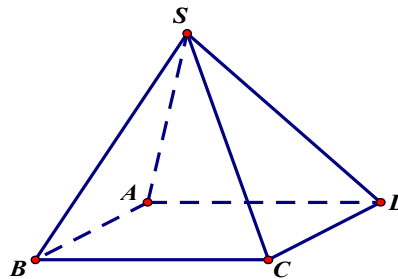


## CHƯƠNG II. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN.

- Câu 1:** Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?  
**A.** Ba điểm phân biệt. **B.** Một điểm và một đường thẳng.  
**C.** Hai đường thẳng cắt nhau. **D.** Bốn điểm phân biệt.
- Câu 2:** Trong không gian cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  cắt nhau. Đường thẳng  $c$  cắt cả hai đường thẳng  $a$  và  $b$ . Có bao nhiêu mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau  
 (I)  $a, b, c$  luôn đồng phẳng.  
 (II)  $a, b$  đồng phẳng.  
 (III)  $a, c$  đồng phẳng.  
**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 3:** Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?  
**A.** 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  và  $M$  là trung điểm  $SC$ . Gọi  $K$  là giao điểm của  $SD$  với mặt phẳng  $(AGM)$ . Tính tỉ số  $\frac{KS}{KD}$ .  
**A.**  $\frac{1}{2}$ . **B.**  $\frac{1}{3}$ . **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ .

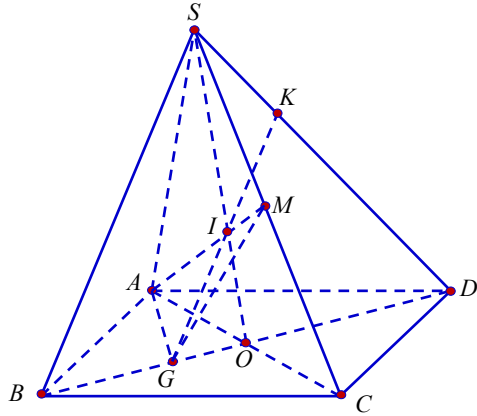


- A.** Là đường thẳng đi qua đỉnh  $S$  và tâm  $O$  đáy.  
**B.** Là đường thẳng đi qua đỉnh  $S$  và song song với đường thẳng  $BC$ .  
**C.** Là đường thẳng đi qua đỉnh  $S$  và song song với đường thẳng  $AB$ .  
**D.** Là đường thẳng đi qua đỉnh  $S$  và song song với đường thẳng  $BD$ .
- Câu 6:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $CD$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $MN$  cắt  $AD$  và  $BC$  lần lượt tại  $P, Q$ . Biết  $MP$  cắt  $NQ$  tại  $I$ . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?  
**A.**  $I, A, C$ . **B.**  $I, B, D$ . **C.**  $I, A, B$ . **D.**  $I, C, D$ .
- Câu 7:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang,  $AD \parallel BC$ ,  $AD = 3BC$ .  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AB, CD$ .  $G$  là trọng tâm  $\Delta SAD$ . Mặt phẳng  $(GMN)$  cắt hình chóp  $S.ABCD$  theo thiết diện là:  
**A.** Hình bình hành. **B.**  $\Delta GMN$ . **C.**  $\Delta SMN$ . **D.** Ngũ giác.

- Câu 8:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ , gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt các cạnh bên  $SA, SB, SC, SD$  tung ứng tại các điểm  $M, N, P, Q$ . Khẳng định nào đúng?
- A. Các đường thẳng  $MP, NQ, SO$  đồng qui.      B. Các đường thẳng  $MP, NQ, SO$  chéo nhau.  
 C. Các đường thẳng  $MP, NQ, SO$  song song.      D. Các đường thẳng  $MP, NQ, SO$  trùng nhau.
- Câu 9:** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$ . Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận  $a$  và  $b$  chéo nhau?
- A.  $a$  và  $b$  không có điểm chung.  
 B.  $a$  và  $b$  nằm trên 2 mặt phẳng phân biệt.  
 C.  $a$  và  $b$  là hai cạnh của một hình tứ diện.  
 D.  $a$  và  $b$  không cùng nằm trên bất kì mặt phẳng nào.
- Câu 10:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  và  $E$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $ABD$  và  $ABC$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng
- A.  $GE$  và  $CD$  chéo nhau.      B.  $GE \parallel CD$ .  
 C.  $GE$  cắt  $AD$ .      D.  $GE$  cắt  $CD$ .
- Câu 11:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BD$ .      B.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .  
 C.  $d$  qua  $S$  và song song với  $AB$ .      D.  $d$  qua  $S$  và song song với  $DC$ .
- Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật. Mặt phẳng  $(P)$  cắt các cạnh  $SA, SB, SC, SD$  lần lượt tại  $M, N, P, Q$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $MQ$  và  $NP$ . Câu nào sau đây đúng?
- A.  $SI \parallel BA$ .      B.  $SI \parallel AC$ .      C.  $SI \parallel AD$ .      D.  $SI \parallel BD$ .
- Câu 13:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AD$  và  $AC$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GMN)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng:
- A. qua  $M$  và song song với  $AB$ .      B. Qua  $N$  và song song với  $BD$ .  
 C. qua  $G$  và song song với  $CD$ .      D. qua  $G$  và song song với  $BC$ .
- Câu 14:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $BC$ .  $P$  là điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $CP = 2PD$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  cắt  $AD$  tại  $Q$ . Tính tỉ số  $\frac{AQ}{QD}$ ?
- A.  $\frac{1}{2}$ .      B. 3.      C.  $\frac{2}{3}$ .      D. 2.
- Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $SB, SD$  và  $OC$ . Gọi giao điểm của  $(MNP)$  với  $SA$  là  $K$ . Tỉ số  $\frac{KS}{KA}$  là:
- A.  $\frac{2}{5}$ .      B.  $\frac{1}{3}$ .      C.  $\frac{1}{4}$ .      D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 16:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có độ dài các cạnh bằng  $2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AC, BC$ ;  $P$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là
- A.  $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$ .      B.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ .      C.  $\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$ .      D.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

- Câu 17:** Trong không gian cho tứ diện  $ABCD$  có  $I, J$  là trọng tâm các tam giác  $ABC, ABD$ . Khi đó  
**A.**  $IJ \parallel (BCD)$ .      **B.**  $IJ \parallel (ABC)$ .      **C.**  $IJ \parallel (ABD)$ .      **D.**  $IJ \parallel (BIJ)$ .
- Câu 18:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?  
**A.** Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.  
**B.** Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì trùng nhau.  
**C.** Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chéo nhau.  
**D.** Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.
- Câu 19:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $G$  là trọng tâm  $\triangle ABD$  và  $M$  là điểm trên cạnh  $BC$  sao cho  $BM = 2MC$ . Đường thẳng  $MG$  song song với mặt phẳng  
**A.**  $(ACD)$ .      **B.**  $(ABC)$ .      **C.**  $(ABD)$ .      **D.**  $(BCD)$ .
- Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $AB$ .      **B.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .  
**C.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $BD$ .      **D.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $DC$ .
- Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Điểm  $M$  thỏa mãn  $\overline{MA} = 3\overline{MB}$ . Mặt phẳng  $(P)$  qua  $M$  và song song với  $SC, BD$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?  
**A.**  $(P)$  cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.  
**B.**  $(P)$  cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.  
**C.**  $(P)$  cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.  
**D.**  $(P)$  không cắt hình chóp.
- Câu 22:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trọng tâm của các tam giác  $ABC, ABD$ . Những khẳng định nào sau là đúng? (1):  $MN \parallel (BCD)$ ; (2):  $MN \parallel (ACD)$ ; (3):  $MN \parallel (ABD)$ .  
**A.** (1) và (3).      **B.** (2) và (3).      **C.** (1) và (2).      **D.** Chỉ có (1) đúng.
- Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M$  là trung điểm  $SD$ ,  $N$  là trọng tâm tam giác  $SAB$ . Đường thẳng  $MN$  cắt mặt phẳng  $(SBC)$  tại điểm  $I$ . Tính tỷ số  $\frac{IN}{IM}$ .  
**A.**  $\frac{3}{4}$ .      **B.**  $\frac{1}{3}$ .      **C.**  $\frac{1}{2}$ .      **D.**  $\frac{2}{3}$ .
- Câu 24:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Cắt tứ diện  $ABCD$  bởi mặt phẳng đi qua  $M$  và song song với  $BC$  và  $AD$ , thiết diện thu được là hình gì?  
**A.** Tam giác đều.      **B.** Tam giác vuông.      **C.** Hình bình hành.      **D.** Ngũ giác.
- Câu 25:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = 6, CD = 8$ . Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với  $AB, CD$  để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng  
**A.**  $\frac{31}{7}$ .      **B.**  $\frac{18}{7}$ .      **C.**  $\frac{24}{7}$ .      **D.**  $\frac{15}{7}$ .





**Cách 1:** Gọi  $O = AC \cap BD$ ,  $I = AM \cap SO$ .

Trong mặt phẳng  $(SBD)$ , kéo dài  $GI$  cắt  $SD$  tại  $K \Rightarrow K = SD \cap (AMG)$ .

Trong tam giác  $SAC$ , có  $SO$ ,  $AM$  là hai đường trung tuyến. Suy ra  $I$  là trọng tâm tam giác

$$SAC \Rightarrow \frac{OI}{OS} = \frac{1}{3}, \text{ ta lại có } \frac{OG}{OB} = \frac{1}{3}.$$

$$\Rightarrow \frac{OI}{OS} = \frac{OG}{OB} \Rightarrow GI \parallel SB \Rightarrow GK \parallel SB \Rightarrow \frac{KD}{KS} = \frac{GD}{GB}.$$

Ta có  $DO = BO = 3GO \Rightarrow GD = 4GO$ ,  $GB = 2GO$ .

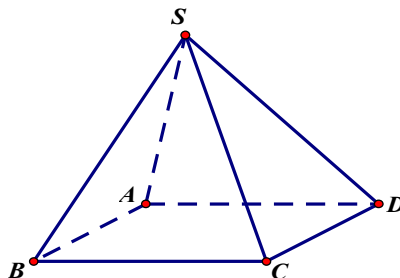
$$\text{Vậy } \frac{KD}{KS} = \frac{GD}{GB} = \frac{4GO}{2GO} = 2 \Rightarrow \frac{KS}{KD} = \frac{1}{2}.$$

**Cách 2:** Trong tam giác  $SAC$ , vì  $I = AM \cap SO$  nên  $I$  là trọng tâm  $\Rightarrow \frac{SI}{OI} = 2$ .

Áp dụng định lí Mê lê na út trong tam giác  $SOD$  ta có

$$\frac{IS}{IO} \cdot \frac{GO}{GD} \cdot \frac{KD}{KS} = 1 \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{KD}{KS} = 1 \Rightarrow \frac{KS}{KD} = \frac{1}{2}.$$

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ .



- A. Là đường thẳng đi qua đỉnh  $S$  và tâm  $O$  đáy.
- B. Là đường thẳng đi qua đỉnh  $S$  và song song với đường thẳng  $BC$ .
- C. Là đường thẳng đi qua đỉnh  $S$  và song song với đường thẳng  $AB$ .
- D. Là đường thẳng đi qua đỉnh  $S$  và song song với đường thẳng  $BD$ .

### Lời giải

#### Chọn B

Xét hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$

Có:  $S$  chung và  $AD // BC$

Gọi  $(d)$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$

$\Rightarrow (d)$  đi qua  $S$  và song song với  $AD$  và  $BC$ .

**Câu 6:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $CD$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $MN$  cắt  $AD$  và  $BC$  lần lượt tại  $P, Q$ . Biết  $MP$  cắt  $NQ$  tại  $I$ . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

- A.**  $I, A, C$ .      **B.**  $I, B, D$ .      **C.**  $I, A, B$ .      **D.**  $I, C, D$ .

### Lời giải

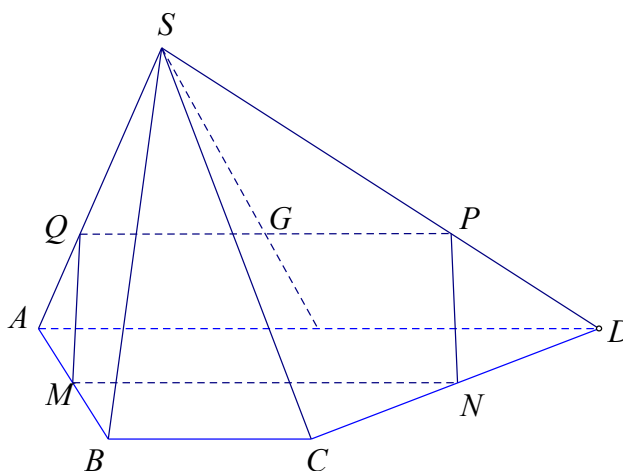
#### Chọn B

**Câu 7:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang,  $AD // BC$ ,  $AD = 3BC$ .  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AB, CD$ .  $G$  là trọng tâm  $\triangle SAD$ . Mặt phẳng  $(GMN)$  cắt hình chóp  $S.ABCD$  theo thiết diện là:

- A.** Hình bình hành.      **B.**  $\triangle GMN$ .      **C.**  $\triangle SMN$ .      **D.** Ngũ giác.

### Lời giải

#### Chọn A



Ta có  $(GMN) // AD$  nên giao tuyến của  $(GMN)$  và  $(SAD)$  là đường thẳng  $PQ$  qua  $G$  và song song với  $AD$ , thiết diện là tứ giác  $MNPQ$  và vì cùng song song với  $AD$  nên  $MN // PQ$  (1).

Đặt  $BC = a$  khi đó  $AD = 3a$  nên  $MN = 2a$ .

Vì  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAD$  nên  $\frac{PQ}{AD} = \frac{2}{3} \Rightarrow PQ = 2a$ . Vậy  $MN = PQ$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra,  $MNPQ$  là hình bình hành.

- Câu 8:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ , gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt các cạnh bên  $SA, SB, SC, SD$  tung ứng tại các điểm  $M, N, P, Q$ . Khẳng định nào đúng?
- A. Các đường thẳng  $MP, NQ, SO$  đồng qui.      B. Các đường thẳng  $MP, NQ, SO$  chéo nhau.  
 C. Các đường thẳng  $MP, NQ, SO$  song song.      D. Các đường thẳng  $MP, NQ, SO$  trùng nhau.

**Lời giải**

**Chọn A**

- Câu 9:** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$ . Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận  $a$  và  $b$  chéo nhau?
- A.  $a$  và  $b$  không có điểm chung.  
 B.  $a$  và  $b$  nằm trên 2 mặt phẳng phân biệt.  
 C.  $a$  và  $b$  là hai cạnh của một hình tứ diện.  
 D.  $a$  và  $b$  không cùng nằm trên bất kì mặt phẳng nào.

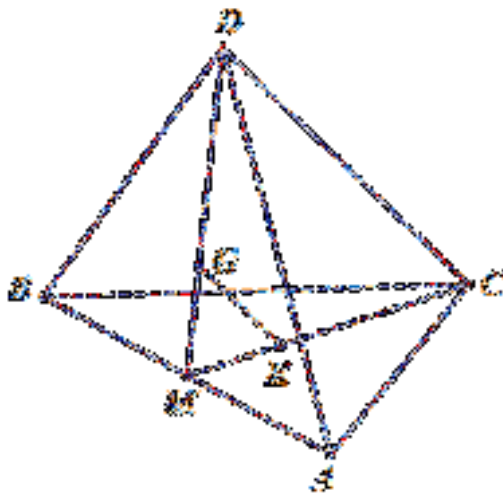
**Lời giải**

**Chọn D**

- Câu 10:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  và  $E$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $ABD$  và  $ABC$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $GE$  và  $CD$  chéo nhau.      B.  $GE \parallel CD$ .  
 C.  $GE$  cắt  $AD$ .      D.  $GE$  cắt  $CD$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

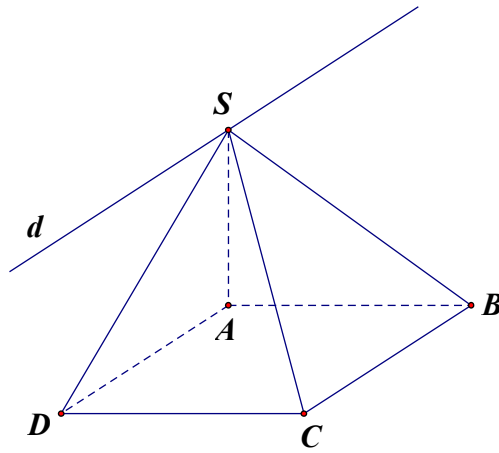


Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Trong tam giác  $MCD$  có  $\frac{MG}{MD} = \frac{ME}{MC} = \frac{1}{3}$  suy ra  $GE \parallel CD$

- Câu 11:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BD$ .      B.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .  
 C.  $d$  qua  $S$  và song song với  $AB$ .      D.  $d$  qua  $S$  và song song với  $DC$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có  $ABCD$  là hình bình hành nên  $AD \parallel BC$ .

Theo giả thiết  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$  nên  $d \parallel AD \parallel BC$ .

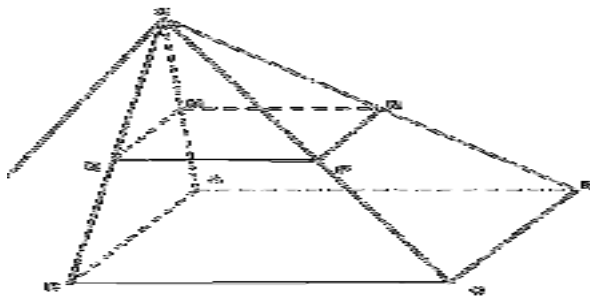
Mặt khác hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$  có điểm chung là  $S \Rightarrow S \in d$ .

Vậy  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .

- Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật. Mặt phẳng  $(P)$  cắt các cạnh  $SA, SB, SC, SD$  lần lượt tại  $M, N, P, Q$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $MQ$  và  $NP$ . Câu nào sau đây đúng?  
**A.**  $SI \parallel BA$ .                      **B.**  $SI \parallel AC$ .                      **C.**  $SI \parallel AD$ .                      **D.**  $SI \parallel BD$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có  $(SMQ) \equiv (SAD)$  và  $(SNP) \equiv (SBC)$ .

Do  $MQ \cap NP = \{I\}$  nên  $I$  nằm trên giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ .

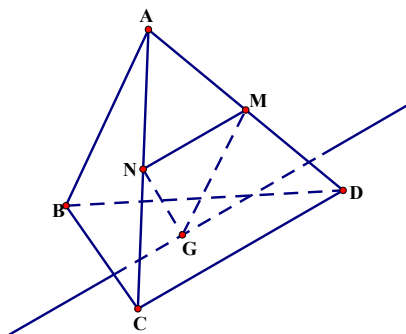
Do  $AD$  song song  $BC$  nên giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$  là đường thẳng đi qua  $S$  và song song với  $AD$ . Do  $I$  nằm trên giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$  nên suy ra  $SI$  song song với  $AD$ .

- Câu 13:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AD$  và  $AC$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GMN)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng:  
**A.** qua  $M$  và song song với  $AB$ .                      **B.** Qua  $N$  và song song với  $BD$ .  
**C.** qua  $G$  và song song với  $CD$ .                      **D.** qua  $G$  và song song với  $BC$ .



### Lời giải

Chọn C



Ta có  $MN$  là đường trung bình tam giác  $ACD$  nên  $MN \parallel CD$ .

Ta có  $G \in (GMN) \cap (BCD)$ , hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(BCD)$  lần lượt chứa  $DC$  và  $MN$  nên giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GMN)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng đi qua  $G$  và song song với  $CD$ .

**Câu 14:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $BC$ .  $P$  là điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $CP = 2PD$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  cắt  $AD$  tại  $Q$ . Tính tỉ số  $\frac{AQ}{QD}$ ?

A.  $\frac{1}{2}$ .

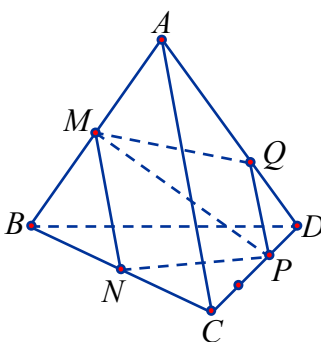
B. 3.

C.  $\frac{2}{3}$ .

D. 2.

### Lời giải

Chọn D



Ta có  $\begin{cases} MN \parallel AC \\ AC \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel (ACD)$

Lại có  $\begin{cases} MN \parallel (ACD) \\ (MNP) \cap (ACD) = PQ \end{cases} \Rightarrow PQ \parallel MN \parallel AC$ .

Vì  $PQ \parallel AC$  nên  $\frac{DQ}{DA} = \frac{DP}{DC} = \frac{1}{3}$

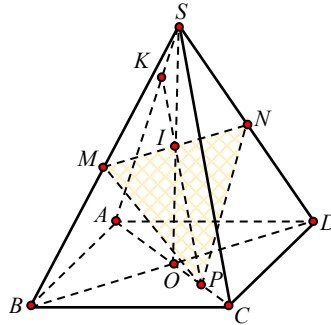
Khi đó  $\frac{AQ}{QD} = 2$ .

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $SB, SD$  và  $OC$ . Gọi giao điểm của  $(MNP)$  với  $SA$  là  $K$ . Tỉ số  $\frac{KS}{KA}$  là:

- A.  $\frac{2}{5}$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Trong mặt phẳng  $(SBD)$ , gọi  $I$  là giao điểm của  $MN$  và  $SO$

Ta có  $SA \subset (SAC)$ ;  $(MNP) \cap (SAC) = PI$

Trong mặt phẳng  $(SAC)$ ,  $PI$  cắt  $SA$  tại  $K \Rightarrow K$  là giao điểm của  $SA$  và  $(MNP)$

Mặt khác:

$MN$  là đường trung bình của tam giác  $SBD$  nên  $MN$  cắt  $SO$  tại trung điểm  $I$

$\Rightarrow PI$  là đường trung bình của tam giác  $SOC \Rightarrow PI \parallel SC$  hay  $PK \parallel SC$

$$\Rightarrow \frac{KS}{KA} = \frac{PC}{PA} = \frac{\frac{1}{4}AC}{\frac{3}{4}AC} = \frac{1}{3}.$$

Lưu ý: Giải nhanh bằng trắc nghiệm ta dùng công thức

$$\frac{SA}{SK} + \frac{SC}{SC} = \frac{SB}{SM} + \frac{SD}{SN} \Rightarrow \frac{SA}{SK} = 3 \Rightarrow \frac{SK}{SA} = \frac{1}{3}.$$

**Câu 16:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có độ dài các cạnh bằng  $2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AC, BC$ ;  $P$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là

- A.  $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$ .                      B.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ .                      C.  $\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$ .                      D.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

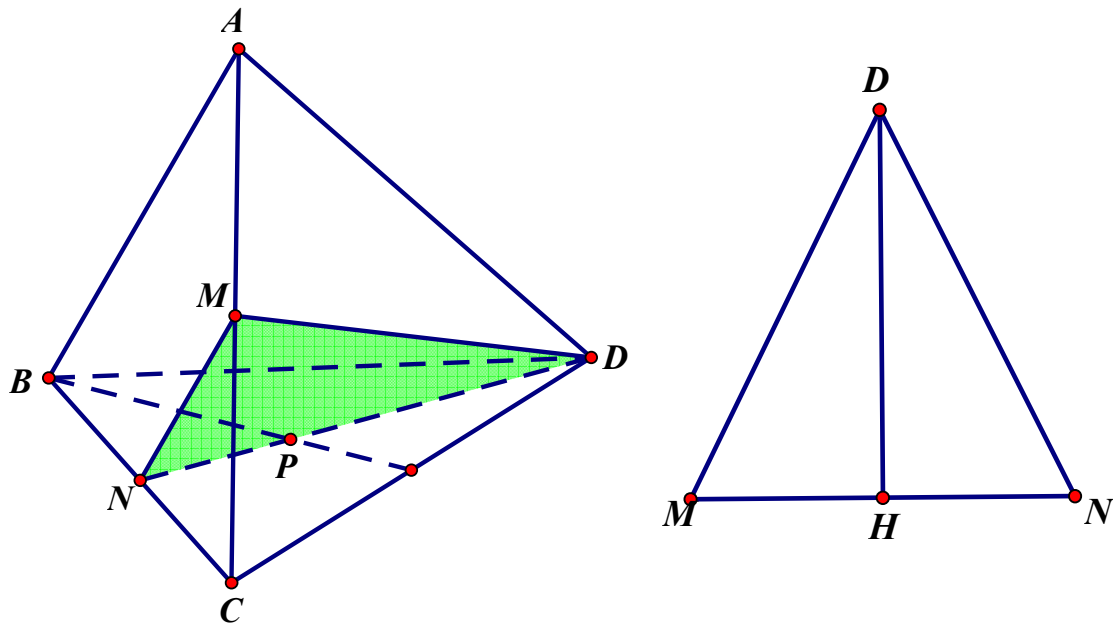
Trong tam giác  $BCD$  có  $P$  là trọng tâm,  $N$  là trung điểm  $BC$  nên suy ra  $N, P, D$  thẳng hàng. Vậy, thiết diện là tam giác  $MNP$ .

Xét tam giác  $MND$ , ta có  $MN = \frac{AB}{2} = a$ ,  $DM = DN = \frac{AD\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ . Do đó tam giác  $MND$  cân tại  $D$ .

Gọi  $H$  là trung điểm  $MN$ , suy ra  $DH \perp MN$ .

$$\text{Ta có: } DH = \sqrt{DM^2 - MH^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{11}}{2}.$$

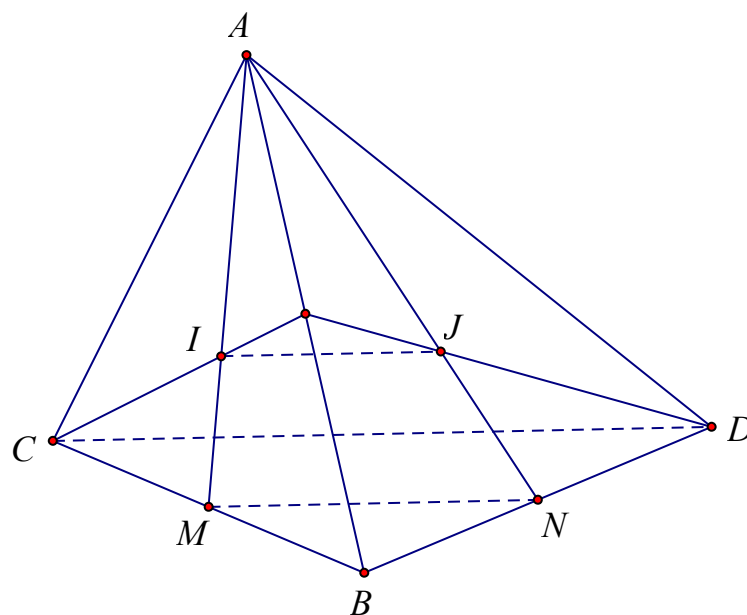
$$\text{Diện tích tam giác } MND \text{ là: } S_{\Delta MND} = \frac{1}{2}MN \cdot DH = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{11}}{2} = \frac{a^2\sqrt{11}}{4}.$$



**Câu 17:** Trong không gian cho tứ diện  $ABCD$  có  $I, J$  là trọng tâm các tam giác  $ABC, ABD$ . Khi đó  
**A.**  $IJ \parallel (BCD)$ .      **B.**  $IJ \parallel (ABC)$ .      **C.**  $IJ \parallel (ABD)$ .      **D.**  $IJ \parallel (BIJ)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  $IJ \parallel MN$  với  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $BC, BD$ .

Mà  $MN \subset (BCD) \Rightarrow IJ // (BCD)$

**Câu 18:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì trùng nhau.
- C. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.

**Lời giải**

**Chọn D**

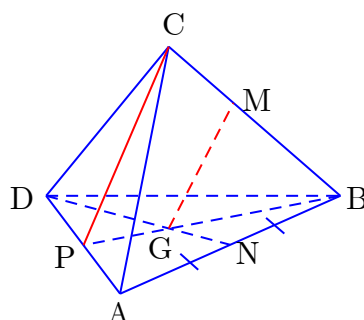
Lý thuyết.

**Câu 19:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $G$  là trọng tâm  $\triangle ABD$  và  $M$  là điểm trên cạnh  $BC$  sao cho  $BM = 2MC$ . Đường thẳng  $MG$  song song với mặt phẳng

- A.  $(ACD)$ .
- B.  $(ABC)$ .
- C.  $(ABD)$ .
- D.  $(BCD)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $P$  là trung điểm  $AD$

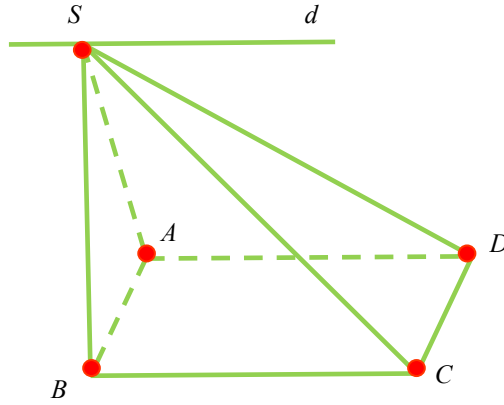
Ta có:  $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BP} = \frac{2}{3} \Rightarrow MG // CP \Rightarrow MG // (ACD)$

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $d$  qua  $S$  và song song với  $AB$ .
- B.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .
- C.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BD$ .
- D.  $d$  qua  $S$  và song song với  $DC$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  $\Delta$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ .

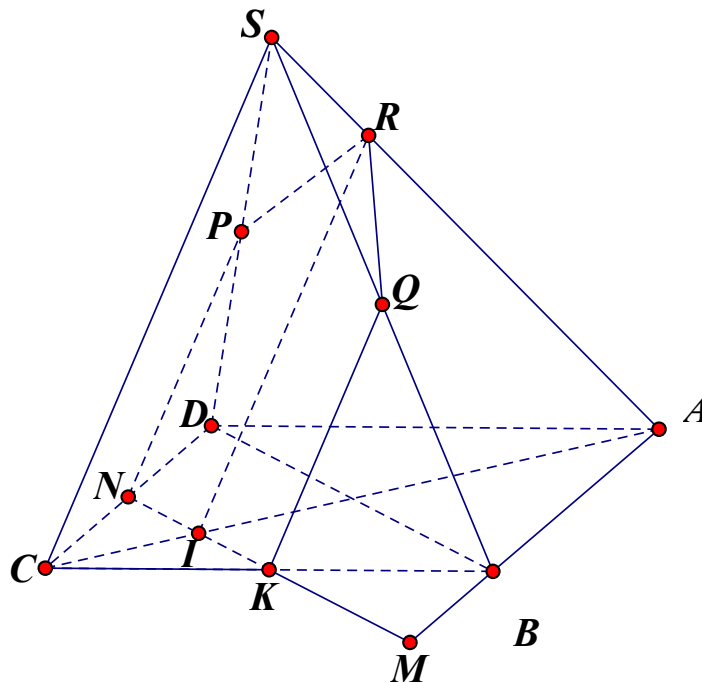
Ta có  $S \in d$ ;  $AD$  song song với  $BC$  nên  $\Delta$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .

**Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Điểm  $M$  thỏa mãn  $\overline{MA} = 3\overline{MB}$ . Mặt phẳng  $(P)$  qua  $M$  và song song với  $SC, BD$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $(P)$  cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.
- B.  $(P)$  cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.
- C.  $(P)$  cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.
- D.  $(P)$  không cắt hình chóp.

**Lời giải**

**Chọn A**



Trong  $(ABCD)$ , kẻ đường thẳng qua  $M$  và song song với  $BD$  cắt  $BC, CD, CA$  tại  $K, N, I$ .

Trong  $(SCD)$ , kẻ đường thẳng qua  $N$  và song song với  $SC$  cắt  $SD$  tại  $P$ .

Trong  $(SCB)$ , kẻ đường thẳng qua  $K$  và song song với  $SC$  cắt  $SB$  tại  $Q$ .

Trong  $(SAC)$ , kẻ đường thẳng qua  $I$  và song song với  $SC$  cắt  $SA$  tại  $R$ .

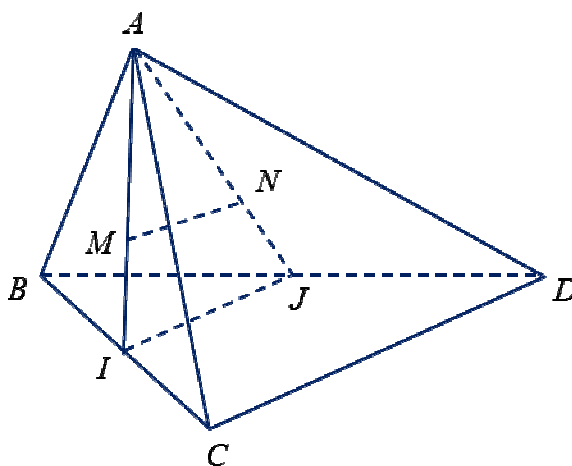
Thiết diện là ngũ giác  $KNPRQ$ .

**Câu 22:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trọng tâm của các tam giác  $ABC, ABD$ . Những khẳng định nào sau là đúng? (1):  $MN \parallel (BCD)$ ; (2):  $MN \parallel (ACD)$ ; (3):  $MN \parallel (ABD)$ .

**A.** (1) và (3).      **B.** (2) và (3).      **C.** (1) và (2).      **D.** Chỉ có (1) đúng.

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm  $BC, BD$ .

Ta có  $\frac{AM}{AI} = \frac{AN}{AJ} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN \parallel IJ \Rightarrow MN \parallel IJ \parallel CD \Rightarrow MN \parallel (BCD)$  và  $MN \parallel (ACD)$

**Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M$  là trung điểm  $SD$ ,  $N$  là trọng tâm tam giác  $SAB$ . Đường thẳng  $MN$  cắt mặt phẳng  $(SBC)$  tại điểm  $I$ . Tính tỷ số  $\frac{IN}{IM}$ .

**A.**  $\frac{3}{4}$ .      **B.**  $\frac{1}{3}$ .      **C.**  $\frac{1}{2}$ .      **D.**  $\frac{2}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Gọi  $\alpha$  là mặt phẳng đi qua  $M$  và song song với  $BC$  và  $AD$ .

Xét  $(\alpha)$  và  $(ABD)$  có  $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABD) \\ (\alpha) \parallel AD \end{cases}$  nên  $(\alpha) \cap (ABD) = MQ$  với  $Q$  là trung điểm  $BD$ .

Xét  $(\alpha)$  và  $(MNPQ)$  có  $\begin{cases} Q \in (\alpha) \cap (BCD) \\ (\alpha) \parallel BC \end{cases}$  nên  $(\alpha) \cap (BCD) = QP$  với  $P$  là trung điểm  $CD$ .

Xét  $(\alpha)$  và  $(ACD)$  có  $\begin{cases} P \in (\alpha) \cap (ACD) \\ (\alpha) \parallel AD \end{cases}$  nên  $(\alpha) \cap (ACD) = NP$  với  $N$  là trung điểm  $AC$ .

Mà  $MN, PQ$  là hai đường trung bình của tam giác  $ABC$  và  $DBC$ .

Nên ta có  $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$

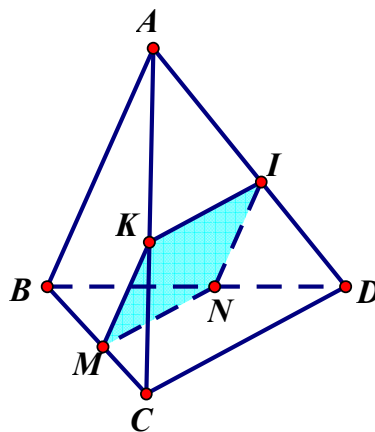
Vậy thiết diện là hình bình hành  $MNPQ$ .

**Câu 25:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = 6$ ,  $CD = 8$ . Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với  $AB$ ,  $CD$  để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng

- A.  $\frac{31}{7}$ .                      B.  $\frac{18}{7}$ .                      C.  $\frac{24}{7}$ .                      D.  $\frac{15}{7}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Giả sử một mặt phẳng song song với  $AB$  và  $CD$  cắt tứ diện  $ABCD$  theo một thiết diện là hình

thoi  $MNIK$  như hình vẽ trên. Khi đó ta có:  $\begin{cases} MK \parallel AB \parallel IN \\ MN \parallel CD \parallel IK \\ MK = KI \end{cases}$ .



**Cách 1:** Theo định lí Ta – lét ta có: 
$$\begin{cases} \frac{MK}{AB} = \frac{CK}{AC} \\ \frac{KI}{CD} = \frac{AK}{AC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{MK}{6} = \frac{AC - AK}{AC} \\ \frac{KI}{8} = \frac{AK}{AC} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{MK}{6} = 1 - \frac{AK}{AC} \Rightarrow \frac{MK}{6} = 1 - \frac{KI}{8} \Rightarrow \frac{MK}{6} = 1 - \frac{MK}{8} \Leftrightarrow \frac{7}{24}MK = 1 \Leftrightarrow MK = \frac{24}{7}.$$

Vậy hình thoi có cạnh bằng  $\frac{24}{7}$ .

**Cách 2:** Theo định lí Ta – lét ta có: 
$$\begin{cases} \frac{MK}{AB} = \frac{CK}{AC} \\ \frac{KI}{CD} = \frac{AK}{AC} \end{cases} \Rightarrow \frac{MK}{AB} + \frac{MK}{CD} = \frac{CK}{AC} + \frac{AK}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{MK}{6} + \frac{MK}{8} = \frac{AK + KC}{AC} \Rightarrow \frac{7MK}{24} = \frac{AC}{AC} = 1 \Rightarrow MK = \frac{24}{7}.$$