

CHUYÊN ĐỀ ỨNG DỤNG CỦA ĐẠO HÀM

3. TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

DẠNG 1. TÌM KHOẢNG ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

GV: Phạm Toàn

Câu 1. (Đề minh họa thi THPT Quốc Gian lần 1 năm 2017) Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; -\frac{1}{2})$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\frac{1}{2}; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 2. (Thi thử chuyên KHTN -HN lần 2 năm 2017) Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**.

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 3. (THPT Lê Hồng Phong lần 1) Khoảng đồng biến của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là

- A. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. B. $(-2; 0)$. C. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Câu 4. (THPT Kim Liên lần 1) Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **đúng**.

- A. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} . B. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.
C. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} . D. Hàm số có duy nhất một cực trị.

Câu 5. (THPT Kim Liên lần 1) Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. $\log_{\frac{\sqrt{3}}{3}} x$. B. $\log_{\frac{\pi}{3}} x$. C. $\log_{\frac{e}{3}} x$. D. $\log_{\frac{\pi}{4}} x$.

Câu 6. (Chuyên Sơn La lần 1) Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x}$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(0; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 7. (THPT Nguyễn Thị Minh Khai) Hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^2(x+2)$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**.

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(0; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 8. (Sư Phạm Hà Nội lần 2) Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{1+x^2}$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**.

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

GV: Trần Minh Thảo

Câu 9. (Sở GD và ĐT Vĩnh Phúc lần 2) Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(0; 2)$. B. $(1; 2)$. C. $(0; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 10. (Chuyên KHTN lần 3) Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$. Mệnh đề nào **đúng**.

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 11. (Yên Lạc –Trần Phú Vĩnh Phúc lần 4) Hàm số $y = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & (\forall x \geq 0) \\ x + 3 & (\forall x < 0) \end{cases}$ nghịch

biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 12. (Lương Tài – Bắc Ninh lần 1) Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, hàm số nào là hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

A. $y = \frac{2x-1}{x+2}$.

B. $y = x^3 + 3x + 2$.

C. $y = \frac{1}{4}x^4 + x^2$.

D. $y = -x^3 - x + 2$.

Câu 13. (Chuyên Thái Bình –lần 2) Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $y = x + \log_2 x$.

B. $y = x + \log_2 \frac{1}{x}$.

C. $y = x^2 + \log_2 x$.

D. $y = \log_2 x$.

Câu 14. (Chuyên ĐHSPT) Hàm số $y = \log_{0,5}(-x^2 + 2x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(1; 2)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(1; +\infty)$.

Câu 15. (KHTN lần 4) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(1; 2)$.

Câu 16. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định) Hàm số $y = \ln(x+2) + \frac{3}{x+2}$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(\frac{1}{2}; 1)$.

D. $(-\frac{1}{2}; +\infty)$.

DẠNG 2. TÌM GIÁ TRỊ CỦA THAM SỐ ĐỂ HÀM SỐ ĐƠN ĐIỆU TRÊN MỘT TẬP K

GV: Lê Thanh Lvh

Câu 17. (Chuyên Bến Tre) Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x - m$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $(-\infty; -2]$.

B. $[2; +\infty)$.

C. $[-2; 2]$.

D. $(-\infty; -2)$.

Câu 18. (THPT Can Lộc- Hà Tĩnh) Giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định là:

- A. $-2 < m < 2$. B. $-2 < m \leq -1$. C. $-2 \leq m \leq 2$. D. $-2 \leq m \leq 1$.

Câu 19. (THPT An Nhơn 1-Bình Định) Hàm số $y = 2mx + \sin x$ đồng biến trên tập số thực khi và chỉ khi giá trị của m là:

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m \geq \frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$. D. $m \geq -\frac{1}{2}$.

Câu 20. (THPT AMSTERDAM Hà Nội) Trong tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - mx - m$ đồng biến trên \mathbb{R} , giá trị nhỏ nhất của m là:

- A. 4. B. -1. C. 0. D. 1.

Câu 21. (THPT AMSTERDAM Hà Nội) Xác định các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - m$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

- A. $m \geq \frac{1}{2}$. B. $m < \frac{1}{2}$. C. $m \leq 0$. D. $m \geq 0$.

Câu 22. (THPT Kim Liên- Hà Nội) Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{3^{-x}-3}{3^{-x}-m}$ nghịch biến trên $(-1;1)$.

- A. $m < \frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3} < m < 3$. C. $m \leq \frac{1}{3}$. D. $m > 3$.

Câu 23. (Chuyên Phan Bội Châu) Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = 2^{x^3-x^2+mx}$ đồng biến trên $[1,2]$.

- A. $m > \frac{1}{3}$. B. $m \geq \frac{1}{3}$. C. $m \geq -1$. D. $m > -8$.

Câu 24. (Chuyên Đại Học Vinh) Các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 - 3x + 2$ nghịch biến trên \mathbb{R} và đồ thị của nó không có tiếp tuyến song song với trục hoành là

- A. $-1 < m < 0$. B. $-1 \leq m \leq 0$. C. $-1 \leq m < 0$. D. $-1 < m \leq 0$.

GV: Nguyễn Văn Phùng

Câu 25. (Chuyên Bến Tre – Lần1)

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x - m$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. $(-\infty; -2]$. B. $[2; +\infty)$. C. $[-2; 2]$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 26. (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An – lần 1)

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = mx^3 + mx^2 + (m-2)x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Một học sinh đã giải như sau.

Bước 1. Ta có $y' = 3mx^2 + 2mx + (m-2)$.

Bước 2. Yêu cầu bài toán tương đương với $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3mx^2 + 2mx + (m-2) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Bước 3. $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 6m - 2m^2 \leq 0 \\ a = 3m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 3 \Leftrightarrow m < 0. \\ m < 0 \end{cases}$

Vậy $m < 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Lời giải của học sinh trên là đúng hay sai? Nếu lời giải là sai thì sai từ bước nào?

A. Sai từ bước 1. B. Sai từ bước 2. C. Sai ở bước 3. D. Đúng.

Câu 27. (Chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa– Lần 1)

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$ luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó. Ta có kết quả:

A. $m < -2$ hoặc $m > 2$. B. $m = 2$. C. $-2 < m < 2$. D. $m = -2$.

Câu 28. (THPT Triệu Sơn 1 – Thanh Hóa)

Cho hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 - (2m^2 - 3m + 2)x + 2017$. Khi đó tập các giá trị của m để hàm đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là:

A. \emptyset . B. $\left(-2; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left[-2; \frac{3}{2}\right]$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 29. (Chuyên Sư Phạm Hà Nội – lần 2)

Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1} - mx - 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $(-\infty; 1)$. B. $[1; +\infty)$. C. $[-1; 1]$. D. $(-\infty; -1]$.

Câu 30. (THPT Đông Sơn 1 – Thanh Hóa – Lần 1)

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2017}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $1 \leq m \leq 2017$. B. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m \leq 2017$.
C. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2017$. D. $m \geq 0$.

Câu 31. (Chuyên Lương Văn Tụy – Ninh Bình)

Tìm m để hàm số $y = mx^3 - x^2 + 3x + m - 2$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$?

- A. $m = 0$. B. $m \geq \frac{1}{9}$. C. $m \geq -\frac{1}{3}$. D. $m \geq 0$.

Câu 32. (Chuyên Quang Trung – Bình Phước – Lần 3)

Cho hàm số $y = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1}$. Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

- A. $3e^3 + 1 \leq m < 3e^4 + 1$. B. $m \geq 3e^4 + 1$. C. $3e^2 + 1 \leq m \leq 3e^3 + 1$. D. $m < 3e^2 + 1$.

DẠNG 3. ỨNG DỤNG TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

GV: Lê Liên+ Việt

Câu 33. (Chuyên Phan Bội Châu lần 1) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_5(25^x - \log_5 m) = x$ có nghiệm duy nhất.

- A. $m = \frac{1}{\sqrt[4]{5}}$. B. $m = 1$. C. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m = \frac{1}{\sqrt[4]{5}} \end{cases}$. D. $m \geq 1$.

Câu 34. (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diêu) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $9^x - 2(m+1).3^x - 3 - 2m > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. m tùy ý. B. $m \neq -\frac{4}{3}$. C. $m < -\frac{3}{2}$. D. $m \leq -\frac{3}{2}$.

Câu 35. (THPT Chuyên Thái Bình lần 3) Bạn A có một đoạn dây dài $20m$. Bạn chia đoạn dây thành hai phần. Phần đầu uốn thành một tam giác đều. Phần còn lại uốn thành một hình vuông. Hỏi độ dài phần đầu bằng bao nhiêu để tổng diện tích hai hình trên là nhỏ nhất?

- A. $\frac{40}{9+4\sqrt{3}}m$. B. $\frac{180}{9+4\sqrt{3}}m$. C. $\frac{120}{9+4\sqrt{3}}m$. D. $\frac{60}{9+4\sqrt{3}}m$.

Câu 36. (Sở GD Bắc Ninh) Tập tất cả các giá trị của m để phương trình $2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là:

- A. $\left\{\frac{1}{2}; -1; \frac{3}{2}\right\}$. B. $\left\{-\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$. C. $\left\{\frac{1}{2}; 1; -\frac{3}{2}\right\}$. D. $\left\{\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$.

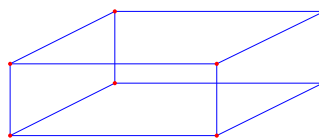
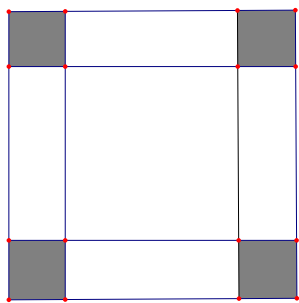
Câu 37. (THPT Nguyễn Đình Chiểu-Bình Định) Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện trên đất liền ở vị trí A đến một hòn đảo ở vị trí C theo đường gấp khúc ASC (S là một vị trí trên đất liền) như hình vẽ. Biết $BC = 1km$, $AB = 4km$, $1km$ dây điện đặt dưới nước có giá 5000USD, $1km$ dây điện đặt dưới đất có giá 3000USD. Hỏi điểm S cách A bao nhiêu để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là ít tốn kém nhất.

- A. $\frac{15}{4}km$. B. $\frac{13}{4}km$. C. $\frac{10}{4}km$. D. $\frac{19}{4}km$.

Câu 38. (Sư Phạm Hà Nội lần 2) Các giá trị thực của tham số m để phương trình: $12^x + (4-m).3^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(-1; 0)$ là:

- A. $m \in \left(\frac{17}{16}; \frac{5}{2}\right)$. B. $m \in [2; 4]$. C. $m \in \left(\frac{5}{2}; 6\right)$. D. $m \in \left(1; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 39. (Đề minh họa 2017 lần 1) : Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12cm . Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(\text{cm})$, rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



- A. $x = 6$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Câu 40. (Chuyên Đại học SP Hà Nội lần 2) Một xưởng sản xuất những thùng bằng kẽm hình hộp chữ nhật không có nắp và có các kích thước $x, y, z(\text{dm})$. Biết tỉ số hai cạnh đáy là: $x : y = 1 : 3$, thể tích của hộp bằng 18 lít. Để tốn ít vật liệu nhất thì kích thước của chúng là:

- A. $x = 2; y = 6; z = \frac{3}{2}$. B. $x = 1; y = 3; z = 6$.
 C. $x = \frac{3}{2}; y = \frac{6}{2}; z = \frac{3}{2}$. D. $x = \frac{1}{2}; y = \frac{3}{2}; z = 24$.

Câu 41. (THPT Chuyên Thái Bình lần 3) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt: $\log_3(1 - x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x + m - 4) = 0$.

- A. $\frac{-1}{4} < m < 0$. B. $5 \leq m \leq \frac{21}{4}$. C. $5 < m < \frac{21}{4}$. D. $\frac{-1}{4} \leq m \leq 2$.

Câu 42. (THPT Chuyên Thái Bình lần 3)

Hỏi phương trình $3.2^x + 4.3^x + 5.4^x = 6.5^x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 43. (THPT Chuyên Vinh lần 1)

Các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 - 3x + 2$ nghịch biến trên \mathbb{R} và đồ thị của nó không có tiếp tuyến song song với trục hoành là

- A. $-1 < m < 0$. B. $-1 \leq m \leq 0$. C. $-1 \leq m < 0$. D. $-1 < m \leq 0$.

Câu 44. (THPT Chuyên Vinh lần 1)

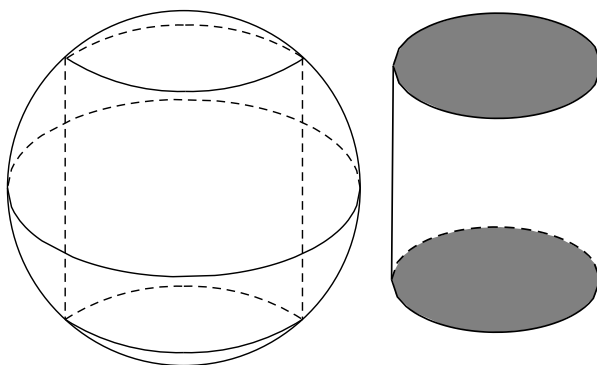
Số nghiệm của phương trình $\log_3|x^2 - \sqrt{2}x| = \log_5(x^2 - \sqrt{2}x + 2)$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 45. (SỞ HẢI PHÒNG) Trong tất cả các hình nón nội tiếp trong hình cầu có thể tích bằng 36π , tìm bán kính r của hình nón có diện tích xung quanh lớn nhất.

- A. $r = \frac{3}{2}$. B. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $r = 2\sqrt{2}$. D. $r = 3$.

Câu 46. (THPT Hà Huy Tập) Một khối đá có hình là một khối cầu có bán kính R , người thợ thợ thủ công mỹ nghệ cần cắt và gọt viên đá đó thành một viên đá cảnh có hình dạng là một khối trụ. Tính thể tích lớn nhất có thể của viên đá cảnh sau khi đã hoàn thiện.



- A. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{3}$. B. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{9}$. C. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{6}$. D. $\frac{3\sqrt{3}\pi R^3}{12}$.

Câu 47. (TT DIỆU HIỀN) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác OAB vuông ở A thuộc trục hoành, điểm B nằm trong góc phần tư thứ nhất và $OB = 2017$, $AOB = \alpha$, $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$. Khi quay tam giác OAB quanh trục Ox ta được một khối nón tròn xoay. Thể tích của khối nón đó lớn nhất khi:

- A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$. D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 48. (NGUYỄN VĂN TRỖI – KHÁNH HÒA) Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các-tông theo mẫu như hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), chiều cao h (cm) và có thể tích là $V = 500$ (cm³). Tìm x sao cho diện tích của mảnh các-tông là nhỏ nhất.

- A. $x = 8$ (cm). B. $x = 10$ (cm). C. $x = 12$ (cm). D. $x = 14$ (cm).

Câu 49. (LẠC LONG QUÂN – KHÁNH HÒA) Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}$ m³. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m². Khi đó, kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất là

- A. Chiều dài 20m chiều rộng 10m chiều cao $\frac{5}{6}$ m.
 B. Chiều dài 30m chiều rộng 15m chiều cao $\frac{10}{27}$ m.
 C. Chiều dài 10m chiều rộng 5m chiều cao $\frac{10}{3}$ m.
 D. Chiều dài 40m chiều rộng 20m chiều cao $\frac{5}{24}$ m.

Câu 50. (TÔN ĐỨC THẮNG – KHÁNH HÒA) Một màn ảnh chữ nhật cao 1,4 mét được đặt ở độ cao 1,8 mét so với tầm mắt (tính từ đầu mép dưới của màn hình). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định vị trí đó? (góc BOC gọi là góc nhìn)

- A. $AO = 2,4$ m. B. $AO = 2$ m.
 C. $AO = 2,6$ m. D. $AO = 3$ m.

Hết