - 9,8t\right)dt = 88,2(m)$$

Chọn A.

Bài 26: Một chiếc xe hơi đang di chuyển với vận tốc 54km/h thì phát hiện phía trước có 1 chướng ngại vật trên đường cách khoảng 20m, người lái xe quyết định hãm phanh, giả sử sau đó xe chuyển động chậm dần đều với phương trình vận tốc $-6t + 15(\text{m/s})$. Khi xe dừng hẳn thì khoảng cách giữa xe và chướng ngại vật là bao nhiêu?

A. $1,35m$. B. 1,25m. C. 1,45m. D, 1,15m.

Giải:

Ta có: 45km/h = 15m/s, xe dừng hẳn lúc $v = 0 \Rightarrow t = \frac{5}{2}(\text{s})$.

Quãng đường mà xe còn di chuyển từ khi hãm phanh là:

$$s = \int_0^{\frac{5}{2}} \left(-6t + 15\right)dt = \frac{75}{4}m < 20m$$.

Khoảng cách của xe và chướng ngại vật là:

$$20 - \frac{75}{4} = \frac{5}{4} = 1,25$$

Chọn B.

Bài 27: Một công ty có hai dự án đầu tư Q_1 và Q_2. Giả sử sau một thời gian t năm thì dự án thứ nhất sinh lợi nhuận với tốc độ là $Q_1(t) = 100 + t^2$ (trăm đô la/năm). Tính lợi nhuận vượt thực tế từ lúc ban đầu tới khi tốc độ sinh lợi nhuận dự án thứ 2 vượt bằng dự án đầu tư thứ nhất.

A. Xấp xỉ 5243,83 (trăm đô la). B. Xấp xỉ 4243,83 (trăm đô la).

C. Xấp xỉ 4143,83 (trăm đô la). D. Xấp xỉ 4144,83 (trăm đô la).

Giải:

Thời điểm mà tốc độ sinh lợi nhuận dự án thứ 2 vượt bằng dự án đầu tư thứ nhất thỏa mãn:

$$100 + t^2 = 15t + 284 \Leftrightarrow t^2 - 15t - 184 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 23(nhan) \\ t = -8(loai) \end{array}\right.$$.

Lợi nhuận vượt thực tế từ lúc ban đầu t=0 cho tới t=23 là:

$$\int_0^{23} \left|Q_2(t) - Q_1(t)\right|dt = \int_0^{23} \left|t^2 - 15t - 184\right|dt = \frac{24863}{6} \approx 4143,83$$ (trăm đô la).

Chọn C.

Bài 28: Thời gian và vận tốc của một vật khi nó đang trượt xuống trên mặt phẳng nghiêng có mối liên hệ theo công thức $t=\int \frac{2}{20-3v}dv$ (giây). Chọn gốc thời gian là lúc vật bắt đầu chuyển động. Hãy tìm phương trình vận tốc của vật:

A. $v=\frac{20}{3}-\frac{20}{3\sqrt{e^{3t}}}$.

B. $v=\frac{20}{3}+\frac{20}{3\sqrt{e^{3t}}}$.

C. $v=\frac{20}{3}-\frac{20}{3\sqrt{e^{3t}}}$ hoặc $v=\frac{20}{3}+\frac{20}{3\sqrt{e^{3t}}}$.

D. $v=\frac{20}{5}+\frac{20}{3\sqrt{e^{3t}}}$.

Giải:

Ta có: $t=\int \frac{2}{20-3v}dv=-\frac{2}{3}\ln|20-3v|+C, C\in R$.

Lúc t=0 thì vật có vận tốc là 0 suy ra : $0=-\frac{2}{3}\ln 20+C \Rightarrow C=\frac{2}{3}\ln 20$.

Hay: $t=-\frac{2}{3}\ln|20-3v|+\frac{2}{3}\ln 20 \Leftrightarrow \ln 20-\frac{3}{2}t$

$\Leftrightarrow |20-3v|=\frac{20}{\sqrt{e^{3t}}}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 20-3v=\frac{20}{\sqrt{e^{3t}}} \\ 20-3v=-\frac{20}{\sqrt{e^{3t}}} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v=\frac{20}{3}-\frac{20}{3\sqrt{e^{3t}}}(\text{nhan}) \\ v=\frac{20}{3}+\frac{20}{3\sqrt{e^{3t}}}(\text{loai}) \end{array}\right. .$$

Loại vì phương trình thứ 2 không thể cho được giá trị v=0 tại t=0.

Chọn A.

Bài 29: Tập đoàn dầu khí Việt Nam PVC dự định đầu tư một khu sản xuất, chế biến dầu thô tại Quảng Ngãi. Giả sử sau t năm đầu tư, dự án đầu tư lần một sẽ phát sinh lợi nhuận với tốc độ $P_1(t)=50+t^2$ trăm đô la/năm, Tiếp sau đó dự án lần hai sẽ phát sinh lợi nhuận với tốc độ $P_2(t)=200+5t$ trăm đô la/năm. Biết sau thời gian t năm thì tốc độ lợi nhuận của dự án hai bằng một nửa với tốc độ lợi nhuận với dự án một. Tính lợi nhuận vượt thực tế cho khoảng thời gian trên.

A. 6674,6 đô. B. 6576,4 đô. C. 5676,4 đo. D. 6679,4 đô.

Giải:

Khoảng thời gian để tốc độ sinh lợi nhuận để dự án hai bằng một nửa dự án lần một khi:

$P_1(t)=2P_2(t)$

$\Leftrightarrow 50+\mathrm{t}^2=400+10t$

$\Leftrightarrow t^2-10t-350=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=5+5\sqrt{15} \\ t=5-5\sqrt{15} \end{array}\right.$$

$\Rightarrow t=5+5\sqrt{15}$ năm.

Lợi nhuận vượt trong khoảng thời gian $0 \le t \le 5+5\sqrt{15}$ sẽ xác định bằng tích phân sau:

$$L = \int_0^{5+5\sqrt{15}} \left[P_2(\mathrm{t}) - \mathrm{P}_2(\mathrm{t})\right]dt = \int_0^{5+5\sqrt{15}} \left[(400+10t) - (50+t^2)\right]dt$$

$$= \int_0^{5+5\sqrt{15}} (350+10t-t^2)dt \qquad .$$

$$= \left(350t + 5t^2 - \frac{1}{3}t^3\right)\Bigg|_0^{5+5\sqrt{15}} = 6674.6$$

Chọn A.

Bài 30: Trong giờ thực hành môn Vật Lí. Một nhóm sinh viên đã nghiên cứu về sự chuyển động của các hạt. Trong quá trình thình thực hành thì nhóm sinh viên này đã phát hiện một hạt proton di chuyển trong điện trường với biểu thức gia tốc (theo cm/s^2) là: $a = -20(1+2t)^{-2}$. Với t được tính bằng giây. Nhóm sinh viên đã tìm hàm vận tốc v theo t, biết rằng khi t=0 thì $v = 30m/s^2$. Hỏi biểu thức đúng là:

A. $v = \left(\frac{10}{1+2t} + 25\right)cm/s^2$.　　B. $v = \left(\frac{10}{1+2t} + 30\right)cm/s^2$.

C. $v = \left(\frac{10}{1+2t} + 10\right)cm/s^2$.　　D. $v = \left(\frac{10}{1+2t} + 20\right)cm/s^2$.

Giải:

Trước hết để giải bài này ta chú ý biểu thức vận tốc v theo thời gian t có gia tốc là a.

$v = \int a.dt$.

Áp dụng CT trên Ta có:

$$v = \int a.dt = \int \frac{20}{(1+2t)^2} dt \ ,$$

Đến đây ta đặt:

$$u = 1+2t \Rightarrow du = 2dt \Rightarrow dt = \frac{du}{2}$$

$$v = \int \frac{-10}{u^2} du = \int -10u^{-2} du = \frac{10}{u} + K = \frac{10}{1+2t} + K \ .$$

Với t=0., v=30 suy ra K=20.

Vậy biểu thức vận tốc theo thời gian là:

$$v = \left(\frac{10}{1+2t} + 20\right)cm/s^2 \ .$$

Chọn D.

Bài 31: Người ta tổ chức thực hành nghiên cứu thí nghiệm bằng cách như sau. Họ tiến hành quan sát một tia lửa điện bắn từ mặt đất lên với vận tốc 15m/s. Hỏi biểu thức vận tốc của tia lửa điện là?

A. $v = -9,8t + 15$.　　B. $v = -9,8t + 13$.

C. $v=9,8t+15$. D. $v=-9,8t-13$.

Giải:

Tia lửa điện chịu tác dụng của trọng lực hướng xuống nên ta có gia tốc $a=-9,8\left(m/s^2\right)$.

Ta có biểu thức vận tốc v theo thời gian t có gia tốc a là:

$v=\int a.dt=\int -9,8dt=-9,8t+C$.

ở đây, với $t=0; v=15m/s \Rightarrow C=15$

vậy ta được biểu thức vận tốc có dạng: $v=-9,8t+15$.

chọn A.

Bài 32: Người ta tổ chức thực hành nghiên cứu thí nghiệm bằng cách như sau. Họ tiến hành quan sát một tia lửa điện bắn từ mặt đất bắn lên với vận tốc 15m/s. Hỏi sau 2,5 giây thì tia lửa điện đấy có chiều cao là bao nhiêu?

A. 6.235(m). B. 5.635(m). C. 4.235(m). D. 6.875(m).

Giải:

Tia lửa điện chịu tác động của trọng lực hướng xuống nên ta có gia tốc $a=-9,8(\mathrm{m/s^2})$.

Ta có biểu thức vận tốc v theo thời gian t có gia tốc a là:

$v=\int a.dt=\int -9,8dt=-9,8t+C$

Ở đây, với $t=0, v=15m/s \Rightarrow C=15$

Vậy ta được biểu thức vận tốc có dạng:

$v=-9,8t+15$,

Lấy tích phân biểu thức vận tốc ta sẽ được biểu thức quãng đường: $s=\int vdt=\int\left(-9,8t+15\right)dt=-4,9t^2+15t+K$.

Theo đề bài ta được khi $t=0 \Rightarrow s=0 \Rightarrow K=0$

Vậy biểu thức tọa độ của quãng đường là:

$s=-4,9t^2+15t$

Khi t= 2,5(s), ta sẽ được s= 6,875(m).

Chọn D.

Bài 33: Một vật chuyển động có phương trình $v=5+at(m/s)$. Hỏi sau thời gian 5 giây thì vật chuyển động quãng đường là?

A. 147,5(m). B. 157,5(m). C. 137,5(m). D. 127,5(m).

Giải:

Quãng đường là nguyên hàm của vận tốc,

Ta có: $s=\int vdt=\int\left(v_0+at\right)dt=\int\left(5+at\right)dt$.

Do đó, quãng đường có biểu thức là: $s=v_0t+\frac{1}{2}at^2+C \quad (1)$.

Khi $t=0 \Rightarrow s=0 \Rightarrow C=0$.

Theo đề bài: $t=5(\mathrm{s}), \mathrm{a}=9,8(\mathrm{m/s^2})$, thay vào phương trình (1) ta được

$$5.5+\frac{1}{2}9,8.5^2=147.5(\mathrm{m})\ .$$

Chọn A.

Bài 34: Trong mạch máy vi tính, cường độ dòng điện (đơn vị mA) là một hàm số theo thời gian t như sau: $i=0.3-0.2t$. Hỏi tổng điện tích đi qua một điểm trong mạch trong 0.05(s) là bao nhiêu?

A. 0.013(mC). B. 0.014(mC). C. 0.01475(mC). D. 0.016(mC).

Giải:

Ta có biểu thức tọa độ q như sau:

$$q=\int idt=\int(0.3-0.2t)dt=0.3t-0.1t^2+K\ .$$

Khi $t=0\Rightarrow q=0\Rightarrow K=0.$

Vậy ta có: $q=0.3t-0.1t^2$

$$q_{t=0.05}=0.3\times0.05-0.1\times(0.05)^2=0.01475(\mathrm{mC})$$

(Đơn vị đo là mili-coulomb vì cường độ dòng điện *i* là mA)

Chọn C.

Bài 35: Hiệu điện thế đi qua tụ điện có điện dung 8.5(nF) đặt trong mạch thu sóng FM gần bằng 0. Nếu cường độ dòng điện $i=0.042t(mA)$ nạp vào tụ. Tìm hiệu điện thế sau $2\mu s$.

A. 9.22(nV). B. 9.88(nV). C. 9.55(nV). D. 9.44(nV).

Giải:

Ta có: hiệu điện thế V_C có biểu thức như sau:

$$V_C=\frac{1}{C}\int idt\ .$$

Ta lưu ý các đại lượng vật lý sau: $\begin{cases}1nF=10^{-9}F\\1\mu s=10^{-6}s\\0.042t(mA)=0.042\times10^{-3}t(A)\end{cases}$

Ta có:

$$V_C=\frac{0.042\times10^{-3}}{8.5\times10^{-9}}\int tdt=4.94\times10^3\frac{t^2}{2}+K=2.47\times10^3t^2+K\ .$$

Theo giả thiết: $t=0\Rightarrow V_C=0\Rightarrow K=0.$

Do đó $V_C=2.47\times10^3t^2$.

Khi $t=2\mu s$, ta sẽ được:

$$V_C=2.47\times10^3\left(2\times10^{-6}\right)^2=9.882\times10^{-9}=9.88(nV)\ .$$

Chọn B.

Bài 36: Trong mạch các máy tivi, cường độ dòng điện (đơn vị mA) là một biểu thức hàm số theo thời gian t cho như sau: $i = 0.5 - 0.1t$. Hỏi điện tích đi qua một điểm trong mạch trong thời gian 0.03(s) là bao nhiêu?

A. 0.024(mC). B. 0.015(mC). C. 0.017(mC). D. 0.016(mC).

Giải:

Ta có: biểu thức điện tích q là:

$q = \int i dt = \int (0.5 - 0.1t) dt = 0.5t - 0.05t^2 + K$.

Khi $t = 0, q = 0 \to K = 0$.

Vậy ta được:

$q = 0.5t - 0.05t^2$

$q_{t=0.03} = 0.5 \times 0.03 - 0.05 \times (0.03)^2 = 0015(mC)$.

Chọn B.

Bài 37: Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1 - 2\sin 2t (\text{m/s})$. Tính quãng đường S (m) mà vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm $t = 0(\text{s})$ đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4}(\text{s})$.

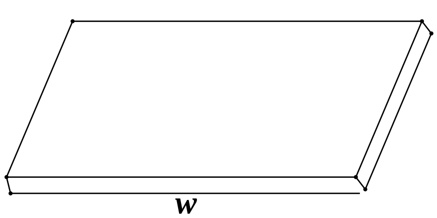
A. $S = \frac{3\pi}{4} - 1$. B. $S = \frac{3\pi}{4}$. C. $S = \frac{3\pi}{4} + 1$. D. $S = \frac{\pi}{3}$.

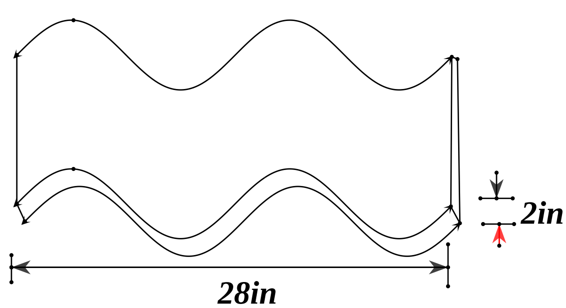
Giải:

Quãng đường một vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm $t = t_0(s)$ đến thời điểm $t = t_1(s)$ với vận tốc $v(t) m/s$ được tính theo công thức $s = \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt$.

Chọn A.

Bài 38: Một nhà sản xuất tấm lợp kim loại bằng tôn có chiều rộng 28inch và cao 2inch, bề mặt tấm lợp được dàn bằng máy theo phương trình máy tính lập trình trước mà tập hợp các điểm trên bề mặt tấm lợp đều thuộc đồ thị của hàm số $y = \sin\frac{\pi x}{7}$. Từ một tấm phôi kim loại phẳng có chiều dài w. Tính chiều dài cần thiết của tấm phôi kim loại để chế tạo được tấm lợp theo yêu cầu trên, biết rằng độ dài của đường cong $y = f(x)$ trên đoạn [a;b] được xác định bởi công thức $L = \int_0^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$





A. $w=\int_0^{28}\sqrt{1+\sin^2\frac{\pi x}{7}}dx.$ B. $w=\int_0^{28}\sqrt{1+\cos^2\frac{\pi x}{7}}dx.$

C. $w=\int_0^{28}\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{7}+\cos\frac{\pi x}{7}\right)^2}dx$ D. $w=\int_0^{28}\sqrt{1+\left(\frac{7}{\pi}+\cos\frac{\pi x}{7}\right)^2}dx$

Giải:

Tấm lợp có độ dài 28inch và các điểm trên mặt tấm lợp thuộc đồ thị $y=\frac{\pi x}{7}$ nên ta có thể chọn trục Ox sao cho O nằm ở mép đầu của tấm lợp, điểm còn lại ở mép bên kia sẽ có hoành độ là 28.

Ta có: $y'=\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi x}{7}$ do đó: $w=\int_0^{28}\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{7}+\cos\frac{\pi x}{7}\right)^2}dx$.

Chọn C.

Bài 39: Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là 25m/s. Gia tốc trọng trường là 9,8 m/s^2. Quãng đường viên đạn đi được từ lúc bắn lên cho đến khi chạm đất là:

A. $s=\frac{3125}{98}m.$ B. $s=\frac{3125}{49}m.$ C. $s=\frac{125}{49}m.$ D. $s=\frac{6250}{49}m.$

Giải:

Quãng đường một vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm $t=t_0(s)$ đến thời điểm $t=t_1(s)$ với vận tốc $v(t)m/s$ được tính theo công thức $s=\int_{t_0}^{t_1}v(t)dt$.

ở đây vận tốc $v(t)=25-9,8\text{t}$. tại thời điểm vật có độ cao lớn nhất thì $v(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{125}{49}$,

do đó quãng đường $S=\int_0^{\frac{125}{49}}(25-9,8\text{t})dt=\frac{6250}{49}$.

chọn D.

Bài 40: Một xô nước bị rỉ có trong lượng 5N được nâng lên không trung 20(m) với tốc độ cố định. Biết lực nâng xô nước là x với x là khoảng từ xô nước tới mặt đất. Hỏi công sinh ra khi ta bỏ qua trong lượng xô nước bằng?

A. 20J. B. 25J. C. 30J. D. 35J.

Giải:

Vì $F(x)=-\frac{x}{10}+2$, nên khi đó ta có:

Công $A=\int_a^b F(x)dx=\int_0^{20}\left(-\frac{x}{10}+2\right)dx=\left(-\frac{x^2}{20}+2x\right)\Big|_0^{20}=20J$.

Chọn A.

Bài 41: Một nhà nghiên cứu ước tính rằng sau t giờ kể từ 0h đêm, nhiệt độ của thành phố Hồ Chí Minh được cho bởi hàm $C(t)=40-\frac{2}{3}(t-10)^2$ (độ C) với $0\le t\le 24$. Nhiệt độ trung bình của thành phố từ 8h sáng đến 5h chiều là:

A. 31° B. $31,33^\circ$ C. $33,47^\circ$ D. $33,33^\circ$

Giải:

Nhiệt độ trung bình từ a giờ đến b giờ tính theo công thức:

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b [C(t)]dt .$$

Áp dụng vào bài ta có nhiệt độ trung bình cần tính là:

$$\frac{1}{8-5}\int_5^8 [C(t)]dt=\frac{1}{8-5}\int_5^8 \left[40-\frac{2}{3}(t-10)^2\right]dt=31,33 .$$

Chọn B.

Bài 42: Bến xe Quyết Thắng quyết định sẽ đầu tư một khu trung tâm thương mại Quyết Thắng Mart tại trung tâm Thị trấn Vạn Giã huyện Vạn Ninh, tỉnh Khánh Hòa. Giả sử như sau n năm đầu tư, lợi nhuận phát sinh trong lần đầu tư đầu tiên với tốc độ là $P_1(n)=2n^2+5$ trăm đô la/năm, tiếp sau đó là dự án đầu tư lần hai thì phát sinh lợi nhuận có tốc độ $P_2(n)=20n+170$ trăm đô la/năm. Tính lợi nhuận vượt thực tế cho khoảng thời gian trên, biết sau thời gian n năm thì tốc độ lợi nhuận của lần đầu tư hai gấp 10 lần tốc độ lợi nhuận lần đầu tiên.

A. 345 trăm đô. B. 456 trăm đô. C. 567 trăm đô. D. 678 trăm đô.

Giải:

Khoảng thời gian để tốc độ lợi nhuận của dự án hai gấp 10 lần tốc độ lợi nhuận dự án đầu tiên:

$$P_2(n)=10P_1(n)\Leftrightarrow 20n+170=10\left(2n^2+5\right)$$

$$\Leftrightarrow 20n^2-20n-120=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=3 \\ n=-2 \end{array}\right.\Rightarrow n=3 .$$

Lợi nhuận vượt trong khoảng thời gian trên $0\le n\le 3$ sẽ được xác định bằng tích phân sau:

$$I=\int_0^3 [P_2(x)-P_1(x)]dn=\int_0^3 \left[(170+20n)-\left(2n^2+5\right)\right]dn$$

$$=\int_0^3 \left(165+20n-2n^2\right)dn=\left(165n+10n^2-\frac{2}{3}n^3\right)\Big|_0^3=567. .$$

Chọn C.

Bài 43: Một hạt electron có điện tích âm là $1,6.10^{-19}C$. Người ta tiến hành tách hai electron từ $1pm$ đến $4pm$. Hỏi công sinh ra là bao nhiêu?

A. $1,2.10^{-16}J$ B. $1,728.10^{-16}J$ C. $1,928.10^{-16}J$ D. $1,38.10^{-16}J$.

Giải:

Ta nhắc lại đơn vị "pm" là đơn vị đo pico-metre, hay $10^{-12}(metre)$.

Ta nêu ra các đại lượng:

$$\begin{cases} a = 1\times10^{-12}m \\ b = 4\times10^{-12}m \\ k = 9\times10^{9} \\ q_1 = q_2 = 1.6\times10^{-19}C \end{cases}$$

Lực tương tác giữa hai điện tích là $F(x) = k\dfrac{q_1q_2}{x^2}$ với x là khoảng cách giữa hai điện tích.

Vậy ta được công $A = \int\limits_a^b \dfrac{kq_1q_2}{x^2}dx$.

Thay vào ta có:

$$A = \int\limits_{1\times10^{-12}}^{4\times10^{-12}} \frac{(9.10^9)(-1.6\times10^{-19})^2}{x^2}dx = (2,304\times10^{-28})\left(\frac{-1}{x}\right)\Bigg|_{1.10^{-12}}^{4.10^{-12}} = 1,728.10^{-16}(J) .$$

Chọn B.

Bài 44: Nhiệt độ T (tính theo ${}^0C$) ghi nhận trong một ngày thỏa mãn đường cong sau đây: $T = 0.001t^4 - 0.28t^2 + 25$. Với t là giờ và được tính từ lúc giữa trưa $(-12 \le t \le 12)$. Hỏi nhiệt độ trung bình của ngày hôm đó là bao nhiêu?

A. 14.7^0C. B. 13.7^0C. C. 15.7^0C. D. 16.7^0C.

Giải:

Ta có công thức: nhiệt độ trung bình là:

$\dfrac{1}{b-a}.\int\limits_a^b T(t)dt$ với a=-12;b=12.

Chọn C.

Bài 45: Qua theo dõi diễn biến sản xuất lúa gạo ở huyện V từ đầu năm đến nay, tổng sản lượng lúa của huyện V đang ở vụ Hè-Thu được mô tả bởi $T_H(x) = 175x^2 + 275$ (tấn) và chỉ bằng 75% so với chỉ tiêu của vụ Đông-Xuân $T_D(x) = 100x^2 + 400x + 900$ (tấn). tính sản lượng thực tế trong thời gian sản xuất, biết x là số tháng sản xuất $(1 \le x \le 12)$.

A. 6780 tấn. B. 5670 tấn. C. 4560 tấn. D. 3300 tấn.

Giải:

Thời gian sản xuất để tổng lượng lúa của huyện V đang ở vụ Hè-Thu chỉ bằng 75% so với chỉ tiêu của vụ Đông-Xuân:

$$T_H(x) = 75\%T_D(x) \Leftrightarrow 175x^2 + 275 = 0,75(100x^2 + 400x + 900)$$

$$\Leftrightarrow 100x^2 - 300x - 400 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = -1 \end{array}\right. \Rightarrow x = 4\ thang$$

Sản lượng thực tế trong thời gian sản xuất $1 \le x \le 4$ của 2 vụ mùa sẽ được xác định bằng tích phân sau:

$$J=\int_1^4\left[T_D(x)-T_H(x)\right]dx=\int_1^4\left[\left(100x^2+400x+900\right)-\left(175x^2+275\right)\right]dx$$

$$=\int_1^4\left(625+400x-75x^2\right)dx=\left(625x+200x^2-25x^3\right)\Big|_1^4=3300$$

Chọn D.

Bài 46: Vi khuẩn HP (helicobacter pylori) gây đau dạ dày tại ngày thứ m với số lượng F(m). Biết nếu phát hiện sớm khi số lượng vi khuẩn không vượt quá 5000 con thì bệnh nhân sẽ được cứu chữa. Biết $F'(m)=\dfrac{4000}{2m+1}$ và lần đầu đi khám bệnh nhân có 2550 con vi khuẩn. Sau 15 ngày bệnh nhân đi khám lại. Hỏi khi đó có bao nhiêu con vi khuẩn trong dạ dày và bệnh nhân có cứu chữa được không?

A. 50508 và không cứu được.

B. 1499 và cứu được.

C. 62283 và không cứu được.

D. 7346 và không cứu được.

Giải:

Số con vi khuẩn sau 15 ngày bị nhiễm bênh là:

$2550+\int_0^{15}\dfrac{4000}{2m+3}dm=7345{,}8con \Rightarrow$ không cứu được.

Chọn A.

Bài 47: Công ty Acos một dự án đầu tư, sau thời gian t (năm) kể từ khi bắt đầu dự án cho lợi nhuận $K(t)$ và tốc độ sinh lợi nhuận là $K'(t)=100\left(t^3+t^2\right)$ (triệu đồng/năm). Tính lợi nhuận công ty A thu về từ dự án này ở năm thứ 10.

A. 2833 triệu.

B. 28333 triệu.

C. 283333 triệu.

D. 283 triệu.

Giải:

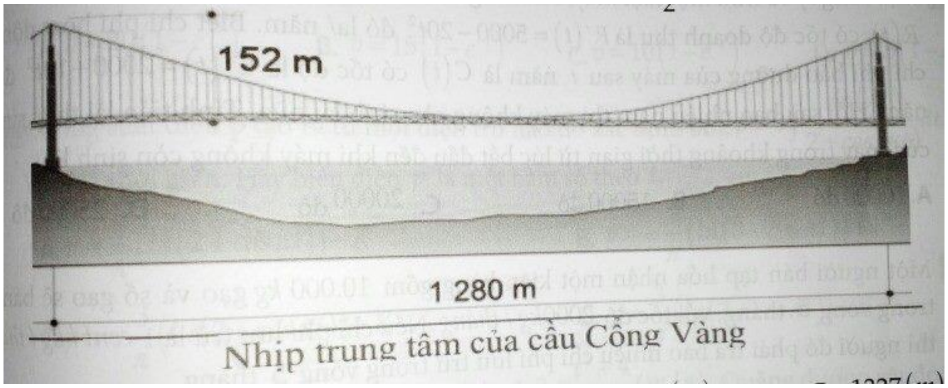
Ta có: $K(t)=\int 100\left(t^3+t^2\right)dt=25t^4+\dfrac{100}{3}t^3+C$, lúc bắt đầu dĩ nhiên lợi nhuận bằng 0 nên K(0) =0 suy ra C= 0, do đó:

$K(t)=\int 100\left(t^3+t^2\right)dt=25t^4+\dfrac{100}{3}t^3$.

Lợi nhuận mà công ty A thu về kể từ khi bắt đầu đến năm thứ 10 là K(10)=283333 triệu.

Chọn C.

Bài 48: Nhịp trung tâm của cầu Cổng Vàng tại San Francisco của Mỹ là 1280 (m). Chiều cao của tòa tháp là 152(m) tính từ mặt đường. Hỏi cáp treo chính giữa hai tòa tháp có chiều dài là bao nhiêu? Biết rằng một cáp treo tự do có hình dạng dây chuyền. Dạng tổng quát của dây chuyền này là tổng của hai hàm số mũ $y=\dfrac{a\left(e^{ax}+e^{-ax}\right)}{2}$.



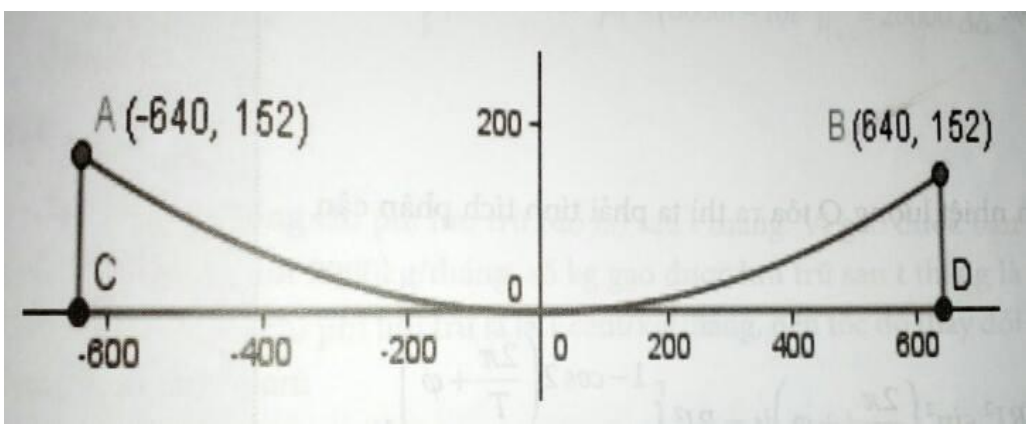
A. 1320 (m).   B. 1323 (m).   C. 1325 (m).   D. 1327 (m).

Giải:

Đầu tiên ta cần mô hình đường cong này. Nghĩa là ta tìm phương trình đường cong giống với hình cáp treo. Ta đặt gốc tọa độ ngay điểm thấp nhất của đường cong dây cáp.

Đường cong yêu cầu (tương đối) đi qua các điểm $(-640;152),(0,0),(640;152)$, nên có phương trình là:

$y=1280\left(\dfrac{e^{\frac{x}{1326}}+e^{\frac{-x}{1326}}}{2}-1\right)$. Ta xem đồ thị minh họa sau:



Đạo hàm hàm số trên ta được:

$y'=\dfrac{640}{663}\left(\dfrac{e^{\frac{x}{1326}}+e^{\frac{-x}{1326}}}{2}\right)$.

Sử dụng công thức tính đường cong, bắt đầu từ điểm $x=-640$ đến điểm x =640. Ta có:

$$\int_{-640}^{640}\sqrt{1+\left(\dfrac{640\left(e^{\frac{x}{1326}}+e^{\frac{-x}{1326}}\right)^2}{2\times 663}\right)}dx\approx 1327$$

Vậy độ dài sợi dây cáp chính ở nhịp trung tâm dài: 1327 m.

Chọn D.

Bài 49: Nếu lực là một giá trị biến thiên (như nén lò xo) và được xác định bởi hàm $F(x)$ thì công sinh ra theo trục Ox từ a tới b là $A=\int_a^b F(x)dx$ (đơn vị là Jun (J)). Một con lắc lò xo đang ở trạng thái tự nhiên thì dài 1m và ki bị nén bởi một lực thì nó chỉ còn 0,65cm, biết độ cứng lò xo là $k=16\text{N/m}$. Hãy tìm công sinh ra lúc này. Cho biết nếu lực F dùng để kéo căng lò xo đi một khoảng x đơn vị so với trạng thái ban đầu của lò xo thì F có dạng $F=kx$, với k là độ cứng lò xo.

A. 1 J. B. 0,5 J. C. 0,98 J. D. 0,6 J.

Giải:

Lực F lúc này được xác định bởi $F(x)=kx \Leftrightarrow F(x)=16$.

Độ dài lò xo bị nén là: $1m-0,65m=0,35m.$

Vậy công sinh ra là: $A=\int_0^{0,35} 16xdx=0,98J$.

Chọn C.

Bài 50: Người ta đặt vào đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều $u=U_0\sin\frac{2\pi}{T}t$. Khi đó trong mạch có dòng điện xoay chiều $i=I_0\sin\left(\frac{2\pi}{T}t+\varphi\right)$ với φ là độ lệch giữa dòng điện và hiệu điện thế. Hãy tính công của dòng điện xoay chiều thực hiện trên đoạn mạch đó trong thời gian một chu kì.

A. $\frac{U_0I_0}{2}T\cos\varphi.$ B. $\frac{U_0I_0}{3}T\cos\varphi.$ C. $\frac{U_0I_0}{4}T\cos\varphi.$ D. $\frac{U_0I_0}{5}T\cos\varphi.$

Giải:

Ta có:

$$A=\int_0^T u.idt=\int_0^T U_0I_0\sin\left(\frac{2\pi}{T}t+\varphi\right)\sin\frac{2\pi}{T}tdt$$

$$=U_0I_0\int_0^T\frac{1}{2}\left(\cos\varphi-\cos\left(\frac{4\pi}{T}t+\varphi\right)\right)dt$$

$$=\frac{U_0I_0}{2}\int_0^T\left(\cos\varphi-\cos\left(\frac{4\pi}{T}t+\varphi\right)\right)dx$$

$$=\frac{U_0I_0}{2}\left(t.\cos\varphi-\frac{T}{4\pi}\sin\left(\frac{4\pi}{T}t+\varphi\right)\right)\Bigg|_0^T$$

$$=\frac{U_0I_0}{2}T.\cos\varphi.$$

Chọn A.

Bài 51: Người ta tiến hành một thí nghiệm. Cho một dòng điện xoay chiều $i = I_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$ chạy qua một mạch có điện trở thuần R. Hãy tính nhiệt lượng Q tỏa ra trên mạch đó trong thời gian chu kỳ T.

A. $\frac{RI_0}{2}t.$ B. $\frac{RI_0}{3}t.$ C. $\frac{RI_0^2}{2}t.$ D. $\frac{RI_0^2}{3}t.$

Giải:

Để tính nhiệt lượng Q tỏa ra ta phải tính tích phân cận từ t = 0 đến t = T.

Ta có:

$$Q = \int_0^T R.i^2 dt = \int_0^T RI_0^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) dt = RL_0^2 \int_0^T \frac{1 - \cos 2\left(\frac{2\pi}{T} + \varphi\right)}{2} dt$$

$$= \frac{RI_0^2}{2}\left(t - \frac{T}{4\pi}\sin 2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)\right)\Bigg|_0^T = \frac{RI_0^2}{2}T.$$

Chọn C.

Bài 52: Một nhà nghiên cứu khoa học đã tiến hành thực nghiệm như sau. Ông ước tính rằng sau thời gian t giờ kể từ lúc 0h đêm, nhiệt độ của một thành phố nào đó cho bởi hàm $C(t) = 3 - \frac{2}{3}(t-13)^2, 0 \le t \le 24$. Hãy tính nhiệt độ trung bình của thành phố giữa 6h sáng và 4h chiều.

A. $-5.22^0 C.$ B. $-4.22^0 C.$ C. $-3.22^0 C.$ D. $-2.22^0 C.$

Giải:

Vì 6 giờ sáng và 4 giờ chiều lần lượt tương ứng với t =6 và t = 4.

Như vậy nhiệt độ trung bình của thành phố giữa 6 giờ sáng và 4 giờ chiều chính là giá trj trung bình của hàm nhiệt đô C(t) với $6 \le t \le 16$. Theo công thức tính giá trị trung bình ta có:

$$t_{tb} = \frac{1}{16-6}\int_6^{16}\left[3 - \frac{2}{3}(t-13)^2\right]dt = \frac{1}{10}\left[3t - \frac{2}{9}(t-13)^3\right]\Bigg|_6^{16}$$

$$= \frac{1}{10}\left[3\times 16 - \frac{2}{9}(16-13)^3\right] - \frac{1}{10}\left[3\times 6 - \frac{2}{9}(6-13)^3\right] = -5.22$$

Vậy nhiệt độ trung bình trong khoảng thời gian dã cho là: -5.22 độ C.

Chọn A.

Bài 53: Một công ty sở hữu một loại máy, biết rằng sau thời gian t năm thì nó sinh ra doanh thu $R(t)$ có tốc độ doanh thu là $R'(t) = 5000 - 20t^2$ (đô la/năm). Biết chi phí hoạt động và chi phí bảo dưỡng của máy sau t năm là $C(t)$ có tốc độ là $C'(t) = 2000 + 10t^2$ (đô la/năm). Hỏi sau bao nhiêu năm thì máy không còn sinh lãi nữa. Tính tiền lãi thực sinh ra của máy trong khoảng thời gian từ lúc bắt đầu đến khi máy không còn sinh lãi.

A. 10000 đô. B. 15000 đô. C. 20000 đô. D. 25000 đô.

Giải:

Lợi nhuận mà máy sinh ra sau t năm hoạt động là:

$P(t) = R(t) - C(t)$

Tốc độ lợi nhuận sau t năm là:

$P'(t) = R'(t) - C'(t) = (5000 - 20t^2) - (2000 + 10t^2) = 3000 - 30t^2$.

Việc máy không còn sinh lãi nữa khi:

$$P'(t) = 0 \Leftrightarrow 3000 - 30t^2 = 0 \Leftrightarrow t^2 = 100 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = 10 \\ t = -10(\text{loai}) \end{array}\right. .$$

Vậy sau 10 năm thì việc sinh lợi của máy không còn nữa.

Như vậy tiền lãi thực trên khoảng thời gian $0 \le t \le 10$ là $P(10) - P(0)$

Được tính bằng tích phân:

$$P(10) - P(0) = \int_0^{10} P'(t)dt = \int_0^{10} (3000 - 30t^2)dt = (3000t - 10t^3)\Big|_0^{10} = 20000 \text{ đô}.$$

Chọn C.

Bài 54: Một người bán tạp hóa nhận một kiện hàng gồm 10.000 kg gạo và số gạo sẽ bán hết trong vòng 5 tháng, với tốc độ 2000 kg/tháng. Nếu chi phí lưu trữ của 1 cent/kg/tháng, thì người đó phải trả bao nhiêu chi phí lưu trữ trong vòng 5 tháng.

A. 5 đô la. B. 10 đô la. C. 15 đô la. D. 20 đô la.

Giải:

Gọi S(t) là tổng chi phí lưu trữ (đô la) sau t tháng. Vì gạo được bán với tốc độ không đổi 2000kg/tháng, số kg gạo được lưu trữ sau t tháng là $10000 - 2000t$.

Vì chi phí lưu trữ là 1 cent/kg/ tháng, nên tốc độ thay đổi chi phí theo thời gian:

$S'(t) =$ (chi phí hằng tháng/kg). (Số kg)= 0,01(10000-2000t).

Do đó, $S(t)$ là một nguyên hàm của:

$0,01(10000 - 2000t) = 100 - 20t$, tức là:

$S(t) = \int S'(t)dt = \int (100 - 20t)dt = 100t - 10t^2 + C$.

Ta lại có, thời điểm hàng gửi tới (khi t = 0) thì không có chi phí lưu trữ, vì vậy: $0 = 100 \times 0 - 10 \times 0^2 \Rightarrow C = 0$

Vậy $S(t) = 100t - 10t^2$.

Do đó tổng chi phí trong 5 tháng tới là:

$S(5) = 100 \times 5 - 10 \times 5^2 = 25$ đô la.

Chọn D.

Bài 55: Tại một nhà máy nào đó, người ta ước tính rằng khi sản xuất và bán q sản phẩm thì doanh thu cận biên là $-4q + 4000(USD/\text{đvsp})$ và chi phí cận biên là $2q - 1200(USD/\text{đvsp})$. Biết rằng khi sản xuất và bán ra 5 đơn vị sảm phẩm thì lợi nhuận thu được là 50000(USD). Hãy biểu diễn hàm lợi nhuận và nhà sản xuất nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất và tìm lợi nhuận lớn nhất đó.

A. $P(866,7)$. B. $P(886,7)$. C. $P(868,7)$. D. $P(888,7)$.

Giải:

Gọi $P(q)$ là tổng lợi nhuận của sản phẩm khi sản xuất q sản phẩm.

Ta có: Tốc độ thay đổi doanh thu là:

$P'(q) = -4q + 4000 - (2q - 1200) = -6q + 5200.$

$P(q) = \int P'(q)dq = \int(-6q + 5200dq) = -3q^2 + 5200q + C$.

Ta lại có, lợi nhuận khi sản xuất ra 5 đơn vị sản phẩm là 50000 USD, nên:

$P(5) = 50000 \Rightarrow C = 24075$.

Vậy ta có hàm tổng lợi nhuận của công ty là:

$P(q) = -3q^2 + 5200q + 24075 \Rightarrow P'(x) = -6q + 5200 = 0 \Rightarrow q = 886,7$

$P''(x) = -6 < 0$

Vậy để lợi nhuận công ty lớn nhất thì công ty phải sản xuất 866,7 (đvsp) và khi đó lợi nhuận lớn nhất là $P(866,7)$.

Chọn A.

Bài 56: Một vật có khối lượng m, vận tốc ban đầu v_0, di chuyển chịu lực cản có độ lớn $F_C = kv,\ v$ là vận tốc của vật, hằng số $k = 1kg/s$. Viết biểu thức vận tốc của vật tại thời điểm t.

A. $v = \frac{1}{2}v_0e^{\frac{-k}{m}t}$. B. $v = v_0e^{\frac{-k}{m}t}$. C. $v = \frac{1}{3}v_0e^{\frac{-k}{m}t}$. D. $v = \frac{1}{4}v_0e^{\frac{-k}{m}t}$.

Giải:

Bài toán đang xét vật chuyển động dưới tác dụng của một lực, đó là F_C .

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động.

+ Theo định luật II Niu-Tơn:

$$-F_C = ma$$

$$-kv = m\frac{dv}{dt}$$

Bậy giờ ta đưa vi phân dt và dv vào 2 vế, đồng thời biến v về cùng với vi phân dv.

$$dt = -\frac{m}{k}\frac{dv}{v}$$

Do ta xét chuyển động của vật từ thời điểm ban đầu t = 0 đến thời điểm t nào đó thì vận tốc v_0 cũng đến giá trị v nào đó, tích phân hai vế theo các cận này:

$$\int_0^1 dt = -\int_{v_0}^{v} \frac{mdv}{k.v}$$

$$t = -\frac{m}{k}\left(\ln v - \ln v_0\right) = \frac{m}{k}\ln\left(\frac{v_0}{v}\right).$$

$$\Rightarrow v = v_0 e^{\frac{-k}{m}t}$$

Chọn B.

Bài 57: Một lực 1200N nén lò xo từ chiều dài tự nhiên từ 18(cm) xuống còn 16(cm). Hỏi công sinh ra là bao nhiêu nếu ta tiếp tục nén lò xo từ 16(cm) xuống 14(cm).

A. 3600(N/m). B. 3700(N/m). C. 3800(N/m). D. 3900(N/m).

Giải:

Ta có hằng số lò xo (theo đơn vị cm): $F = kx$.

Vậy $1200 = k(2) \Rightarrow k = 600$(N/ cm)

Vậy trong trường hợp này, ta có: $F = 600x$.

Vậy công sinh ra xác định bởi:

Công = $\int_2^4 600xdx = 300x^2\Big|_2^4 = 3600N$.

Chọn A.

Bài 58: số lượng vi khuẩn HP (Helicobacter Pylori) có trong dạ dày của một người bệnh sau thời gian t (ngày) là $f(t)$, trong đó $f'' = \frac{1000}{2t+3}$. Một người bị đau dạ dày do vi khuẩn HP gây ra. Khi đi khám lần thứ nhất, bằng cách xét nghiệm biết được người này có 2550 con vi khuẩn HP trong dạ dày nhưng lúc này cơ thể chưa phát bệnh. Biết rằng nếu trong dạ dày người bện có trên 50000 con vi khuẩn thì người bệnh sẽ ở tình trạng nguy hiểm. Hỏi nếu sau 15 ngày đó mới đi khám lại thì trong dạ dày của bệnh nhân này có bao nhiêu con vi khuẩn và bệnh nhân có đang trong tình trạng nguy hiểm không? Nếu có thì số lượng vi khuẩn đã vượt quá ngưỡng an toàn là khoảng bao nhiêu con?

A. Không. B. Có; 433 con. C. Có; 733 con. D. Có; 533 con.

Giải:

Ta có: $\int \frac{1000}{2t+3}dt = 500\ln(2t+3) + C, C \in \mathbb{R}$

Vì lúc đầu người này có 2550 con vi khuẩn HP trong dạ dày nên:

$500\ln(2.0+3) + C = 2550 \Leftrightarrow C \approx 2000,7$.

Số lượng Vi khuẩn HP sau 15 ngày:

$$\int_0^{15}\left(500\ln(2t+3) + 2000,7\right)dt \approx 50532,72 > 50000$$

Số lượng vi khuẩn vượt: 50532,72-50000=532,72~ 533 con.

Kết luận: người này đang ở tình trạng nguy hiểm cần nhập viện gấp để điều trị.

Chọn D.

Bài 59: Một vật thể đang di chuyển xuống trên một mặt phẳng nghiêng có phương trình biểu diễn một lực tỉ lệ là $t=\int \frac{1}{20-v}dv$.Tìm vận tốc v là hàm số theo t nếu như vật bắt đầu di chuyển từ trạng thái nghỉ.

A. $v=20\left(1-e^{-t}\right)$. B. $v=15\left(1-e^{-t}\right)$. C. $v=10\left(1-e^{-t}\right)$. D. $v=5\left(1-e^{-t}\right)$.

Giải:

Ta có: $t=\int \frac{1}{20-v}dv$

Đặt $u=20-v\Rightarrow du=-dv$

Vậy $t=\int \frac{1}{20-v}dv=-\int \frac{1}{u}du=-\ln\left(|u|\right)+K=-\ln\left(|20-v|\right)+K$

Với $t=0\Rightarrow v=0$.

Vậy $0=-\ln\left(20\right)+K\Rightarrow K=\ln 20$

Từ đó ta được:

$$t=\ln 20-\ln\left(20-v\right)\Rightarrow t=\ln\left(\frac{20}{20-v}\right)\Rightarrow e^{t}=\frac{20}{20-v}\Rightarrow e^{-t}=\frac{20-v}{20}.$$

$$\Leftrightarrow 20e^{-t}=20-v\Leftrightarrow v=20-20e^{-t}\Leftrightarrow v=20\left(1-e^{-t}\right)$$

Chọn A.

Bài 60: Công suất điện p tạo ra từ một điện trở nào đó xác định bởi $p=3\int \frac{\sin(\pi t)}{2+\cos(\pi t)}dt$. với t là thời gian. Hãy biểu diễn p là một hàm số theo t.

A. $p=\frac{3}{\pi}\left(\ln\left(2+\cos\pi\,\mathrm{t}\right)\right)+K$.

B. $p=-\frac{3}{\pi}\left(\ln\left(3+\cos\pi\,\mathrm{t}\right)\right)+K$.

C. $p=-\frac{3}{\pi}\left(\ln\left(2+\cos\pi t\right)\right)+K$.

D. $p=\frac{3}{\pi}\left(\ln\left(3+\cos\pi\,\mathrm{t}\right)\right)+K$.

Giải:

Ta có: $p=3\int \frac{\sin\left(\pi t\right)}{2+cos\left(\pi t\right)}dt$.

Đặt $u=2+cos\pi t\Rightarrow du=-\pi\sin\pi t$.

Vậy ta có:

$$p=3\int \frac{\sin\left(\pi t\right)}{2+cos\left(\pi t\right)}dt=-\frac{3}{\pi}\int \frac{-\pi\sin\pi t}{2+cos\left(\pi t\right)}dt=-\frac{3}{\pi\left(\ln\left(2+cos\left(\pi t\right)\right)\right)}+K$$

Vậy $p=-\frac{3}{\pi}\left(\ln\left(2+cos\pi t\right)\right)+K$.

Chọn C,

Bài 61: Một vật chuyển động với vận tốc $v\left(t\right)=1,2+\dfrac{t^2+4}{t+3}$ (m/ s). Quãng đường vật đó đi được trong 4 giây đầu tiên bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 18,82m.　　B. 11,81m.　　C. 4,06m.　　D. 7,28m.

Giải:

Quãng đường vật đi được trong 4 giây đầu tiên là:

$$S=\int_0^4\left|1,2+\frac{t^2+4}{t+3}\right|dt=11,81m.$$

chonjB.

Bài 62: Bạn Nam ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới và vận tốc chuyển động của máy bay là $v\left(t\right)=3t^2+5$(m/ s). Quãng đường máy bay đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là:

A. 36m.　　B. 252m.　　C. 1134m.　　D. 966m.

Giải:

Quãng đường vật đi được trong giây thứ 4 đến giây thứ 10 là:

$$S=\int_4^{10}\left(3t^2+5\right)dt=966m\ .$$

Chọn D.