

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
HÀ NỘI

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Năm học: 2016 – 2017

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

**Bài I:** (2 điểm) Cho hai biểu thức  $A = \frac{7}{\sqrt{x} + 8}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} + \frac{2\sqrt{x} - 24}{x - 9}$  với  $x \geq 0; x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 25$

2) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x} + 3}$

3) Tìm x để biểu thức  $P = A.B$  có giá trị là số nguyên.

**Bài II:** (2 điểm) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình*

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích  $720m^2$ . Nếu tăng chiều dài thêm 10m và giảm chiều rộng 6m thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

**Bài III:** (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{3x}{x-1} - \frac{2}{y+2} = 4 \\ \frac{2x}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 5 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d):  $y = 3x + m^2 - 1$  và parabol (P):  $y = x^2$

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hoành độ giao điểm của (d) và (P). Tìm m để  $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1$ .

**Bài IV:** (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm) và đường kính BC. Trên đoạn thẳng CO lấy điểm I (I khác C, I khác O). Đường thẳng AI cắt (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng DE.

1) Chứng minh bốn điểm A, B, O, H cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh  $\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{BE}$

3) Đường thẳng d đi qua điểm E song song với AO, d cắt BC tại điểm K.

4) Tia CD cắt AO tại điểm P, tia EO cắt BP tại điểm F. Chứng minh tứ giác BECF là hình chữ nhật.

**Bài V:** (0,5 điểm) Với các số thực x, y thỏa mãn  $x - \sqrt{x+6} = \sqrt{y+6} - y$ , tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x + y$ .

-----Hết-----

## HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO LỚP 10 MÔN TOÁN

### Câu 1.

Cho hai biểu thức  $A = \frac{7}{\sqrt{x} + 8}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} + \frac{2\sqrt{x} - 24}{x - 9}$  với  $x \geq 0; x \neq 9$

1) Với  $x = 25$  thỏa mãn  $x \geq 0; x \neq 9$

$$\text{Ta có: } A = \frac{7}{\sqrt{x} + 8} = \frac{7}{\sqrt{25} + 8} = \frac{7}{13}$$

2) Với  $x \geq 0; x \neq 9$ , ta có

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} + \frac{2\sqrt{x} - 24}{x - 9} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3) + 2\sqrt{x} - 24}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} \\ &= \frac{x + 5\sqrt{x} - 24}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} = \frac{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 8)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} = \frac{\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x} + 3} \end{aligned}$$

$$3) P = A.B = \frac{\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x} + 3} \cdot \frac{7}{\sqrt{x} + 8} = \frac{7}{\sqrt{x} + 3}$$

$$\text{Đặt } \frac{7}{\sqrt{x} + 3} = a$$

$$\text{Với } x \geq 0 \Rightarrow \frac{7}{\sqrt{x} + 3} = a \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{7}{a} - 3 \geq 0 \Rightarrow \frac{7}{a} \geq 3 \Rightarrow a \leq 2 \Rightarrow a = 1 \text{ hoặc } a = 2$$

Với  $a = 1$ , ta được  $x = 16$  (TMĐK  $x \geq 0; x \neq 9$ )

Với  $a = 2$ , ta được  $x = \frac{1}{4}$  (TMĐK  $x \geq 0; x \neq 9$ )

### Câu 2.

Gọi chiều dài hình chữ nhật là  $x$  (m) ( $x > 0$ )

Suy ra, chiều rộng hình chữ nhật là  $\frac{720}{x}$  (m)

Theo bài ra, ta có phương trình

$$(x + 10) \left( \frac{720}{x} - 6 \right) = 720 \Leftrightarrow 6x^2 + 60x - 7200 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 10x - 1200 = 0$$

Giải phương trình ta được  $\begin{cases} x_1 = 30(\text{TM}) \\ x_2 = -40(\text{L}) \end{cases}$

Vậy chiều dài hình chữ nhật là 30m, chiều rộng hình chữ nhật là 24m.

### Câu 3.

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{3x}{x-1} - \frac{2}{y+2} = 4 \\ \frac{2x}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 5 \end{cases}$$

Đặt 
$$\begin{cases} u = \frac{x}{x-1} \\ v = \frac{1}{y+2} \end{cases} \quad (x \neq 1, y \neq -2)$$

Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} 3u - 2v = 4 \\ 2u + v = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u - 2v = 4 \\ 4u + 2v = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u = 14 \\ 2u + v = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ v = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{x-1} = 2 \\ \frac{1}{y+2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \text{ (TM)}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (2; -1)$

2) a) Phương trình tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là:

$$x^2 = 3x + m^2 - 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x - m^2 + 1 = 0(1)$$

Ta xét:  $\Delta = (-3)^2 - 4(-m^2 + 1) = 9 + 4m^2 - 4 = 4m^2 + 5 > 0$  với mọi m

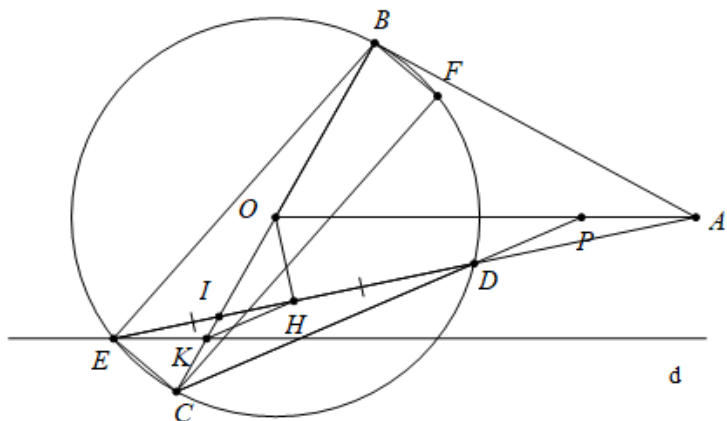
Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b)  $x_1, x_2$  là các hoành độ giao điểm của (d) và (P) nên  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1).

Theo Vi-ét, ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = 1 - m^2 \end{cases}$$

$$\text{Đề } (x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1 \Leftrightarrow x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1 = 1 \Leftrightarrow 1 - m^2 + 3 + 2 = 1 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

#### Câu 4.



- Vì AB là tiếp tuyến của (O)  $\Rightarrow OA \perp AB \Rightarrow \widehat{OBA} = 90^\circ$ . DE là dây cung của (O) mà H là trung điểm của DE  $\Rightarrow OH \perp DE \Rightarrow \widehat{OHA} = 90^\circ$

Xét tứ giác ABOH có:  $\widehat{OHA} + \widehat{OBA} = 90^\circ = 180^\circ$  nên tứ giác ABOH nội tiếp.

2. Vì AB là tiếp tuyến của (O) tại B  $\Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{BED} = \widehat{BEA}$  (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung BD)

Xét  $\triangle ABD$  và  $\triangle AEB$  có:

$$\widehat{ABD} = \widehat{AEB} \text{ (cmt)}$$

$\widehat{BAD}$ : chung

$$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle AEB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{BD}{BE}$$

3. Tứ giác ABOH nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{HAO} = \widehat{HBO} \text{ (hai góc cùng chắn một cung)} \quad (1)$$

$$\text{Mà } EK \parallel AO \Rightarrow \widehat{KEA} = \widehat{HAO} \text{ (hai góc so le trong)} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \widehat{KEH} = \widehat{KBH}$$

$\Rightarrow$  Tứ giác HKEB nội tiếp (dấu hiệu tứ giác nội tiếp)

$$\Rightarrow \widehat{EHK} = \widehat{KBE} \quad (3)$$

$$\text{Vì tứ giác DCEB nội tiếp} \Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{CBE} \text{ (hai góc cùng chắn cung CE)} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{KHE} \text{ mà hai góc nằm ở vị trí đồng vị} \Rightarrow HK \parallel DC.$$

4. Cách 1:

$$\text{Kẻ tiếp tuyến AT với (O) (T} \in (O)) \Rightarrow OT \perp TA \Rightarrow \widehat{OTA} = 90^\circ$$

Xét tứ giác OTAB có  $\widehat{OTA} + \widehat{OBA} = 180^\circ$  mà hai góc đối nhau  $\Rightarrow$  Tứ giác OTAB nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{OAT} = \widehat{OBT} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung OT)}$$

$$\text{Mà trên (O) có } \widehat{OBT} = \widehat{CBT} = \widehat{CDT} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung CT)}$$

$$\Rightarrow \widehat{OAT} = \widehat{CDT} \text{ hay } \widehat{PAT} = \widehat{CDT} \Rightarrow \widehat{PAT} + \widehat{PDT} = 180^\circ$$

Mà hai góc ở vị trí đối nhau trong tứ giác TAPD  $\Rightarrow$  TAPD là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{ATP} = \widehat{ADP} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung AP)}$$

$$\text{Trên (O) có } \widehat{EBC} = \widehat{DEC} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung CE)}$$

$$\text{Mà } \widehat{ADP} = \widehat{EDC} \text{ (hai góc đối đỉnh)} \Rightarrow \widehat{ADP} = \widehat{CBE} \quad (1)$$

$$\text{AT, AB là tiếp tuyến của (O)} \Rightarrow \text{AO là phân giác của góc } \widehat{TAB} \Rightarrow \widehat{TAP} = \widehat{BAP}$$

Xét  $\triangle TAP$  và  $\triangle BAP$  có:

$$\left. \begin{array}{l} AT = AB \text{ (cmt)} \\ \widehat{TAP} = \widehat{BAP} \text{ (cmt)} \\ AP: \text{ chung} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle TAP = \triangle BAP \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{ATP} = \widehat{ABP} \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \widehat{ABP} = \widehat{EBC}$$

$$\Rightarrow \widehat{EBP} = \widehat{EBC} + \widehat{CBP} = \widehat{ABP} + \widehat{CBP} = \widehat{CBA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EBF} = 90^\circ$$

Mà EF qua O, nên EF là đường kính của (O) suy ra BFCE có hai đường chéo EF và BC bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên nó là hình chữ nhật.

Cách 2:

Xét  $\Delta EHB$  và  $\Delta COP$  có:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{EHB} = \widehat{COP} \\ \widehat{BED} = \widehat{BCD} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta EHB \sim \Delta COP (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{EB}{CP} = \frac{EH}{CO} = \frac{ED}{CB}$$

$$\Delta EDB \sim \Delta CBP (c.gc)$$

$$\Rightarrow \widehat{EDB} = \widehat{CBP}$$

$$\widehat{EDB} \text{ phụ với góc } \widehat{CDE}. \text{ Mà } \widehat{CDE} = \widehat{EBC}$$

$$\Rightarrow \widehat{EBP} = \widehat{EBC} + \widehat{CBP} = \widehat{EDB} + \widehat{CDE} = 90^\circ$$

### Câu 5.

$$\text{Bổ đề } \sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{2(a+b)}, \forall a; b \geq 0$$

Thật vậy BĐT tương đương với  $\sqrt{2ab} \leq a+b$  (BĐT Cô-si cho hai số không âm)

Áp dụng có:

$$x - \sqrt{x+6} = \sqrt{y+6} - y$$

$$\Leftrightarrow x+y = \sqrt{x+6} + \sqrt{y+6} \leq \sqrt{2(x+y+12)}$$

$$\Leftrightarrow (x+y)^2 \leq 2(x+y) + 24$$

$$\Leftrightarrow -4 \leq x+y \leq 6(1)$$

Dễ thấy  $x+y \geq 0(2)$

$$\text{Ta có } x+y = \sqrt{x+6} + \sqrt{y+6} \Leftrightarrow (x+y)^2 = (x+y) + 12 + 2\sqrt{(x+6)(y+6)}$$

$$\Leftrightarrow (x+y)^2 - (x+y) - 12 = 2\sqrt{(x+6)(y+6)} \geq 0 \Leftrightarrow (x+y+3)(x+y-4) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y \leq -3 \\ x+y \geq 4 \end{cases} (3) \Leftrightarrow x+y \geq 4$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra  $4 \leq x+y \leq 6$

$$\text{Đâu "=" xảy ra khi } x+y=4 \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=4 \\ x+6=0 \\ y+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6 \\ y=10 \\ x=10 \\ y=-6 \end{cases}$$

$$\text{Khi } x+y=6 \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ x+6=y+6 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=3$$

Kết luận: GTLN của  $x+y$  là 6 khi  $x=y=3$ ; GTNN của  $x+y$  là 4 khi  $\begin{cases} x=-6 \\ y=10 \\ x=10 \\ y=-6 \end{cases}$

