

HƯỚNG DẪN GIẢI

DẠNG ?. NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ

Câu 1.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ TỰ LUẬN: Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1$

Câu 2.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ TỰ LUẬN: Dựa vào đồ thị ta thấy trên $[-2; 3]$ ta có giá trị của hàm số nhỏ nhất là -2, lớn nhất là 3 nên $\min_{[-2;3]} f(x) = -2$ và $\max_{[-2;3]} f(x) = 3$.

Câu 3.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ TỰ LUẬN: Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 4.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ TỰ LUẬN: Dựa vào đồ thị ta có tiệm cận đứng $x = -2$ và hướng của đồ thị đi lên theo chiều từ trái sang phải nên chọn đáp án B.

Câu 5.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ TỰ LUẬN: $y' = -3x^2 + 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

BBT

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$		-2		2		$+\infty$

Từ BBT chọn đáp án B.

♦ Trắc nghiệm: Do hàm số là hàm số bậc 3 và có hệ số $a < 0$ nên loại đáp án C, D.

$y' = -3x^2 + 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1, y(1) = -2 \Rightarrow$ Đáp án đúng là B.

Câu 6.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ TỰ LUẬN: $y = x^4 - 2x^2 + 2$

$\Rightarrow y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases} \Rightarrow$ BBT

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		1		2		1		$+\infty$

Từ BBT chọn B.

♦ Trắc nghiệm: Hình dáng đồ thị là của hàm số bậc 4 $y = ax^4 + bx^2 + c$ và đồ thị có bề lõm quay lên nên $a > 0$, vậy loại đáp án A.

Đồ thị hàm số giao với trục Oy tại điểm $(0;2) \Rightarrow c = 2$, vậy loại đáp án D.

Từ đồ thị hàm số đạt cực trị tại $\begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$,

Đáp án C có $y' = 4x^3 - 8x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow$ Đáp án đúng là B.

Câu 7.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

+ Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 1 \Rightarrow \frac{a}{c} = 1 \Rightarrow$ loại đáp án C.

+ Đồ thị hàm số giao với trục Oy tại điểm $(0;2)$ nên đáp án đúng là A.

Câu 8.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

+ Đồ thị có nhánh đầu tiên đi xuống nên $a < 0$

+ Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$

+ Hàm số đạt cực trị tại hai điểm có hoành độ dương nên PT $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có hai nghiệm

$$\text{dương phân biệt} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow b > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow c < 0 \end{cases}$$

\Rightarrow Đáp án đúng là C.

Câu 9. Đồ thị trên là đồ thị hàm trùng phương, có $a > 0, a.b < 0$. Nên chọn A

Câu 10. Đồ thị của hàm số bậc 3, có $a > 0$, đi qua điểm $(0;1)$. Nên chọn B.

Câu 11. Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 1$, đi qua điểm $(0;-1)$. Nên chọn A.

Câu 12. Đồ thị hàm bậc 3 có $a > 0$, phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép $x = 1$. Nên chọn D.

Câu 13. Đồ thị trên là đồ thị hàm trùng phương, có $a > 0$, đi qua điểm $(0;-1)$. Nên chọn B.

Câu 14. Đồ thị trên là đồ thị hàm trùng phương, có $a > 0$, đi qua điểm $(0;0)$. Nên chọn B.

Câu 15. Đồ thị trên là đồ thị hàm trùng phương, có $a < 0, a.b < 0$. Nên chọn C.

Câu 16. Đồ thị hàm bậc 3 có $a > 0$, phương trình $y' = 0$ vô nghiệm $\Rightarrow b^2 - 3ac < 0$, qua điểm $(1;0)$. Nên chọn D.

Câu 17. Đồ thị trên là đồ thị hàm bậc 2, có $a > 0$, đi qua điểm $(0;5), (1;0)$. Nên chọn C.

Câu 18.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Tự luận: Đồ thị hàm số có dạng của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Đồ thị có các điểm cực trị $(0;2)$ và $(2;-2)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} y(0) = d = 2 \\ y'(0) = c = 0 \\ y(2) = 8a + 4b + 2c + d = -2 \\ y'(2) = 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases}.$$

Vậy $y = x^3 - 3x + 2$.

Trắc nghiệm:

Đồ thị hàm số có dạng bậc 3 nên loại D. Đường cong đi dưới lên (Hoặc nhánh cuối đi lên) nên $a > 0$ nên loại C. Đồ thị có điểm cực trị $(0;2)$ nên chọn A.

Câu 19.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Tự luận: Đồ thị hàm số có dạng của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$

Đồ thị có các điểm cực trị $(0;-2)$ và $(1;-3)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} y(0) = c = -2 \\ y(1) = a + b + c = -3 \\ y'(1) = 4a + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -2 \end{cases}.$$

Vậy $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

Trắc nghiệm: Đồ thị có dạng hàm số trùng phương và đồ thị nhánh cuối đi lên nên chọn A.

Câu 20.

Hướng dẫn giải: Chọn D

Tự luận: Đồ thị hàm số có dạng của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ac \neq 0; ad - bc \neq 0$)

$$\begin{cases} y(0) = \frac{b}{d} = -1 \\ \frac{a}{c} = 2 \\ -\frac{d}{c} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow a = -2b = 2c = 2d.$$

Vậy $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Trắc nghiệm: Đồ thị có tiệm cận đứng $x = -1$ nên loại A và C.

Đồ thị đi qua điểm $(0;-1)$ nên chọn D.

Câu 21.**Hướng dẫn giải:** Chọn A**Tự luận:** Ta có: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$);

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c.$$

Gọi $x_1; x_2$ là các điểm cực trị của hàm số.

$$\text{Theo bài ra ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^3 + bx^2 + cx + d) = -\infty \\ y(0) = d < 0 \\ x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} > 0 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \\ d < 0 \end{cases}$$

Trắc nghiệm:Đồ thị có nhánh cuối đi xuống nên $a < 0$.Tổng hoành độ hai điểm cực trị dương nên $-\frac{b}{a} > 0$ mà $a < 0$ nên $b > 0$ Hoành độ hai điểm cực trị trái dấu $\frac{c}{a} < 0$ mà $a < 0$ nên $c > 0$

Chọn A.

Câu 22.**Hướng dẫn giải:** Chọn B**Tự luận:** Ta có: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$);

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$y'' = 6ax + 2b$$

$$\text{Theo bài ra ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^3 + bx^2 + cx + d) = +\infty \\ b^2 - 3ac = 0 \\ -\frac{b}{3a} = 1 > 0 \\ y(0) = d < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \\ c > 0 \\ d < 0 \end{cases}$$

Trắc nghiệm:Đồ thị có nhánh cuối đi lên nên $a > 0$.Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$

Đối chiếu bốn phương án chỉ có phương án B thỏa mãn.

Câu 23.**Hướng dẫn giải:** Chọn B**Tự luận:** Ta có: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$);

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c.$$

Gọi $x_1; x_2$ là các điểm cực trị của hàm số.

$$\text{Theo bài ra ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^3 + bx^2 + cx + d) = +\infty \\ y(0) = d < 0 \\ x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} < 0 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c < 0 \\ d < 0 \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} b > 0 \\ cd > 0 \end{cases}$$

Trắc nghiệm:Đồ thị nhận thấy ngay $a > 0$ và $d < 0$.Tổng hoành độ hai điểm cực trị dương nên $-\frac{b}{a} < 0$ mà $a > 0$ nên $b > 0$ Hoành độ hai điểm cực trị trái dấu $\frac{c}{a} < 0$ mà $a > 0$ nên $c < 0$ **Câu 24.****Hướng dẫn giải:** Chọn A**Tự luận:** Ta có: $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$);

$$y' = 4ax^3 + 2bx.$$

$$\text{Theo bài ra ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^4 + bx^2 + c) = +\infty \\ y(0) = c < 0 \\ x^2 = \frac{-b}{2a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

Trắc nghiệm:Đồ thị có nhánh cuối đi lên nên $a > 0$.Đồ thị có 3 cực trị nên $ab < 0$ mà $a > 0$ nên $b < 0$ Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$

Chọn A.

Câu 25.

Hướng dẫn giải: Chọn D

Tự luận: Ta có: $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$);

$$y' = 4ax^3 + 2bx.$$

Theo bài ra ta có:
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^4 + bx^2 + c) = -\infty \\ y(0) = c > 0 \\ x^2 = \frac{-b}{2a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{cases}$$

Trắc nghiệm:

Đồ thị có nhánh cuối đi lên xuống nên $a < 0$.

Đồ thị có 3 cực trị nên $ab < 0$ mà $a < 0$ nên $b > 0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.

Chọn D.

Câu 26.

Hướng dẫn giải: Chọn C.

♦ Tự luận:

Từ hình dạng của đồ thị suy ra $a > 0$. Do đó loại A và D.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(0; 2)$ nên loại phương án C.

♦ Trắc nghiệm: làm như tự luận.

Câu 27.

Hướng dẫn giải: Chọn D.

♦ Tự luận:

Đồ thị hàm số có TCN là $y = 2$, TCD là $x = -1$.

♦ Trắc nghiệm: làm như tự luận.

Câu 28.

Hướng dẫn giải: Chọn C.

♦ Tự luận:

Từ đồ thị hàm số suy ra TCN là $y = \frac{a}{c} > 0$ và TCD là $x = -\frac{d}{c} > 0$.

Từ đó suy ra $ac > 0, dc < 0$ nên phương án sai là C.

Giải thích thêm: Đồ thị hàm số đi qua điểm $M\left(0; \frac{b}{d}\right)$ với $\frac{b}{d} < 0$ nên $bd < 0$. Vì $dc < 0$ và $bd < 0$ nên

$dc \cdot bc < 0$, suy ra $bd < 0$.

♦ Trắc nghiệm: làm như tự luận.

Câu 29.

Hướng dẫn giải: Chọn B.

♦ Tự luận:

TCN: $y = \frac{a}{c} > 0$ suy ra $ac > 0$ (1). TCD $x = -\frac{d}{c} < 0$, suy ra $dc > 0$. (2)

Đồ thị hàm số qua $\left(0; \frac{b}{d}\right)$ với $\frac{b}{d} < 0$, suy ra $bd < 0$. (3).

Từ (1)(2), suy ra $ad > 0$. (4)

Từ (3)(4), suy ra $ab < 0$.

♦ Trắc nghiệm: làm như tự luận.

Câu 30.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Từ đồ thị suy ra $a > 0$ nên loại D. Đồ thị hàm số đi qua $(0; 2)$ nên loại B. Đồ thị hàm số có ba cực trị nên loại C.

♦ Trắc nghiệm: làm như tự luận.

Câu 31.

Hướng dẫn giải: Chọn B.

♦ Tự luận:

Từ đồ thị hàm số suy ra $a > 0$.

Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$. Hàm số có ba cực trị khi phương trình $2ax^2 = -b$ có hai nghiệm phân biệt khác 0; điều này xảy ra khi $b < 0$.

♦ Trắc nghiệm: làm như tự luận.

Câu 32.

Hướng dẫn giải: Chọn D.

♦ Tự luận:

Tương tự câu 6, suy ra $a < 0$, $b > 0$. Đồ thị hàm số cắt Oy tại $(0; c)$ và $c > 0$.

♦ Trắc nghiệm: làm như tự luận.

Câu 33.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên các đoạn $[a; b]$ và $[b; c]$, lại có $f(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)$.

Do đó diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $\begin{cases} y = f'(x) \\ y = 0 \\ x = a \\ x = b \end{cases}$ là:

$$S_1 = \int_a^b |f'(x)| dx = - \int_a^b f'(x) dx = -f(x) \Big|_a^b = f(a) - f(b).$$

$$\text{Vì } S_1 > 0 \Rightarrow f(a) > f(b) \quad (1)$$

Tương tự: diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $\begin{cases} y = f'(x) \\ y = 0 \\ x = b \\ x = c \end{cases}$ là:

$$S_2 = \int_b^c |f'(x)| dx = \int_b^c f'(x) dx = f(x) \Big|_b^c = f(c) - f(b).$$

$$S_2 > 0 \Rightarrow f(c) > f(b) \quad (2).$$

$$\text{Mặt khác, dựa vào hình vẽ ta có: } S_1 < S_2 \Leftrightarrow f(a) - f(b) < f(c) - f(b) \Leftrightarrow f(a) < f(c) \quad (3).$$

Từ (1), (2) và (3) ta **chọn đáp án A**.

♦ Trắc nghiệm: làm như tự luận.