

[Hocmai.vn Online](https://hocmai.vn)**CHUẨN BỊ KÌ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2019****Môn: Toán****CHỦ ĐỀ: SỬ DỤNG CASIO - VINACAL ĐỂ GIẢI  
BÀI TOÁN TƯƠNG GIAO ĐỒ THỊ****Nguồn: sưu tầm và biên soạn****1) KIẾN THỨC NỀN TẢNG**

**1. Phương pháp đồ thị tìm số nghiệm của phương trình :** Cho phương trình  $f(x) = g(x)$  (1), số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đồ thị hàm số  $y = g(x)$

**Chú ý :** Số nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$  là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục hoành

**2. Bài toán tìm nghiệm của phương trình chứa tham số :** Ta tiến hành cô lập  $m$  và đưa phương trình ban đầu về dạng  $f(x) = m$  (2) khi đó số nghiệm của phương trình (2) là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = m$ .

**Chú ý :** Đường thẳng  $y = m$  có tính chất song song với trục hoành và đi qua điểm có tọa độ  $(0; m)$

**3. Lệnh Casio :** Để tìm nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm ta dùng lệnh SHIFT SOLVE

**2) VÍ DỤ MINH HỌA****VD1-[Thi thử chuyên KHTN lần 2 năm 2017]**

Tìm tập hợp tất các các giá trị của  $m$  để phương trình  $\log_2 x - \log_2(x-2) = m$  có nghiệm :

**A.**  $1 \leq m < +\infty$ **B.**  $1 < m < +\infty$ **C.**  $0 \leq m < +\infty$ **D.**  $0 < m < +\infty$ **GIẢI**❖ **Cách 1 : CASIO**

➤ Đặt  $\log_2 x - \log_2(x-2) = f(x)$  khi đó  $m = f(x)$  (1). Để phương trình (1) có nghiệm thì  $m$  thuộc miền giá trị của  $f(x)$  hay  $f(\min) \leq m \leq f(\max)$

➤ Tới đây bài toán tìm tham số  $m$  được quy về bài toán tìm min, max của một hàm số. Ta sử dụng chức năng Mode với miền giá trị của  $x$  là Start 2 End 10 Step 0.5

$w7i2\$Q)\$pi2\$Q)p2==2=10=0.5=$

X	F(X)
2	0.3625
3	0.341
4	0.3219

↻

➤ Quan sát bảng giá trị  $F(X)$  ta thấy  $f(10) \approx 0.3219$  vậy đáp số **A** và **B** sai. Đồng thời khi  $x$  càng tăng vậy thì  $F(X)$  càng giảm. Vậy câu hỏi đặt ra là  $F(X)$  có giảm được về 0 hay không.

Ta tư duy nếu  $F(X)$  giảm được về 0 có nghĩa là phương trình  $f(x)=0$  có nghiệm. Để kiểm tra dự đoán này ta sử dụng chức năng dò nghiệm SHIFT SOLVE

Can't solve

[AC] : Cancel  
[←][→]: Goto

Máy tính Casio báo phương trình này không có nghiệm. Vậy dấu = không xảy ra

➤ Tóm lại  $f(x) > 0 \Leftrightarrow m > 0$  và **D** là đáp án chính xác

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

▪ Điều kiện :  $x > 2$

▪ Phương trình  $\Leftrightarrow m = \log_2\left(\frac{x}{x-2}\right) \Leftrightarrow m = \log_2\left(1 + \frac{2}{x-2}\right)$

▪ Vì  $x > 2$  nên  $x-2 > 0 \Rightarrow 1 + \frac{2}{x-2} > 1 \Rightarrow \log_2\left(1 + \frac{2}{x-2}\right) > \log_2 1 = 0$

Vậy  $m = \log\left(1 + \frac{2}{x-2}\right) > 0$

❖ **Bình luận :**

- Một bài toán mẫu mực của dạng tìm tham số  $m$  ta giải bằng cách kết hợp chức năng lập bảng giá trị MODE 7 và chức năng dò nghiệm SHIFT SOLVE một cách khéo léo
- Chú ý :  $m = f(x)$  mà  $f(x) > 0$  vậy  $m > 0$  một tính chất bắc cầu hay và thường xuyên gặp

**VD2-[Thi thử chuyên KHTN –HN lần 2 năm 2017]**

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^3 - 3x^2 + m = 0$  có 3 nghiệm phân biệt

- A.  $-4 < m < 0$       B.  $-4 \leq m \leq 0$       C.  $0 \leq m \leq 4$       D.  $0 < m < 1$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

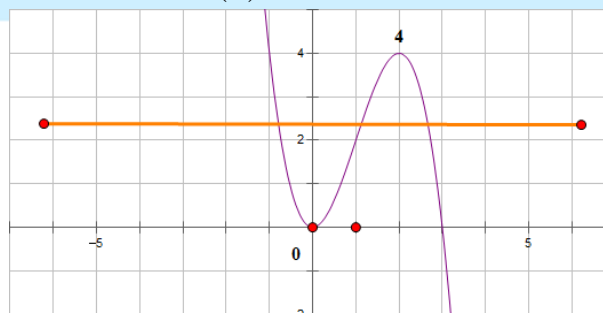
➤ Cô lập  $m$ , đưa phương trình ban đầu về dạng  $m = -x^3 + 3x^2$ . Đặt  $x^3 - 3x^2 = f(x)$  khi đó  $m = f(x)$  (1), số nghiệm của (1) là số giao điểm của đồ thị  $y = f(x)$  và  $y = m$

➤ Để khảo sát hàm số  $y = f(x)$  ta sử dụng chức năng MODE 7 Start -2 End 5 Step 0.5

w7pQ)^3\$+3Q)d==p2=5=0.5=

X	F(X)
-0.5	0.875
0.5	0.625
1.5	3.375
2.5	3.125

Quan sát bảng giá trị  $F(X)$  ta thấy giá trị cực tiểu là 0 và giá trị cực đại là 4 vậy ta có sơ đồ đường đi của  $f(x)$  như sau :



➤ Rõ ràng hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm phân biệt nếu  $0 < m < 4$

**VD3-[Khảo sát chất lượng chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa năm 2017]**

Cho hàm số  $y = \frac{2x+2}{x-1}$  có đồ thị (C). Đường thẳng (d):  $y = x+1$  cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt M, N thì tung độ điểm I của đoạn thẳng MN bằng:

A. -3                      B. -2                      C. 1                      D. 2

GIẢI

❖ **Cách 1** : CASIO

➤ Phương trình hoành độ giao điểm  $\frac{2x+2}{x-1} = x+1$ . Nhập phương trình này vào máy tính Casio

và dò nghiệm :

a2Q)+2RQ)p1\$(Q)+1)qr5=qrp5=

Ta có ngay 2 nghiệm  $\begin{cases} x_1 = 3 \Rightarrow y_1 = x_1 + 1 = 4 \\ x_2 = -1 \Rightarrow y_2 = x_2 + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow y_I = \frac{y_1 + y_2}{2} = 2$

⇒ Đáp số chính xác là **D**

**VD4**-[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho đồ thị hàm số  $y = x^3 + mx + 16$  cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

A.  $m > 12$                       B.  $m < -12$                       C.  $m < 0$                       D. Không có  $m$  thỏa

GIẢI

❖ **Cách 1** : CASIO

➤ Để đồ thị hàm số  $y = x^3 + mx + 16$  cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì phương trình  $x^3 + mx + 16 = 0$  (1) có 3 nghiệm phân biệt

➤ Với  $m = 14$  sử dụng lệnh giải phương trình bậc 3 MODE 5

w541=0=14=16=====

Ta thấy nghiệm  $x_2; x_3$  là nghiệm ảo  $\Rightarrow$  không đủ 3 nghiệm thực  $\Rightarrow m = 14$  không thỏa  $\Rightarrow$  A sai

➤ Với  $m = -14$  sử dụng lệnh giải phương trình bậc 3 MODE 5

w541=0=4o14=16=====

Ta thấy ra 3 nghiệm thực  $\Rightarrow$  Đáp án đúng có thể là **B** hoặc **C**  
Thử thêm một giá trị  $m = -1$  nữa thì thấy  $m = -1$  không thỏa  
 $\Rightarrow$  Đáp số chính xác là **B**

**VD5**-[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]

Cho hàm số  $y = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2}$  có đồ thị là  $(C)$ . Biết đường thẳng  $y = -4x + 3$  tiếp xúc với  $(C)$  tại điểm  $A$  và cắt  $(C)$  tại điểm  $B$ . Tìm tung độ của điểm  $B$

A. 1

B. 15

C. -3

D. -1

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

➤ Thiết lập phương trình hoành độ giao điểm  $\frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2} = -4x + 3$ . Sử dụng SHIFT SOLVE

để dò 2 nghiệm phương trình trên

$\frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2} = -4x + 3$

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2} = -4x + 3 \\ X = 1 \\ L-R = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2} = -4x + 3 \\ X = -3 \\ L-R = 0 \end{array}$$

➤ Nếu  $A$  là tiếp điểm thì  $y'(x_A) = 0$ ,  $B$  là giao điểm  $\Rightarrow y'(x_B) \neq 0$ .

$y' = 2x^3 - 6x = 0$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{x^4}{2} - 3x^2 + \frac{3}{2} \right) \Big|_{x=1} = -4$$

$$\Rightarrow x_B = 1 \Rightarrow y_B = -4x_B + 3 = -1$$

$\Rightarrow$  Đáp số chính xác là **D**

**VD6-[Thi HK1 THPT HN-Amsterdam năm 2017]**

Cho hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + m^2 - 4$  có đồ thị  $(C)$ . Với giá trị nào của tham số  $m$  thì đồ thị  $(C)$  cắt trục  $Ox$  tại bốn điểm phân biệt trong đó có đúng 3 điểm có hoành độ lớn hơn  $-1$ ?

A.  $-3 < m < -1$

B.  $-2 < m < 2$

C.  $2 < m < 3$

D.  $\begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$

GIẢI

❖ **Cách 1 : T. CASIO**

➤ Số nghiệm của đồ thị  $(C)$  và trục hoành là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm.

$$x^4 - 2mx^2 + m^2 - 4 = 0 \quad (1). \text{ Đặt } x^2 = t \text{ thì } (1) \Leftrightarrow t^2 - 2mt + m^2 - 4 = 0 \quad (2)$$

➤ Ta hiểu 1 nghiệm  $t > 0$  sẽ sinh ra 2 nghiệm  $x = \pm\sqrt{t}$ . Khi phương trình (2) có 2 nghiệm  $t_1 > t_2 > 0$  thì phương trình (1) có 4 nghiệm  $-\sqrt{t_1} < -\sqrt{t_2} < \sqrt{t_2} < \sqrt{t_1}$ . Vậy để phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt trong đó có đúng 3 điểm có hoành độ lớn hơn  $-1$  (tức là 1 điểm có hoành độ nhỏ hơn  $-1$ ) thì  $0 < t_2 \leq 1 < t_1$  (\*)

Thử với  $m = -2.5$  Xét phương trình  $t^2 - 2mt + m^2 - 4 = 0$

$$t^2 + 5t - 2.25 = 0$$

$$t_1 =$$

$$t_2 =$$

$$\frac{9}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

Thỏa mãn (\*)  $\Rightarrow m = 2.5$  thỏa  $\Rightarrow$  **C** là đáp số chính xác

**BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1-[Thi thử chuyên VỊ Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]**

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $2x^3 + 3x^2 - 12x = m$  có đúng 1 nghiệm dương

- A.  $\begin{cases} m < -7 \\ m > 0 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} m = -7 \\ m > 0 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} m < -7 \\ m > 20 \end{cases}$       D. Không có  $m$

thỏa

**Bài 3-[Thi thử THPT Lục Ngạn – Bắc Giang lần 1 năm 2017]**

Tìm tất cả giá trị  $m$  để đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn  $-\frac{1}{2}$

- A.  $0 < m < 2$       B.  $-2 < m < 2$       C.  $\frac{9}{8} < m < 2$       D.  $-2 \leq m \leq 2$

**Bài 3-[Thi HSG tỉnh Ninh Bình năm 2017]**

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$  có 3 nghiệm phân biệt ?

- A.  $m = 3$       B.  $m > 2$       C.  $2 \leq m \leq 3$       D.  $2 < m < 3$

**Bài 4-[Thi thử THPT Lục Ngạn – Bắc Giang lần 1 năm 2017]**

Số nguyên dương lớn nhất để phương trình  $25^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2)5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1 = 0$  có nghiệm ?

- A. 20      B. 35      C. 30      D. 25

**Bài 5-[Thi HK1 chuyên Amsterdam -HN năm 2017]**

Tập giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $5.16^x - 2.81^x = m.36^x$  có đúng 1 nghiệm ?

- A.  $m > 0$       B.  $\begin{cases} m \leq -\sqrt{2} \\ m \geq \sqrt{2} \end{cases}$       C. Với mọi  $m$       D. Không tồn tại

$m$

**Bài 6-[Thi HK1 THPT Ngô Thì Nhậm - HN năm 2017]**

Phương trình  $\log_3 x - \log_3(x-2) = \log_{\sqrt{3}} m$  vô nghiệm khi :

- A.  $m > 1$       B.  $m < 0$       C.  $0 < m \leq 1$       D.  $m \leq 1$

**LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1-[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]**

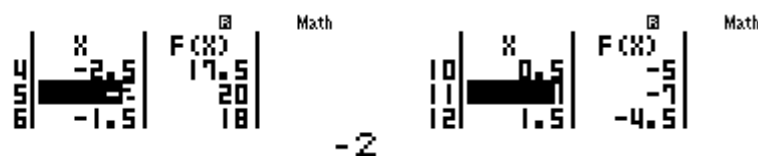
Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $2x^3 + 3x^2 - 12x = m$  có đúng 1 nghiệm dương

- A.  $\begin{cases} m < -7 \\ m > 0 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} m = -7 \\ m > 0 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} m < -7 \\ m > 20 \end{cases}$       D. Không có  $m$

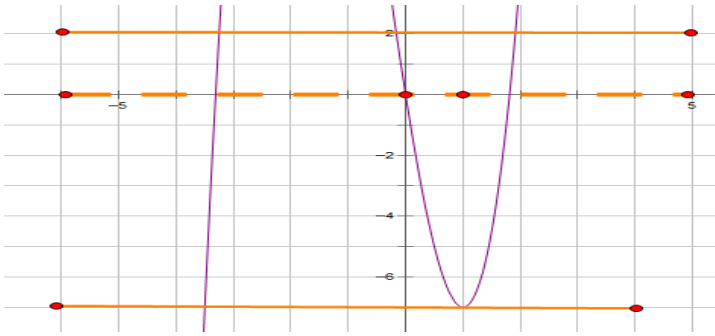
thỏa

GIẢI

- Đặt  $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 12x$ . Khi đó phương trình ban đầu  $\Leftrightarrow f(x) = m$  (1). Để (1) có đúng 1 nghiệm dương thì đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại đúng 1 điểm có hoành độ dương.
- Khảo sát hàm số  $y = f(x)$  với chức năng MODE 7



- Ta thấy đồ thị có giá trị cực đại là 20 và giá trị cực tiểu là -7 và ta sẽ mô tả được đường đi của  $f(x)$  như sau :



Rõ ràng  $\begin{cases} y = m > 0 \\ y = -7 \end{cases}$  thì hai đồ thị cắt nhau tại đúng 1 điểm có hoành độ dương.  $\Rightarrow$  Đáp án **B** chính xác

**Bài 3-[Thi thử THPT Lục Ngạn – Bắc Giang lần 1 năm 2017]**

Tìm tất cả giá trị  $m$  để đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn  $-\frac{1}{2}$

- A.  $0 < m < 2$       B.  $-2 < m < 2$       C.  $\frac{9}{8} < m < 2$       D.  $-2 \leq m \leq 2$

GIẢI

- Số giao điểm của đường thẳng và đồ thị hàm số trên là số giao điểm của phương trình  $x^3 - 3x^2 + 2 = m \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2 - m = 0$
- Thử với  $m = -2$ . Giải phương trình bậc 3 với tính năng MODE 5 4  
w541=p3=0=2p(p2)===

$X_1 =$       Math ▾       $X_2 =$       Math ▲  
-1      2

Ta thấy chỉ có 2 nghiệm  $\Rightarrow$  2 giao điểm  $\Rightarrow m = -2$  không thỏa mãn  $\Rightarrow$  Đáp án **D** sai

- Thử với  $m = -1$ . Giải phương trình bậc 3 với tính năng MODE 5 4  
w541=p3=0=3===

$X_1 =$       Math ▾  
-0.8793852416

Ta thấy có nghiệm  $< -\frac{1}{2} \Rightarrow m = -1$  không thỏa mãn  $\Rightarrow$  Đáp án **B** sai

- Thử với  $m = 1$ . Giải phương trình bậc 3 với tính năng MODE 5 4  
w541=p3=0=3===

$X_3 =$       Math ▲  
-0.5320888862

Ta thấy có nghiệm  $< -\frac{1}{2} \Rightarrow m = 1$  không thỏa mãn  $\Rightarrow$  Đáp án **A** sai

$\Rightarrow$  Đáp án **C** còn lại là đáp án chính xác

**Bài 3-[Thi HSG tỉnh Ninh Bình năm 2017]**

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$  có 3 nghiệm phân biệt ?

- A.  $m = 3$       B.  $m > 2$       C.  $2 \leq m \leq 3$       D.  $2 < m < 3$

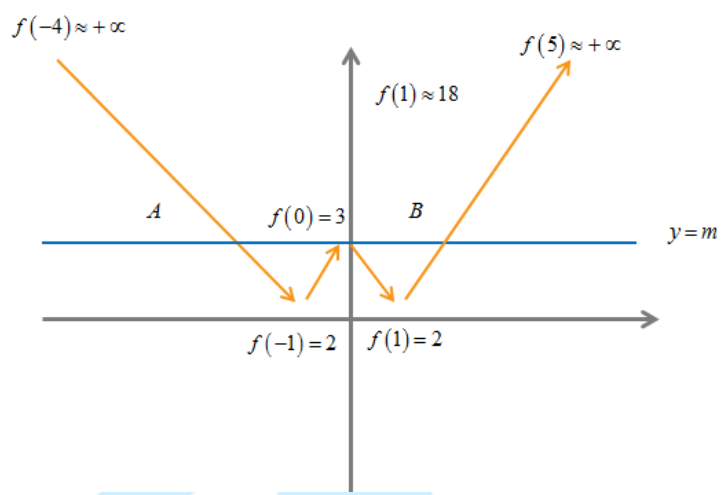
GIẢI

- Đặt  $f(x) = 4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6$ . Khi đó phương trình ban đầu  $\Leftrightarrow f(x) = m$

- Sử dụng Casio khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  với thiết lập Start -4 End 5 Step 0.5



- Quan sát bảng biến thiên ta vẽ đường đi của hàm số



Rõ ràng  $y = 3$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 3 điểm phân biệt vậy đáp án A là chính xác

**Bài 4-[Thi thử THPT Lục Ngạn – Bắc Giang lần 1 năm 2017]**  
 Số nguyên dương lớn nhất để phương trình  $25^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2)5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1=0$  có nghiệm ?  
 A. 20                      B. 35                      C. 30                      D. 25

GIẢI

- Cô lập  $m$  ta được  $m = \frac{25^{1+\sqrt{1-x^2}} - 2.5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 1}{5^{1+\sqrt{1-x^2}} - 2}$
- Đặt  $f(x) = \frac{25^{1+\sqrt{1-x^2}} - 2.5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 1}{5^{1+\sqrt{1-x^2}} - 2}$ . Khi đó phương trình ban đầu  $\Leftrightarrow f(x) = m$
- Sử dụng Casio khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  với thiết lập Start -1 End 1 Step 0.2



- Quan sát bảng biến thiên ta thấy  $f(x) \leq f(0) = 25.043...$  hay  $m \leq f(0)$  vậy  $m$  nguyên dương lớn nhất là 25  $\Rightarrow$  D là đáp án chính xác

**Bài 5-[Thi HK1 chuyên Amsterdam -HN năm 2017]**  
 Tập giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $5.16^x - 2.81^x = m.36^x$  có đúng 1 nghiệm ?  
 A.  $m > 0$                       B.  $\begin{cases} m \leq -\sqrt{2} \\ m \geq \sqrt{2} \end{cases}$                       C. Với mọi  $m$                       D. Không tồn tại

$m$   
 GIẢI



- Cô lập  $m$  ta được  $m = \frac{5 \cdot 16^x - 2 \cdot 81^x}{36^x}$
- Đặt  $f(x) = \frac{5 \cdot 16^x - 2 \cdot 81^x}{36^x}$ . Khi đó phương trình ban đầu  $\Leftrightarrow f(x) = m$
- Sử dụng Casio khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  với thiết lập Start -9 End 10 Step 1  
w7a5O16^Q)Sp2O81^Q)R36^Q)=-p9=10=1=

X	F(X)
-9	7389.4
-8	3284.2
-7	1459.6

Quan sát bảng biến thiên ta thấy  $f(x)$  luôn giảm hay hàm số  $y = f(x)$  luôn nghịch biến.

Điều này có nghĩa là đường thẳng  $y = m$  luôn cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 1 điểm  $\Rightarrow$  C chính xác

**Bài 6-[Thi HK1 THPT Ngô Thì Nhậm - HN năm 2017]**

Phương trình  $\log_3 x - \log_3(x-2) = \log_{\sqrt{3}} m$  vô nghiệm khi :

- A.  $m > 1$       B.  $m < 0$       C.  $0 < m \leq 1$       D.  $m \leq 1$

GIẢI

- Điều kiện :  $x > 2$ . Phương trình ban đầu  $\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{x}{x-2}\right) = 2\log_3 m \Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_3\left(\frac{x}{x-2}\right) = \log_3 m$

$$\Leftrightarrow \log_3 \sqrt{\frac{x}{x-2}} = \log_3 m \Leftrightarrow m = \sqrt{\frac{x}{x-2}}$$

Để phương trình ban đầu vô nghiệm thì đường thẳng  $y = m$  không cắt đồ thị hàm số  $y = f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-2}}$

- Sử dụng Casio khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  với thiết lập Start 2 End 10 Step 0.5  
w7saQ)RQ)p2==2=10=0.5=

X	F(X)
2.5	ERROR
2.236	
1.732	

- Để khảo sát chính xác hơn ta tính giới hạn của hàm  $f(x)$  khi  $x$  tiến tới 2 cận là 2 và  $+\infty$

saQ)RQ)p2r10^9)=

X	F(X)
1.000000001	

Vậy  $\lim_{x \rightarrow +\infty} = 1$

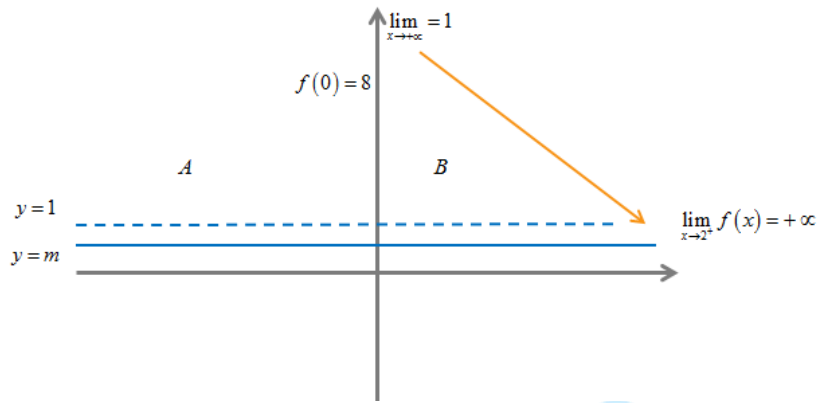
saQ)RQ)p2r2+0.0000001=

X	F(X)
4472.136067	

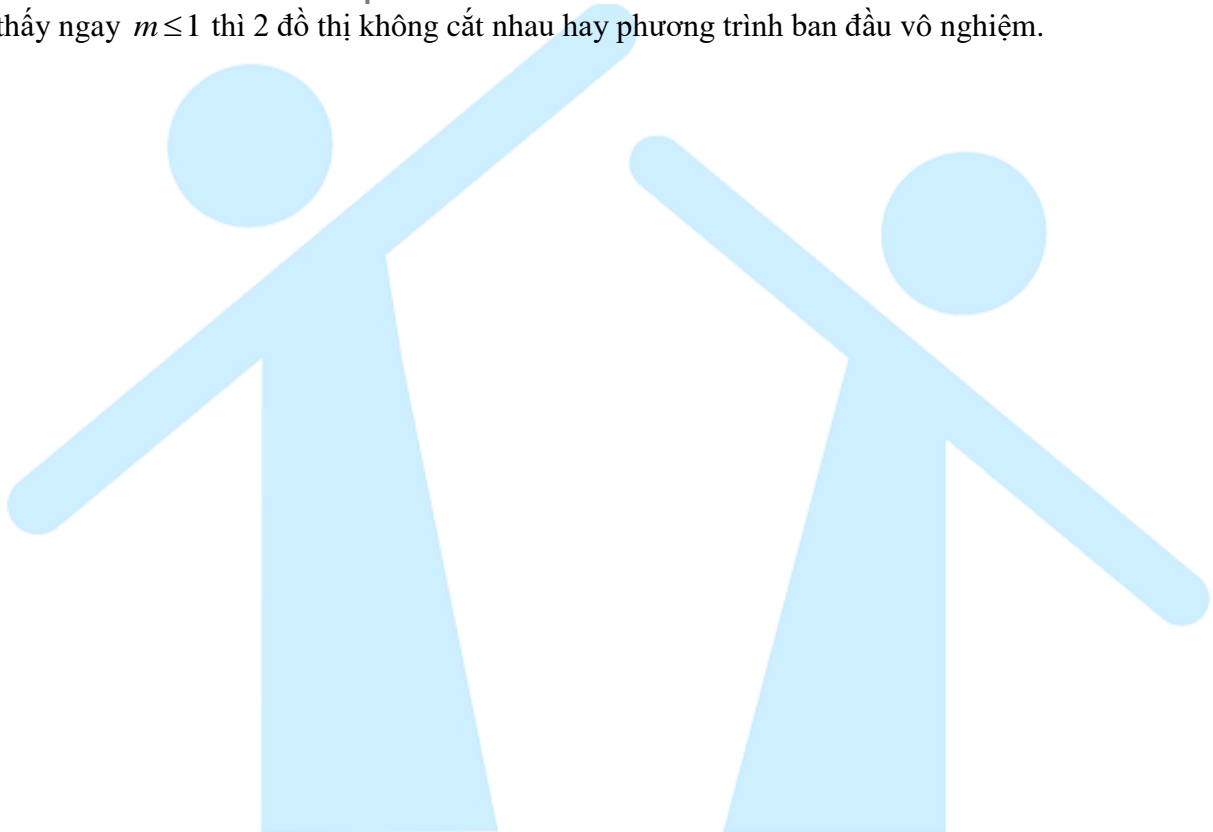
Vậy  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$

- Quan sát bảng giá trị và 2 giới hạn ta vẽ đường đi cả đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và sự tương giao





Ta thấy ngay  $m \leq 1$  thì 2 đồ thị không cắt nhau hay phương trình ban đầu vô nghiệm.



**H O C M A I**