

CHỦ ĐỀ: TÌM ĐIỂM THUỘC ĐỒ THỊ THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC, VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN, TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI ĐỒ THỊ TIẾP XÚC.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: *Hướng dẫn giải:* Chọn A

Đây là câu cơ bản. Gọi $M(x; \frac{2x}{x+2})$ theo giả thiết ta có phương trình: $|x+2| = \frac{4}{|x+2|}$. Từ đó tìm được $M(-4; 4)$

Câu 2: *Hướng dẫn giải:* Chọn A

Hoành độ của M thỏa mãn: $cx_0 + d = \pm\sqrt{|ad-bc|} \Leftrightarrow x-1 = \pm\sqrt{3}$

Câu 3: *Hướng dẫn giải:* Chọn A

Tổng quát AB nhỏ nhất khi $(cx_0 + d)^2 = \frac{(ad-bc)^2}{(cx_0 + d)^2} \Leftrightarrow cx_0 + d = \pm\sqrt{|ad-bc|}$

Giải: Vận dụng kết quả :

$$cx_0 + d = \pm\sqrt{|ad-bc|} \Leftrightarrow x_0 - 2 = \pm 1 \Leftrightarrow x_0 = 3 \vee x_0 = 1$$

Khi đó ta tìm được $M(1; 1)$, $M(3; 3)$. Nên chúng ta chọn đáp án A .

Câu 4: *Hướng dẫn giải:* Chọn A

M cách đều A và B nên nằm trên đường trung trực của AB có phương trình $y = x$. Xét phương trình: $x = \frac{x+2}{2x-1} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ do đó ta tìm được $M(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$, chọn đáp án A.

Câu 5: *Hướng dẫn giải:* Chọn A

Gọi $M(x; \frac{3x-4}{x-2})$ cách đều hai tiệm cận, khi đó: $|x-2| = \left| \frac{3x-4}{x-2} - 3 \right| \Leftrightarrow x = 2 + \sqrt{2} (x > 1)$ khi đó ta tìm được: $M(2 + \sqrt{2}; 3 + \sqrt{2})$, do đó tìm được tổng bình phương các tọa độ là đáp án A.

Câu 6: *Hướng dẫn giải:* Chọn A

Gọi $M(a; \frac{2a}{a+1})$, tiếp tuyến tại M có phương trình $y = \frac{2}{(a+1)^2}x + \frac{2a^2}{(a+1)^2}$. Ta tìm được $A(-a^2; 0), B(0; \frac{2a^2}{(a+1)^2})$. Theo giả thiết $OA \cdot OB = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2a^4}{(a+1)^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1 (a > 0)$. Do đó $M(1; 1)$.

Vậy ta tìm được tổng các tọa độ là 2. Đáp án A.

Câu 7: *Hướng dẫn giải:* Chọn A

Gọi $M(a; \frac{2a}{a+1})$, tiếp tuyến tại M có phương trình $y = \frac{2}{(a+1)^2}x + \frac{2a^2}{(a+1)^2}$
 $\Leftrightarrow 2x - (a+1)^2 y + 2a^2 = 0$

Khi đó khoảng cách từ $I(-1; 2)$ đến tiếp tuyến:

$$d = \left| \frac{4(a+1)}{\sqrt{4+(a+1)^4}} \right| = \left| \frac{4}{\sqrt{\frac{4}{(a+1)^2} + (a+1)^2}} \right| \leq 2$$

Từ đó ta tìm được $M(-1+\sqrt{2}; 2-\sqrt{2})$ (do hoành độ dương). Từ đó ta tìm được đáp án A.

Câu 8: Hướng dẫn giải: Chọn A

Gọi $B(b; 2 + \frac{2}{b-1}), C(c; 2 + \frac{2}{c-1})$ với $b < 1 < c$. H, K là là hình chiếu vuông góc của B, C lên trục

hoành. Ta có: $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB = AC \end{cases} \Rightarrow \Delta ABH = \Delta CAK$. Từ đó: $\begin{cases} AH = CK \\ BH = AK \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-b = 2 + \frac{2}{c-1} \\ \left| 2 + \frac{2}{b-1} \right| = |c-2| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1 \\ c = 3 \end{cases}. \text{ Do đó ta tìm được } B(-1;1), C(3;3). \text{ Chọn được đáp án A.}$$

Câu 9.

Hướng dẫn giải: Chọn A

◆ TỰ LUẬN: Gọi $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), x_A < x_B$ là hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ O. Khi đó

$$\text{ta có: } \begin{cases} x_A + x_B = 0 \\ y_A + y_B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B = 0 \\ (x_A^3 - 4x_A^2 + 9x_A + 4) + (x_B^3 - 4x_B^2 + 9x_B + 4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B = 0 \\ -4x_A^2 - 4x_B^2 + 8 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_A = -1 \Rightarrow y_A = -10 \Rightarrow A(-1; -10) \\ x_B = 1 \Rightarrow y_B = 10 \Rightarrow B(1; 10) \end{cases}$$

Câu 10.

Hướng dẫn giải: Chọn C

◆ TỰ LUẬN: Gọi $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), x_A < x_B$ là hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ O. Khi đó

$$\text{ta có: } \begin{cases} x_A + x_B = 0 \\ y_A + y_B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B = -2 \\ (-x_A^3 + 3x_A + 2) + (-x_B^3 + 3x_B + 2) = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B = -2 \\ -(x_A + x_B)^3 + 3x_A x_B (x_A + x_B) + 3(x_A + x_B) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B = -2 \\ x_A x_B = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = -2 \Rightarrow y_A = 4 \Rightarrow A(-2; 4) \\ x_B = 0 \Rightarrow y_B = 2 \Rightarrow B(0; 2) \end{cases}$$

Câu 11.

Hướng dẫn giải: Chọn D

◆ TỰ LUẬN: Gọi $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$, là hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ O. Khi đó ta có:

$$\begin{cases} x_A + x_B = -2 \\ y_A + y_B = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -x_B \\ (x_A^3 - 3x_A^2 + m) + (x_B^3 - 3x_B^2 + m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -x_B \\ -3(x_A^2 + x_B^2) + 2m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -x_B \\ 3x_A^2 = m \end{cases}, \text{ điều kiện}$$

là $m > 0$

Câu 12.

Hướng dẫn giải: Chọn A

◆ TỰ LUẬN: Gọi $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), x_A < x_B$ là hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ O. Khi đó

ta có: $\begin{cases} x_A + x_B = 0 \\ y_A = y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -x_B \\ x_A^3 - x_A^2 - x_A = x_B^3 - x_B^2 - x_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -x_B \\ 2x_A^3 - 2x_A = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -1 \Rightarrow y_A = -1 \\ x_B = 1 \Rightarrow y_B = -1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} A(-1; -1) \\ B(1; -1) \end{cases}$

Câu 13.

Hướng dẫn giải: **Chọn B**

♦ TỰ LUẬN: Gọi $I(x_I; y_I)$ là tâm đối xứng của đồ thị. Khi đó ta có x_I là nghiệm của phương trình

$$y'' = 0 \Leftrightarrow \frac{-6x}{m} + 6m = 0 \Leftrightarrow x_I = m^2 \Rightarrow y_I = 2m^5 - 2 \Rightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \\ 2m^5 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

Câu 14.

Hướng dẫn giải: **Chọn C**

♦ TỰ LUẬN: Gọi $I(x_I; y_I)$ là điểm cố định của đồ thị.

Ta có: $y = x^3 + (m+1)x^2 - (2m^2 + 3m + 2)x + 2m(m+1) \Leftrightarrow$

$$2(1-x)m^2 + (2-3x+x^2)m + x^3 + x^2 - 2x - y = 0$$

Khi đó ta có I thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} 2(1-x) = 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x^3 + x^2 - 2x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow I(1; 0)$

Câu 15.

Hướng dẫn giải: **Chọn B**

♦ TỰ LUẬN: Gọi $I(x_I; y_I)$ là điểm cố định của đồ thị.

Ta có: $(C_m): y = x^3 - 2m^2x^2 + 3mx + 2m^2 - 3m + 1 \Leftrightarrow 2(1-x^2)m^2 + 3(x-1)m + x^3 + 1 - y = 0$

Khi đó ta có I thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} 2(1-x^2) = 0 \\ x - 1 = 0 \\ x^3 + 1 - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow I(1; 2)$

Câu 16.

Hướng dẫn giải: **Chọn D**

♦ TỰ LUẬN: Gọi $I(x_I; y_I)$ là điểm cố định của đồ thị.

Ta có: $(C_m): y = x^3 - (2m+2)x^2 + (m^2 + 4m - 1)x - 2m^2 + 2$

$$\Leftrightarrow (x-2)m^2 + (4x-2x^2)m + x^3 - 2x^2 - x + 2 - y = 0$$

Khi đó ta có I thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} x - 2 = 0 \\ 4x - 2x^2 = 0 \\ x^3 - 2x^2 - x + 2 - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow I(2; 0)$

Câu 17.

Hướng dẫn giải: **Chọn A**

♦ TỰ LUẬN: $y = x^4 - (m+1)x^2 + m \Leftrightarrow m(-x^2 + 1) + x^4 - x^2 - y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 1 = 0 \\ y = x^4 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow A(1; 0) \\ x = -1 \Rightarrow B(-1; 0) \end{cases}$

Vậy $AB = 2$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 18.

Hướng dẫn giải: **Chọn B**

♦ Tự luận: $y = x^4 - 2x^2 - 2 \Rightarrow A(0; -2), B(1; -3), C(-1; -3)$

$$\text{Khi đó: } S_{\Delta MBC} = \frac{1}{2}d(M, BC).BC = 2 \Leftrightarrow d_{(M, BC)} = 2 = |y_M - y_B| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y_M - 5 \text{ (ktm)} \\ y_M = -1 \text{ (tm)} \end{cases}$$

$$\text{Hoành độ điểm M là nghiệm của pt: } x^4 - 2x^2 - 2 = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 + \sqrt{2} \\ x^2 = 1 - \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow x = \pm\sqrt{1 + \sqrt{2}}$$

Vậy có hai điểm M thỏa mãn.

♦ Trắc nghiệm: .

Câu 19. d Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 4(C)$ sao cho tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M song song với đường thẳng $y = 4x + \sqrt{3}$

Hướng dẫn giải: **Chọn B**

♦ Tự luận:

Số hoành độ tiếp điểm là số nghiệm của phương trình sau:

$$-4x^3 + 8x = 4 \Leftrightarrow x^3 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Vậy có ba điểm M thỏa mãn.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 20.

Hướng dẫn giải: **Chọn C**

♦ Tự luận: Dựa vào hình dạng đồ thị: $a > 0, x \rightarrow y = c > 0$ có hai cực trị nên $ab < 0 \rightarrow b < 0$

Giả sử hoành độ sắp thứ tự: $-\sqrt{t_2} < -\sqrt{t_1} < \sqrt{t_1} < \sqrt{t_2}$

$$\text{Khi đó, ta có } -\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1} = -2\sqrt{t_1} \Leftrightarrow t_2 = 9t_1 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 + t_2 = 10t_1 = -\frac{b}{a} \\ t_1 t_2 = 9t_1^2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 100t_1^2 = \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{100}{9} = \frac{b^2}{ac} \Rightarrow 9b^2 = 100ac \\ 9t_1^2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Câu 21. Hướng dẫn giải: **Chọn B**

♦ Tự luận: Cho hai hàm số $y = -\frac{1}{2}x^4 + 2x^2 - \frac{1}{2}$ (C) và $y = -\frac{1}{2}(x^2 + 1)$ (P). Hai đồ thị hàm số (P) và (C) tiếp xúc nhau tại bao nhiêu điểm?

Nhiều học sinh thường hay hiểu nhầm giữa số điểm tiếp xúc và số giao điểm.

Điều kiện tiếp xúc của hai đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ là:
$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases}$$

Ta có: $-\frac{1}{2}x^4 + 2x^2 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}(x^2 + 1) \Leftrightarrow -x^4 + 5x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$

Kiểm tra chỉ có $f'(0) = g'(0)$. Do vậy hai đồ thị tiếp xúc nhau tại một điểm.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 22.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: Đặt: $A = f(x) = x^4 - 2x^2 - 2 \geq -3$

Phương trình đã cho: $A^4 - 2A^2 - 2 + 4A^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow A^4 + 2A^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A^2 = 2 \\ A^2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 = 2 \\ A_2 = -\sqrt{2} \end{cases}$

Ta có: $x^4 - 2x^2 - 2 = \sqrt{2} \Rightarrow 2$ nghiệm.

$x^4 - 2x^2 - 2 = -\sqrt{2} \Rightarrow 2$ nghiệm.

Vậy phương trình có 4 nghiệm.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 23.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Ta có $y' = x^3 - 2mx, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2m \end{cases}$

Để hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow m > 0$.

Khi đó đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là: $B(0; m^2), E(\sqrt{2m}; 3m^2), F(-\sqrt{2m}; 3m^2)$

Parabol đi qua 3 điểm B, E, F có phương trình là: $y = mx^2 + m^2$ (P)

(P) đi qua A $\Leftrightarrow m^2 + 2m - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -6(\text{loại}) \end{cases}$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 24.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

(I). Nếu $ab < 0$ thì (C) luôn có ba điểm cực trị. \rightarrow đúng. Vì $y' = 2x(ax^2 + b), y' = 0$ luôn có 3 nghiệm phân biệt.

(II). Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành tại điểm $A(0; c)$. \rightarrow sai.

(III). Hàm số đã cho luôn đồng biến trên \square khi $a, b > 0$. \rightarrow sai.

(IV). Hàm số luôn có cực trị. \rightarrow đúng. Vì hoặc là có 1 cực trị hoặc 3 cực trị.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 25. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ TỰ LUẬN: Tiếp tuyến Δ của (C) tại điểm có hoành độ x_0 của đồ thị có hệ số góc $k = y'(x_0) = x_0^2 - 4x_0 + 1$.

Do tiếp tuyến song song với $y = -2x + 5$ nên

$$x_0^2 - 4x_0 + 1 = -2 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \Rightarrow y = -2x + \frac{10}{3} \\ x_0 = 3 \Rightarrow y = -2x + 2 \end{cases}$$

Câu 26. Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ TỰ LUẬN: Tiếp tuyến Δ của (C) tại điểm có hoành độ x_0 của đồ thị có hệ số góc $k = -9 \Leftrightarrow y'(x_0) = -9 \Leftrightarrow x_0^2 + 6x_0 = -9 \Leftrightarrow x_0 = -3 \Rightarrow y - 16 = -9(x + 3)$.

Câu 27. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ TỰ LUẬN: Tiếp tuyến Δ của (C) tại điểm có hoành độ x_0 của đồ thị có hệ số góc $k = y'(x_0) = \frac{-2}{(x-1)^2}$.

Tiếp tuyến song song với

$$\Delta: y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow k = -2 \Leftrightarrow \frac{-2}{(x_0-1)^2} = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \Rightarrow \Delta: y = -2x + 7 \\ x_0 = 0 \Rightarrow \Delta: y = -2x - 1 \end{cases}$$

Câu 28. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ TỰ LUẬN: Tiếp tuyến Δ của (C) tại điểm có hoành độ x_0 của đồ thị có hệ số góc $k = y'(x_0) = 6x_0^2 - 8x_0 + 1$.

$$\text{Do } (\Delta, Ox) = 45^\circ \text{ nên } \begin{cases} 6x_0^2 - 8x_0 + 1 = 1 \\ 6x_0^2 - 8x_0 + 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \Rightarrow \Delta: y = x \\ x_0 = \frac{4}{3} \Rightarrow \Delta: y = x - \frac{64}{27} \\ x_0 = 1 \Rightarrow \Delta: y = -x \\ x_0 = \frac{1}{3} \Rightarrow \Delta: y = -x + \frac{8}{27} \end{cases}$$

Câu 29.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ TỰ LUẬN: Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x_0 \left(x_0 \neq \frac{-1}{2} \right)$ là:

$$\Delta: y = y'(x_0)(x - x_0) + y(x_0) \Leftrightarrow \Delta: y = \frac{-3}{(2x_0 + 1)^2}(x - x_0) + \frac{1 - x_0}{2x_0 + 1}$$

$$\Leftrightarrow \Delta: 3x + (2x_0 + 1)^2 y + 2x_0^2 - 4x_0 - 1 = 0.$$

$$d(I; \Delta) = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \frac{3|2x_0 + 1|}{\sqrt{9 + (2x_0 + 1)^4}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow (2x_0 + 1)^4 - 10(2x_0 + 1)^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (2x_0 + 1)^2 = 1 \\ (2x_0 + 1)^2 = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \Rightarrow \Delta: y = -3x + 1 \\ x_0 = -1 \Rightarrow \Delta: y = -3x - 5 \\ x_0 = 1 \Rightarrow \Delta: y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \\ x_0 = -2 \Rightarrow \Delta: y = -\frac{1}{3}x - \frac{5}{3} \end{cases} .$$

Câu 30.

Hướng dẫn giải: **Chọn B**

♦ Tự luận: Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ x_0 ($x_0 \neq -1$) là

$$\Delta: y = y'(x_0)(x - x_0) + y(x_0) \Leftrightarrow \Delta: y = -\frac{5}{(x_0 + 1)^2}(x - x_0) + \frac{3 - 2x_0}{x_0 + 1}$$

$$\Leftrightarrow \Delta: 5x + (x_0 + 1)^2 y + 2x_0^2 - 6x_0 - 3 = 0.$$

Δ cách đều các điểm A và B

$$\Leftrightarrow d(A; \Delta) = d(B; \Delta) \Leftrightarrow \frac{|-35 + 6(x_0 + 1)^2 + 2x_0^2 - 6x_0 - 3|}{\sqrt{25 + (x_0 + 1)^4}} = \frac{|-15 + 10(x_0 + 1)^2 + 2x_0^2 - 6x_0 - 3|}{\sqrt{25 + (x_0 + 1)^4}}$$

$$\Leftrightarrow |4x_0^2 + 3x_0 - 16| = |6x_0^2 + 7x_0 - 4| \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + 2x_0 + 6 = 0 (VN) \\ x_0^2 + x_0 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \Rightarrow \Delta: y = \frac{-5}{4}x + \frac{7}{4} \\ x_0 = -2 \Rightarrow \Delta: y = -5x - 17 \end{cases}$$

Câu 31.

Hướng dẫn giải: **Chọn A**

♦ Tự luận: Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ x_0 ($x_0 \neq 1$) là:

$$\Delta: y = y'(x_0)(x - x_0) + y(x_0)$$

$$\Leftrightarrow \Delta: y = \frac{-3}{(x_0 - 1)^2}(x - x_0) + 2 + \frac{3}{x_0 - 1} \Leftrightarrow 3x + (x_0 - 1)^2 y - 2x_0^2 + x_0 - 5 = 0$$

$$d(I; \Delta) = \frac{6|x_0 - 1|}{\sqrt{9 + (x_0 - 1)^4}} = \frac{6}{\sqrt{\frac{9}{(x_0 - 1)^2} + (x_0 - 1)^2}} \leq \frac{6}{\sqrt{2\sqrt{9}}} = \sqrt{6}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \frac{9}{(x_0 - 1)^2} = (x_0 - 1)^2 \Leftrightarrow (x_0 - 1)^2 = 3 \Leftrightarrow x_0 = -1 \pm \sqrt{3}$$

♦ Trắc nghiệm: Phương pháp thử.

Câu 32.

Hướng dẫn giải: **Chọn D**

♦ Tự luận: Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ x_0 ($x_0 \neq -1$) là:

$$\Delta: y = y'(x_0)(x - x_0) + y(x_0)$$

$$\Leftrightarrow \Delta: y = \frac{2}{(x_0 + 1)^2}(x - x_0) + \frac{2x_0}{x_0 + 1} \Leftrightarrow \Delta: y = \frac{2x}{(x_0 + 1)^2} + \frac{2x_0^2}{x_0 + 1}$$

$$A = \Delta \cap Ox \Rightarrow A(-x_0^2; 0), B = \Delta \cap Oy \Rightarrow B\left(0; \frac{2x_0^2}{(x_0 + 1)^2}\right)$$

$$\text{Do đó } S_{\Delta OAB} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{x_0^4}{(x_0 + 1)^2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 33.

Hướng dẫn giải: Chọn B

Câu 1 và câu 2 đúng.

Câu 34.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Hai đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ và $y = mx^2 - 3$ tiếp xúc nhau khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^4 - 2x^2 + 1 = mx^2 - 3 \\ 4x^3 - 4x = 2mx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - (m+2)x^2 + 4 = 0 \\ x = 0 \\ 2x^2 - 2 - m = 0 \end{cases}$$

Khi $x = 0, (1) \Leftrightarrow 4 = 0$ loại.

$$\text{Khi } x^2 = \frac{m+2}{2}, (1) \Leftrightarrow \left(\frac{m+2}{2}\right)^2 - (m+2)\left(\frac{m+2}{2}\right) + 4 = 0$$

$$\begin{cases} m = 2 \\ m = -6 \end{cases}$$

Thử lại, với

Với $m = 2$, hệ có nghiệm $x = \pm\sqrt{2}$

Với $m = -6$, hệ vô nghiệm.

♦ Trắc nghiệm: thay lần lượt từng đáp án vào hệ phương trình, đáp án nào cho ra nghiệm thì nhận.

Câu 35.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

$$(P): y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$$

Điều kiện để (P) tiếp xúc với d là phương trình: $ax^2 + bx + c = (2m+1)x - m^2$ có nghiệm kép $\forall m$

$$\Leftrightarrow ax^2 - (2m+1-b)x + m^2 + c = 0 \text{ có nghiệm kép } \forall m \Leftrightarrow \Delta = 0, \forall m$$

$$\Leftrightarrow (2m+1-b)^2 - 4a(m^2+c) = 0, \forall m \Leftrightarrow 4(1-a)m^2 + 4m(1-b) + (1-b)^2 - 4ac = 0, \forall m \quad (*)$$

Để phương trình (*) có nghiệm với mọi giá trị của m thì các hệ số phải bằng 0

$$\begin{cases} 1-a=0 \\ 1-b=0 \\ (1+b)^2 - 4ac = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=0 \end{cases}$$

Ta có: $z = i(3i+1) = -3+i \Leftrightarrow \bar{z} = -3-i$.

♦ Trắc nghiệm:

Vì đúng với mọi m nên thay m bằng bất cứ giá trị nào vào phương trình $ax^2+bx+c=(2m+1)x-m^2$ và thay lần lượt đáp án vào. Nếu phương trình nào có nghiệm kép thì nhận.

Câu 36.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Trắc nghiệm: bấm máy mode 5 4. nhập từng phương trình, phương trình nào có 3 nghiệm thực, hoặc 1 nghiệm thực và 2 nghiệm phức đều không tiếp xúc.

Câu 37.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Đồ thị của hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tiếp xúc với trục hoành tại gốc tọa độ và cắt đường thẳng $x = 1$ tại điểm có tung độ bằng 3 khi

$$\text{*tiếp xúc với trục hoành tại gốc tọa độ} \Leftrightarrow \begin{cases} f(0) = 0 \\ f'(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\text{* } A(1;3) \text{ thuộc đồ thị} \Leftrightarrow 1 + a + b + c = 3$$

Vậy $b=2$.

♦ Trắc nghiệm: Thay lần lượt đáp án, đáp án nào ra 2 nghiệm hoặc 1 nghiệm là 0 thì nhận đáp án đó.

Tiếp tục kiểm tra xem $f(x_0).f(0)$, kết quả nào bằng 0 thì nhận (với x_0 là nghiệm của phương trình khi thay đáp án .

Câu 38.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

$$(x-2)(x^2 - mx + m) = 0(*)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(1) \\ g(x) = x^2 - mx + m = 0(2) \end{cases}$$

tiếp xúc với trục hoành khi (*) có nghiệm kép $x = 2$ hoặc (2) có nghiệm kép.

$$\begin{cases} g(2) = 0 \\ \Delta_g = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m^2 - 4m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 0 \end{cases}$$

Trắc nghiệm:

Thay lần lượt các giá trị của tham số m xem phương trình nào có 2 nghiệm hoặc 1 nghiệm thực và không có nghiệm phức thì nhận đáp án đó

Câu 39.**Hướng dẫn giải:** Chọn B

Tìm m để đồ thị của hàm số $y = \frac{(2m-1)x - m^2}{x-1}$ tiếp xúc với đường thẳng $y = x$

$$\begin{cases} \frac{(2m-1)x - m^2}{x-1} = x \\ \frac{m^2 - 2m + 1}{(x-1)^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x = (2m-1)x - m^2 \\ \frac{(m-1)^2}{(x-1)^2} = 1 \end{cases}$$

có nghiệm khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2mx + m^2 = 0 \\ m-1 = x-1 \\ m-1 = 1-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m \\ x = 2-m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ m \neq 1 \text{ (do } x \neq 1) \end{cases}$$

Vậy với mọi giá trị m khác 1, thì hai đồ thị trên tiếp xúc nhau

Câu 40.**Hướng dẫn giải:** Chọn C

Nhận xét thấy đồ thị có hình dạng có hai cực tiểu và một cực đại. Vậy muốn tiếp xúc với trục hoành tại hai điểm phân biệt thì trục hoành phải đi qua hai cực tiểu.

$$y' = 4x^3 - 8x, y = x^4 - 4x^2 + m$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \Rightarrow y = -4 + m \\ x = -\sqrt{2} \Rightarrow y = -4 + m \end{cases}$$

$$A(\sqrt{2}; -4 + m); B(-\sqrt{2}; -4 + m)$$

A, B là hai điểm cực tiểu

$$\text{Nên } -4 + m = 0 \Leftrightarrow m = 4$$

Trắc nghiệm:

Thay m bằng các đáp án trên vào phương trình $t^2 - 4t + m = 0$, đáp án nào có nghiệm kép thì nhận.