

PHÉP DỜI HÌNH

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Định nghĩa.

- Phép biến hình là phép dời hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì
- Vậy nếu f là phép dời khi và chỉ khi $f(M)f(N) = MN$.

+Nhận xét:

- Các phép biến hình : Tịnh tiến, đối xứng trục, đối xứng tâm và phép quay là các phép dời hình.
- Thực hiện liên tiếp các phép dời hình thì cũng được một phép dời hình.

2. Tính chất của phép dời hình.

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự giữa ba điểm đó.
- Biến một đường thẳng thành một đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
- Biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến một góc thành góc bằng góc đã cho.
- Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

3. Định nghĩa hai hình bằng nhau.

Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình f biến hình này thành hình kia.

B – BÀI TẬP

Câu 1: Xét các mệnh đề sau:

(I): Phép dời hình biến 3 điểm không thẳng hàng thành 3 điểm không thẳng hàng

(II): Cho 2 điểm phân biệt A, B và f là phép dời hình sao cho $f(A) = A, f(B) = B$. Khi đó, nếu M nằm trên đường thẳng AB thì $f(M) = M$.

(III): Phép dời hình biến đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn bằng nó, biến góc thành góc bằng nó.

Số mệnh đề đúng trong 3 mệnh đề trên là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 2: Giả sử phép biến hình f biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Xét các mệnh đề sau:

(I): Trọng tâm tam giác ABC biến thành trọng tâm tam giác $A'B'C'$

(II): Trục tâm tam giác ABC biến thành trục tâm tam giác $A'B'C'$

(III): Tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC lần lượt biến thành tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác $A'B'C'$.

Số mệnh đề đúng trong 3 mệnh đề trên là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 3: Ta nói M là điểm bất động qua phép biến hình f nghĩa là:

A. M không biến thành điểm nào cả

B. M biến thành điểm tùy ý

C. $f(M) = M$

D. M biến thành điểm xa vô cùng.

Câu 4: Một phép dời hình bất kì:

A. Có thể có 3 điểm bất động không thẳng hàng

B. Chỉ có 3 điểm bất động khi nó là phép đồng nhất

C. Chỉ có 3 điểm bất động không thẳng hàng khi nó là phép đồng nhất.

D. Cả 3 câu trên đều sai.

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(2;1)$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2;3)$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm sau ?

- A. (1;3). B. (2;0). C. (0;2). D. (4;4).

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua trục Oy và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2;3)$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

- A. $x^2 + y^2 = 4$. B. $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 4$.
C. $(x-2)^2 + (x-3)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (3;2)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng sau ?

- A. $3x + 3y - 2 = 0$. B. $x - y + 2 = 0$.
C. $x + y + 2 = 0$. D. $x + y - 3 = 0$.

Câu 8: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng ?

- A. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.
B. Thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng trục sẽ được một phép đối xứng trục.
C. Thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua tâm và phép đối xứng trục sẽ được một phép đối xứng qua tâm.
D. Thực hiện liên tiếp phép quay và phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.

Câu 9: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Có một phép tịnh tiến theo vector khác không biến mọi điểm thành chính nó.
B. Có một phép đối xứng trục biến mọi điểm thành chính nó.
C. Có một phép đối xứng tâm biến mọi điểm thành chính nó.
D. Có một phép quay biến mọi điểm thành chính nó.

Câu 10: Hãy tìm khẳng định *sai*:

- A. Phép tịnh tiến là phép dời hình. B. Phép đồng nhất là phép dời hình.
C. Phép quay là phép dời hình. D. Phép vị tự là phép dời hình.

Câu 11: Cho đường thẳng $d: 3x + y + 3 = 0$. Viết phương trình của đường thẳng d' là ảnh của d qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm $I(1;2)$ và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (-2;1)$.

- A. $d': 3x + 2y - 8 = 0$ B. $d': x + y - 8 = 0$ C. $d': 2x + y - 8 = 0$ D. $d': 3x + y - 8 = 0$

C – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Xét các mệnh đề sau:

(I): Phép dời hình biến 3 điểm không thẳng hàng thành 3 điểm không thẳng hàng

(II): Cho 2 điểm phân biệt A, B và f là phép dời hình sao cho $f(A) = A, f(B) = B$. Khi đó, nếu M nằm trên đường thẳng AB thì $f(M) = M$.

(III): Phép dời hình biến đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn bằng nó, biến góc thành góc bằng nó.

Số mệnh đề đúng trong 3 mệnh đề trên là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Câu 2: Giả sử phép biến hình f biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Xét các mệnh đề sau:

(I): Trọng tâm tam giác ABC biến thành trọng tâm tam giác $A'B'C'$

(II): Trực tâm tam giác ABC biến thành trực tâm tam giác $A'B'C'$

(III): Tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC lần lượt biến thành tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác $A'B'C'$.

Số mệnh đề đúng trong 3 mệnh đề trên là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Câu 3: Ta nói M là điểm bất động qua phép biến hình f nghĩa là:

A. M không biến thành điểm nào cả

B. M biến thành điểm tùy ý

C. $f(M) = M$

D. M biến thành điểm xa vô cùng.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu 4: Một phép dời hình bất kì:

A. Có thể có 3 điểm bất động không thẳng hàng

B. Chỉ có 3 điểm bất động khi nó là phép đồng nhất

C. Chỉ có 3 điểm bất động không thẳng hàng khi nó là phép đồng nhất.

D. Cả 3 câu trên đều sai.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(2;1)$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2;3)$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm sau ?

A. $(1;3)$.

B. $(2;0)$.

C. $(0;2)$.

D. $(4;4)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Đ}_O(M) = M' \Leftrightarrow O \text{ là trung điểm của } MM' \Leftrightarrow \begin{cases} x_M + x_{M'} = 2x_O \\ y_M + y_{M'} = 2y_O \end{cases} \Leftrightarrow M'(-2; -1).$$

$$T_{\vec{v}}(M') = M'' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM''} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M''} - x_{M'} = 2 \\ y_{M''} - y_{M'} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow M''(0; 2).$$

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua trục Oy và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2;3)$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

A. $x^2 + y^2 = 4$.

B. $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 4$.

C. $(x-2)^2 + (x-3)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = 2$.

$$\mathcal{D}_{Oy}(I) = I' \Rightarrow I'(-1; -2).$$

$$T_{\vec{v}}(I') = I'' \Rightarrow \overline{I'I''} = \vec{v} \Rightarrow I''(1; 1).$$

Đường tròn cần tìm nhận $I''(1; 1)$ làm tâm và bán kính $R = 2$.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (3; 2)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng sau ?

A. $3x + 3y - 2 = 0$.

B. $x - y + 2 = 0$.

C. $x + y + 2 = 0$.

D. $x + y - 3 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\begin{cases} \mathcal{D}_O(d) = d' \\ T_{\vec{v}}(d') = d'' \end{cases} \Rightarrow d'' \parallel d' \parallel d.$$

$$\text{Nên } d'' : x + y + c = 0 (c \neq -2). \quad (1)$$

$$\text{Ta có : } M(1; 1) \in d \text{ và } \mathcal{D}_O(M) = M' \Rightarrow M'(-1; -1) \in d'$$

$$\text{Tương tự : } M'(-1; -1) \in d' \text{ và } T_{\vec{v}}(M') = M'' \Rightarrow M''(2; 1) \in d'' \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có : } c = -3. \text{ Vậy } d'' : x + y - 3 = 0.$$

Câu 8: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng ?

A. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.

B. Thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng trục sẽ được một phép đối xứng trục.

C. Thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua tâm và phép đối xứng trục sẽ được một phép đối xứng qua tâm.

D. Thực hiện liên tiếp phép quay và phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\begin{cases} T_{\vec{u}}(M) = M' \\ T_{\vec{v}}(M') = M'' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{MM'} = \vec{u} \\ \overline{M'M''} = \vec{v} \end{cases} \Leftrightarrow \overline{MM''} = \vec{u} + \vec{v} \Leftrightarrow T_{\vec{u} + \vec{v}}(M) = M''$$

$$\text{Vậy } T_{\vec{u}} + T_{\vec{v}} = T_{\vec{u} + \vec{v}}.$$

Câu 9: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Có một phép tịnh tiến theo vectơ khác không biến mọi điểm thành chính nó.

B. Có một phép đối xứng trục biến mọi điểm thành chính nó.

C. Có một phép đối xứng tâm biến mọi điểm thành chính nó.

D. Có một phép quay biến mọi điểm thành chính nó.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phép quay tâm bất kì với góc quay $\varphi = k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) là phép đồng nhất.

Câu 10: Hãy tìm khẳng định *sai*:

A. Phép tịnh tiến là phép dời hình.

B. Phép đồng nhất là phép dời hình.

C. Phép quay là phép dời hình.

D. Phép vị tự là phép dời hình.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phép vị tự tỉ số $k \neq \pm 1$ không là phép dời hình.

Câu 11: Cho đường thẳng $d: 3x + y + 3 = 0$. Viết phương trình của đường thẳng d' là ảnh của d qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm $I(1; 2)$ và phép tịnh tiến theo vec tơ $\vec{v} = (-2; 1)$.

A. $d': 3x + 2y - 8 = 0$

B. $d': x + y - 8 = 0$

C. $d': 2x + y - 8 = 0$

D. $d': 3x + y - 8 = 0$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi $F = T_{\vec{v}} \circ \mathcal{D}_I$ là phép dời hình bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm I và phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$.

Gọi $d_1 = \mathcal{D}_I(d)$, $d' = T_{\vec{v}}(d_1) \Rightarrow d' = F(d)$.

Do d' song song hoặc trùng với d do đó phương trình của d' có dạng $3x + y + c = 0$. Lấy $M(0; -3) \in d$ ta có $\mathcal{D}_I(M) = M'(2; 7)$.

Lại có $T_{\vec{v}}(M') = M''(2 + (-2); 7 + 1) \Rightarrow M''(0; 8)$ nên $F(M) = M''(0; 8)$.

Mà $M'' \in d' \Rightarrow 8 + c = 0 \Leftrightarrow c = -8$. Vậy $d': 3x + y - 8 = 0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

PHÉP VỊ TỰ

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Định nghĩa.

Cho điểm I và một số thực $k \neq 0$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overline{IM'} = k \cdot \overline{IM}$ được gọi là phép vị tự tâm I , tỉ số k . Kí hiệu $V_{(I;k)}$

Vậy $V_{(I;k)}(M) = M' \Leftrightarrow \overline{IM'} = k \cdot \overline{IM}$.

2. Tính chất:

- Nếu $V_{(I;k)}(M) = M', V_{(I;k)}(N) = N'$ thì $\overline{M'N'} = k \overline{MN}$ và $M'N' = |k|MN$
- Phép vị tự tỉ số k
 - Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm và bảo toàn thứ tự giữa ba điểm đó.
 - Biến một đường thẳng thành đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
 - Biến một tam giác thành tam giác đồng dạng với tam giác đã cho, biến góc thành góc bằng nó.
 - Biến đường tròn có bán kính R thành đường tròn có bán kính $|k|R$

3. Biểu thức tọa độ.

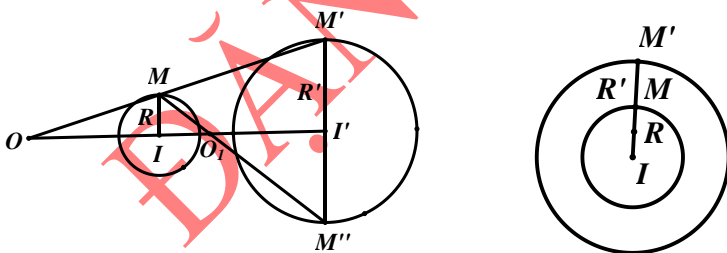
Trong mặt phẳng tọa độ, cho $I(x_0; y_0)$, $M(x; y)$, gọi $M'(x'; y') = V_{(I;k)}(M)$ thì $\begin{cases} x' = kx + (1-k)x_0 \\ y' = ky + (1-k)y_0 \end{cases}$.

4. Tâm vị tự của hai đường tròn.

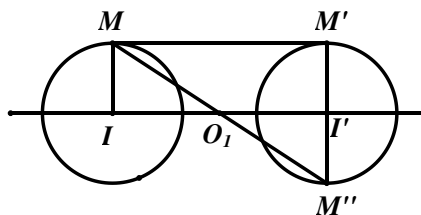
Định lí: Với hai đường tròn bất kì luôn có một phép vị tự biến đường tròn này thành đường tròn kia. Tâm của phép vị tự này được gọi là tâm vị tự của hai đường tròn.

Cho hai đường tròn $(I; R)$ và $(I'; R')$

- Nếu $I \equiv I'$ thì các phép vị tự $V_{(I; \pm \frac{R'}{R})}$ biến $(I; R)$ thành $(I'; R')$.
- Nếu $I \neq I'$ và $R \neq R'$ thì các phép vị tự $V_{(O; \frac{R'}{R})}$ và $V_{(O_1; -\frac{R'}{R})}$ biến $(I; R)$ thành $(I'; R')$. Ta gọi O là tâm vị tự ngoài còn O_1 là tâm vị tự trong của hai đường tròn.



Nếu $I \neq I'$ và $R = R'$ thì có $V_{(O_1; -1)}$ biến $(I; R)$ thành $(I'; R')$



B – BÀI TẬP**DẠNG 1: ÁP DỤNG ĐỊNH NGHĨA VÀ CÁC TÍNH CHẤT PHÉP QUAY**

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào *sai*?

- A. Có một phép vị tự biến mọi điểm thành chính nó.
- B. Có vô số phép vị tự biến mọi điểm thành chính nó.
- C. Thực hiện liên tiếp hai phép vị tự sẽ được một phép vị tự.
- D. Thực hiện liên tiếp hai phép vị tự tâm I sẽ được một phép vị tự tâm I .

Câu 2: Cho hình thang $ABCD$, với $CD = \frac{1}{2}AB$. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD .

Gọi V là phép vị tự biến \overline{AB} thành \overline{CD} . Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào đúng?

- A. V là phép vị tự tâm I tỉ số $k = -\frac{1}{2}$.
- B. V là phép vị tự tâm I tỉ số $k = \frac{1}{2}$.
- C. V là phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$.
- D. V là phép vị tự tâm I tỉ số $k = 2$.

Câu 3: Cho tam giác ABC , với G là trọng tâm tam giác, D là trung điểm của BC . Gọi V là phép vị tự tâm G biến điểm A thành điểm D . Khi đó V có tỉ số k là

- A. $k = \frac{3}{2}$.
- B. $k = -\frac{3}{2}$.
- C. $k = \frac{1}{2}$.
- D. $k = -\frac{1}{2}$.

Câu 4: Cho tam giác ABC với trọng tâm G . Gọi A' , B' , C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AC, AB của tam giác ABC . Khi đó phép vị tự nào biến tam giác $A'B'C'$ thành tam giác ABC ?

- A. Phép vị tự tâm G , tỉ số 2.
- B. Phép vị tự tâm G , tỉ số -2 .
- C. Phép vị tự tâm G , tỉ số -3 .
- D. Phép vị tự tâm G , tỉ số 3.

Câu 5: Hãy tìm khẳng định *sai*

- A. Nếu một phép vị tự có hai điểm bất động thì mọi điểm của nó đều bất động.
- B. Nếu một phép vị tự có hai điểm bất động thì nó là một phép đồng nhất.
- C. Nếu một phép vị tự có một điểm bất động khác với tâm vị tự của nó thì phép vị tự đó có tỉ số $k = 1$.
- D. Nếu một phép vị tự có hai điểm bất động thì chưa thể kết luận được rằng mọi điểm của nó đều bất động.

Câu 6: Cho phép vị tự tâm O tỉ số k và đường tròn tâm O bán kính R . Để đường tròn (O) biến thành chính đường tròn (O) , tất cả các số k phải chọn là:

- A. 1.
- B. R .
- C. 1 và -1 .
- D. $-R$.

Câu 7: Xét các phép biến hình sau:

- (I) Phép đối xứng tâm.
- (II) Phép đối xứng trục.
- (III) Phép đồng nhất.
- (IV). Phép tịnh tiến theo vector khác $\vec{0}$.

Trong các phép biến hình trên

- A. Chỉ có (I) là phép vị tự.
- B. Chỉ có (I) và (II) là phép vị tự.
- C. Chỉ có (I) và (III) là phép vị tự.
- D. Tất cả đều là những phép vị tự.

Câu 8: Phép vị tự tâm O tỉ số k ($k \neq 0$) biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho :

- A. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{k}\overrightarrow{OM'}$.
- B. $\overrightarrow{OM} = k\overrightarrow{OM'}$.
- C. $\overrightarrow{OM} = -k\overrightarrow{OM'}$.
- D. $\overrightarrow{OM'} = -\overrightarrow{OM}$.

Câu 9: Chọn câu sai

- A. Qua phép vị tự có tỉ số $k \neq 1$, đường thẳng đi qua tâm vị tự sẽ biến thành chính nó.

- B. Qua phép vị tự có tỉ số $k \neq 0$, đường tròn đi qua tâm vị tự sẽ biến thành chính nó.
C. Qua phép vị tự có tỉ số $k \neq 1$, không có đường tròn nào biến thành chính nó.
D. Qua phép vị tự $V_{(O;1)}$ đường tròn tâm O sẽ biến thành chính nó.

Câu 10: Nếu phép vị tự tỉ số k biến hai điểm M, N lần lượt thành hai điểm M' và N' thì

- A. $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$. và $M'N' = -kMN$.
B. $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$. và $M'N' = |k|MN$.
C. $\overrightarrow{M'N'} = |k|\overrightarrow{MN}$ và $M'N' = kMN$.
D. $\overrightarrow{M'N'} // \overrightarrow{MN}$. và $M'N' = \frac{1}{2}MN$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 2: PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(-2;4)$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(-3;4)$. B. $(-4;-8)$. C. $(4;-8)$. D. $(4;8)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x + y - 3 = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

- A. $2x + y + 3 = 0$. B. $2x + y - 6 = 0$.
C. $4x - 2y - 3 = 0$. D. $4x + 2y - 5 = 0$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

- A. $2x + 2y = 0$. B. $2x + 2y - 4 = 0$.
C. $x + y + 4 = 0$. D. $x + y - 4 = 0$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

- A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$. B. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$.
C. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 16$. D. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$.

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 8$. B. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$.
C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 16$. D. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 16$.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Cho phép vị tự tâm $I(2;3)$ tỉ số $k = -2$ biến điểm $M(-7;2)$ thành M' có tọa độ là

- A. $(-10;2)$. B. $(20;5)$. C. $(18;2)$. D. $(-10;5)$.

Câu 7: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Cho hai điểm $M(4;6)$ và $M'(-3;5)$. Phép vị tự tâm I tỉ số $k = \frac{1}{2}$ biến điểm M thành M' . Khi đó tọa độ điểm I là

- A. $I(-4;10)$. B. $I(11;1)$. C. $I(1;11)$. D. $I(-10;4)$.

Câu 8: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2), B(-3;4)$ và $I(1;1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số $k = -\frac{1}{3}$ biến điểm A thành A' , biến điểm B thành B' . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. $\overrightarrow{A'B'} = \left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. B. $\overrightarrow{A'B'} = \left(-\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
C. $|\overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{203}$. D. $A'\left(1; -\frac{2}{3}\right), B'\left(\frac{7}{3}; 0\right)$.

Câu 9: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Cho ba điểm $I(-2;-1), M(1;5)$ và $M'(-1;1)$. Giả sử V phép vị tự tâm I tỉ số k biến điểm M thành M' . Khi đó giá trị của k là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 3. D. 4.

Câu 10: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Cho đường thẳng $\Delta: x + 2y - 1 = 0$ và điểm $I(1;0)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến đường thẳng Δ thành Δ' có phương trình là

A. $x - 2y + 3 = 0$.

B. $x + 2y - 1 = 0$.

C. $2x - y + 1 = 0$.

D. $x + 2y + 3 = 0$.

Câu 11: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy Cho hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 lần lượt có phương trình: $x - 2y + 1 = 0$ và $x - 2y + 4 = 0$, điểm $I(2;1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến đường thẳng Δ_1 thành Δ_2 khi đó giá trị của k là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 12: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Cho đường tròn. có phương trình:

$(x-1)^2 + (y-5)^2 = 4$ và điểm $I(2;-3)$. Gọi (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự V tâm I tỉ số $k = -2$. Khi đó (C') có phương trình là

A. $(x-4)^2 + (y+19)^2 = 16$.

B. $(x-6)^2 + (y+9)^2 = 16$.

C. $(x+4)^2 + (y-19)^2 = 16$.

D. $(x+6)^2 + (y+9)^2 = 16$.

Câu 13: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Cho hai đường tròn (C) và (C') , trong đó (C') có phương trình: $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 9$. Gọi V là phép vị tự tâm $I(1;0)$ tỉ số $k = 3$ biến đường tròn (C) thành (C') . Khi đó phương trình của (C) là

A. $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + y^2 = 1$.

B. $x^2 + \left(y - \frac{1}{3}\right)^2 = 9$.

C. $x^2 + \left(y + \frac{1}{3}\right)^2 = 1$.

D. $x^2 + y^2 = 1$.

Câu 14: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho $A(1;2), B(-3;1)$. Phép vị tự tâm $I(2;-1)$ tỉ số $k = 2$ biến điểm A thành A' , phép đối xứng tâm B biến A' thành B' . Tọa độ điểm B' là

A. $(0;5)$.

B. $(5;0)$.

C. $(-6;-3)$.

D. $(-3;-6)$.

C – HƯỚNG DẪN GIẢI

DẠNG 1: ÁP DỤNG ĐỊNH NGHĨA VÀ CÁC TÍNH CHẤT PHÉP QUAY

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào *sai*?

- A. Có một phép vị tự biến mọi điểm thành chính nó.
- B. Có vô số phép vị tự biến mọi điểm thành chính nó.
- C. Thực hiện liên tiếp hai phép vị tự sẽ được một phép vị tự.
- D. Thực hiện liên tiếp hai phép vị tự tâm I sẽ được một phép vị tự tâm I .

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Phép đồng nhất là phép vị tự biến mọi điểm thành chính nó nhưng có vô số phép đồng nhất với tâm vị tự bất kỳ nên **A** là sai.

Câu 2: Cho hình thang $ABCD$, với $CD = \frac{1}{2}AB$. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD .

Gọi V là phép vị tự biến \overline{AB} thành \overline{CD} . Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào đúng?

- A. V là phép vị tự tâm I tỉ số $k = -\frac{1}{2}$.
- B. V là phép vị tự tâm I tỉ số $k = \frac{1}{2}$.
- C. V là phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$.
- D. V là phép vị tự tâm I tỉ số $k = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD nên $\overrightarrow{IC} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{IA}$; $\overrightarrow{ID} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{IB}$

$$V_{\left(I; -\frac{1}{2}\right)} : \begin{array}{l} A \mapsto C \\ B \mapsto D \\ \overline{AB} \mapsto \overline{CD} \end{array}$$

Câu 3: Cho tam giác ABC , với G là trọng tâm tam giác, D là trung điểm của BC . Gọi V là phép vị tự tâm G biến điểm A thành điểm D . Khi đó V có tỉ số k là

- A. $k = \frac{3}{2}$.
- B. $k = -\frac{3}{2}$.
- C. $k = \frac{1}{2}$.
- D. $k = -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}$.

Câu 4: Cho tam giác ABC với trọng tâm G . Gọi A' , B' , C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AC, AB của tam giác ABC . Khi đó phép vị tự nào biến tam giác $A'B'C'$ thành tam giác ABC ?

- A. Phép vị tự tâm G , tỉ số 2.
- B. Phép vị tự tâm G , tỉ số -2 .
- C. Phép vị tự tâm G , tỉ số -3 .
- D. Phép vị tự tâm G , tỉ số 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GA'}$, $\overrightarrow{GB} = -2\overrightarrow{GB'}$, $\overrightarrow{GC} = -2\overrightarrow{GC'}$. Bởi vậy phép vị tự $V_{(G; -2)}$ biến tam giác $A'B'C'$ thành tam giác ABC .

Câu 5: Hãy tìm khẳng định *sai*

- A. Nếu một phép vị tự có hai điểm bất động thì mọi điểm của nó đều bất động.
- B. Nếu một phép vị tự có hai điểm bất động thì nó là một phép đồng nhất.
- C. Nếu một phép vị tự có một điểm bất động khác với tâm vị tự của nó thì phép vị tự đó có tỉ số $k = 1$.
- D. Nếu một phép vị tự có hai điểm bất động thì chưa thể kết luận được rằng mọi điểm của nó đều bất động.

Hướng dẫn giải:**Chọn D.**

Phép vị tự tâm O luôn có điểm bất động O , nếu nó còn điểm bất động nữa là M (tức là ảnh M' trùng với M) thì vì $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$ nên $k = 1$. Vậy phép vị tự đó là phép đồng nhất nên mọi điểm đều bất động. Do đó, D sai.

Câu 6: Cho phép vị tự tâm O tỉ số k và đường tròn tâm O bán kính R . Để đường tròn (O) biến thành chính đường tròn (O) , tất cả các số k phải chọn là:

A. 1.

B. R .C. 1 và -1 .D. $-R$.

Câu 7: Xét các phép biến hình sau:

(I) Phép đối xứng tâm.
trục.

(II) Phép đối xứng

(III) Phép đồng nhất.

(IV). Phép

tịnh tiến theo vector khác $\vec{0}$.

Trong các phép biến hình trên

A. Chỉ có (I) là phép vị tự.

B. Chỉ có (I) và (II) là phép vị tự.

C. Chỉ có (I) và (III) là phép vị tự.

D. Tất cả đều là những phép vị tự.

Hướng dẫn giải:**Chọn C.**

Phép đối xứng qua tâm O là phép vị tự tâm O tỉ số là -1 .

Phép đối xứng trục không phải phép vị tự vì các đường thẳng tương ứng không đồng quy.

Phép đồng nhất là phép vị tự với tâm vị tự bất kỳ và tỉ số $k = 1$.

Phép tịnh tiến theo vector khác $\vec{0}$ không phải là phép vị tự vì không có điểm nào biến thành chính nó.

Câu 8: Phép vị tự tâm O tỉ số k ($k \neq 0$) biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho :

A. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{k}\overrightarrow{OM'}$.

B. $\overrightarrow{OM} = k\overrightarrow{OM'}$.

C. $\overrightarrow{OM} = -k\overrightarrow{OM'}$.

D. $\overrightarrow{OM'} = -\overrightarrow{OM}$.

Hướng dẫn giải:**Chọn A.**

$$V_{(O;k)}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{k}\overrightarrow{OM'} \text{ (vì } k \neq 0\text{)}.$$

Hướng dẫn giải:**Chọn C.**

Câu 9: Chọn câu sai

A. Qua phép vị tự có tỉ số $k \neq 1$, đường thẳng đi qua tâm vị tự sẽ biến thành chính nó.B. Qua phép vị tự có tỉ số $k \neq 0$, đường tròn đi qua tâm vị tự sẽ biến thành chính nó.C. Qua phép vị tự có tỉ số $k \neq 1$, không có đường tròn nào biến thành chính nó.D. Qua phép vị tự $V_{(O;1)}$ đường tròn tâm O sẽ biến thành chính nó.Hướng dẫn giải:**Chọn B.**

Đường tròn (O, R) qua phép vị tự tỉ số k trở thành chính nó thì $|k| = \frac{R}{R} = 1$. Nên câu B sai.

Câu 10: Nếu phép vị tự tỉ số k biến hai điểm M, N lần lượt thành hai điểm M' và N' thì

A. $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$, và $M'N' = -kMN$.

B. $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$, và $M'N' = |k|MN$.

C. $\overrightarrow{M'N'} = |k|\overrightarrow{MN}$ và $M'N' = kMN$.

D. $\overrightarrow{M'N'} // \overrightarrow{MN}$, và $M'N' = \frac{1}{2}MN$.

Hướng dẫn giải:**Chọn B.**

Theo định lý 1 về tính chất của phép vị tự.

DẠNG 2: PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(-2;4)$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(-3;4)$. B. $(-4;-8)$. C. $(4;-8)$. D. $(4;8)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Nếu } V_{(O;k)} : M(x; y) \mapsto M'(x'; y') \text{ thì } \begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}.$$

Vậy điểm cần tìm là $M'(4;-8)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x + y - 3 = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

- A. $2x + y + 3 = 0$. B. $2x + y - 6 = 0$.
C. $4x - 2y - 3 = 0$. D. $4x + 2y - 5 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$V_{(O;k)}(d) = d' \Rightarrow d' : 2x + y + c = 0. \quad (1)$$

$$\text{Ta có : } M(1;1) \in d \text{ và } V_{(O;k)}(M) = M' \Rightarrow M'(2;2) \in d'. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có : $c = -6$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

- A. $2x + 2y = 0$. B. $2x + 2y - 4 = 0$.
C. $x + y + 4 = 0$. D. $x + y - 4 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$V_{(O;k)}(d) = d' \Rightarrow d' : x + y + c = 0. \quad (1)$$

$$\text{Ta có : } M(1;1) \in d \text{ và } V_{(O;k)}(M) = M' \Rightarrow M'(-2;-2) \in d'. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có : $c = 4$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

- A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$. B. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$.
C. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 16$. D. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $r = 2$.

Đường tròn cần tìm có tâm $I' = V_{(O;k)}(I)$ và bán kính $r' = |k| \cdot r$.

Khi đó : $I'(-2;-4)$ và $r' = 4$.

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau ?

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 8$. B. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$.
C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 16$. D. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 16$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;1)$ và bán kính $r = 2$.

Đường tròn cần tìm có tâm $I' = V_{(O;k)}(I)$ và bán kính $r' = |k| \cdot r$.

Khi đó : $I'(2;2)$ và $r' = 4$.

Nếu $k = -1$ thì mọi đường tròn có tâm trùng với tâm vị tự đều biến thành chính nó.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Cho phép vị tự tâm $I(2;3)$ tỉ số $k = -2$. biến điểm $M(-7;2)$ thành M' có tọa độ là

- A. $(-10;2)$. B. $(20;5)$. C. $(18;2)$. D. $(-10;5)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Tọa độ điểm } M' \text{ là: } \begin{cases} x' = kx + (1-k)a \\ y' = ky + (1-k)b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -2 \cdot (-7) + (1+2)2 \\ y' = -2 \cdot 2 + (1+2)3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 20 \\ y' = 5 \end{cases}$$

Câu 7: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Cho hai điểm $M(4;6)$ và $M'(-3;5)$. Phép vị tự tâm I tỉ số $k = \frac{1}{2}$ biến điểm M thành M' . Khi đó tọa độ điểm I là

- A. $I(-4;10)$. B. $I(11;1)$. C. $I(1;11)$. D. $I(-10;4)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Tọa độ điểm } I \text{ là: } \begin{cases} x' = kx + (1-k)a \\ y' = ky + (1-k)b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{x' - kx}{1-k} \\ b = \frac{y' - ky}{1-k} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-3 - \frac{1}{2} \cdot 4}{1 - \frac{1}{2}} \\ b = \frac{5 - \frac{1}{2} \cdot 6}{1 - \frac{1}{2}} \end{cases} \begin{cases} a = -10 \\ b = 4 \end{cases}$$

Câu 8: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2)$, $B(-3;4)$ và $I(1;1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số $k = -\frac{1}{3}$ biến điểm A thành A' , biến điểm B thành B' . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. $\overrightarrow{A'B'} = \left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. B. $\overrightarrow{A'B'} = \left(-\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
C. $|\overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{203}$. D. $A'\left(1; -\frac{2}{3}\right), B'\left(\frac{7}{3}; 0\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$A(1;2), B(-3;4) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-4;2) \Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = V_{\left(I, -\frac{1}{3}\right)}(\overrightarrow{AB}) = \left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$$

Câu 9: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Cho ba điểm $I(-2;-1)$, $M(1;5)$ và $M'(-1;1)$. Giả sử V phép vị tự tâm I tỉ số k biến điểm M thành M' . Khi đó giá trị của k là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

A. $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + y^2 = 1.$

B. $x^2 + \left(y - \frac{1}{3}\right)^2 = 9.$

C. $x^2 + \left(y + \frac{1}{3}\right)^2 = 1.$

D. $x^2 + y^2 = 1.$

Hướng dẫn giải:**Chọn C.**

Giả sử hai đường tròn (C) và (C') có tâm và bán kính lần lượt là O, O' và R, R' .

(C') có phương trình: $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 9$ có tâm $O'(-2; -1), R' = 3$.

$$\text{Suy ra, tọa độ tâm } O \text{ là: } \begin{cases} -2 = 3x + (1-3).1 \\ -1 = 3y + (1-3).0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}; R = 1.$$

Vậy phương trình của (C) là: $x^2 + \left(y + \frac{1}{3}\right)^2 = 1.$

Câu 14: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho $A(1;2), B(-3;1)$. Phép vị tự tâm $I(2;-1)$ tỉ số $k = 2$ biến điểm A thành A' , phép đối xứng tâm B biến A' thành B' . Tọa độ điểm B' là

A. $(0;5).$

B. $(5;0).$

C. $(-6;-3).$

D. $(-3;-6).$

Hướng dẫn giải:**Chọn C.**

$$\text{Tọa độ điểm } A' \text{ là: } \begin{cases} x' = 2.1 + (1-2)2 \\ y' = 2.2 + (1-2)(-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 0 \\ y' = 5 \end{cases}$$

$$\text{Tọa độ điểm } B' \text{ là: } \begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2.(-3) - 0 \\ y' = 2.1 - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -6 \\ y' = -3 \end{cases}$$

Đ.ẶNG V.IỆT Đ.ÔNG