

Thầy **LÊ BÁ TRẦN PHƯƠNG**



CHUẨN BỊ KÌ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2019

Môn: Toán

CHỦ ĐỀ: PHƯƠNG PHÁP SỬ DỤNG CASIO ĐỂ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH SỐ PHỨC

Nguồn: Tổng hợp và sưu tầm

I) KIẾN THỨC NỀN TẢNG

1. Chuyển số phức về dạng lượng giác

- **Dạng lượng giác của số phức** : Cho số phức z có dạng $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ thì ta luôn có :
 $z^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$
- **Lệnh chuyển số phức $z = a + bi$ về dạng lượng giác** : Lệnh SHIFT 2 3
 Bước 1: Nhập số phức $z = a + bi$ vào màn hình rồi dùng lệnh SHIFT 2 3 (Ví dụ $z = 1 + \sqrt{3}i$)
 $1 + s 3 \text{ \$ } b \text{ q } 2 3 =$



Bước 2: Từ bảng kết quả ta đọc hiểu $r = 2$ và $\varphi = \frac{\pi}{3}$

II) VÍ DỤ MINH HỌA

VD1. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng :

A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

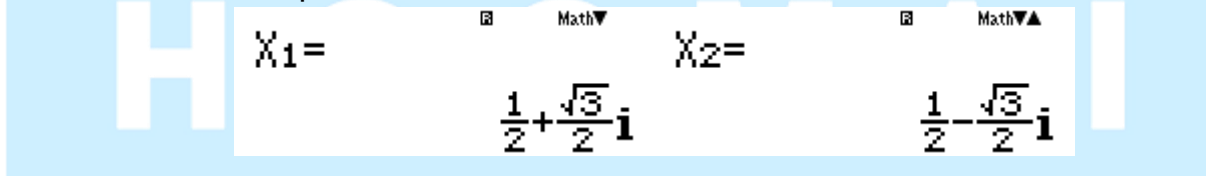
(Thi thử chuyên Khoa học tự nhiên lần 1 năm 2017)

Lời giải:

❖ **Cách Casio**

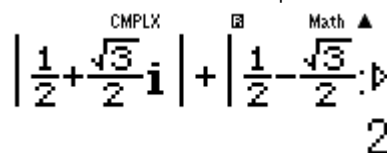
➤ Tính nghiệm của phương trình bậc hai $z^2 - z + 1 = 0$ bằng chức năng MODE 5 3

w 5 3 1 = p 1 = 1 = =



➤ Vậy ta được hai nghiệm $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ và $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Tính tổng Môđun của hai số phức trên ta lại dùng chức năng SHIFT HYP

w 2 q c a 1 R 2 \$ + a s 3 R 2 \$ b \$
 + q c a 1 R 2 \$ p a s 3 R 2 \$ b =



$\Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2$ ta thấy **B** là đáp án chính xác

VD2. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = z_1^{2016} + z_2^{2016}$:

A. 2^{1009}

B. 0

C. 2^{2017}

D. 2^{1008}

(Thi thử chuyên Khoa học tự nhiên lần 2 năm 2017)

Lời giải:

❖ **Cách Casio 1**

➤ Tính nghiệm của phương trình bậc hai $z^2 + 2z + 2 = 0$ bằng chức năng MODE 5 3

w 5 3 1 = 2 = 2 = =

X1=

X2=

-1+i

-1-i

➤ Ta thu được hai nghiệm $z_1 = -1 + i$ và $z_2 = -1 - i$. Với các cụm đặc biệt $-1 + i$, $-1 - i$ ta có điều đặc biệt sau: $(-1 + i)^4 = -4$, $(-1 - i)^4 = -4$

w 2 (p 1 + b) ^ 4 =

(-1+i)⁴

-4

Vậy $P = z_1^{2016} + z_2^{2016} = (-1 + i)^{2016} + (-1 - i)^{2016} = [(-1 + i)^4]^{504} + [(-1 - i)^4]^{504}$
 $= (-4)^{504} + (-4)^{504} = 4^{504} + 4^{504} = 2^{1008} + 2^{1008} = 2 \cdot 2^{1008} = 2^{1009}$

$P = z_1^{2016} + z_2^{2016} = 2^{1009}$ ta thấy **A** là đáp án chính xác

❖ **Cách Casio 2**

➤ Ngoài cách sử dụng tính chất đặc biệt của cụm $(-1 \pm i)^4$ ta có thể xử lý $-1 \pm i$ bằng cách đưa về dạng lượng giác bằng lệnh SHIFT 2 3

Với $z_1 = -1 + i = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$

p 1 + b q 2 3 =

-1+i r ∠ θ

√2 ∠ 3/4 π

Ta nhận được $r = \sqrt{2}$ và góc $\varphi = \frac{3\pi}{4}$

$\Rightarrow z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) \Rightarrow z_1^{2016} = (\sqrt{2})^{2016} \left(\cos 2016 \cdot \frac{3\pi}{4} + i \sin 2016 \cdot \frac{3\pi}{4} \right)$

➤ Tính $\cos \left(2016 \cdot \frac{3\pi}{4} \right) + i \cdot \sin \left(2016 \cdot \frac{3\pi}{4} \right)$

k 2 0 1 6 O a 3 q K R 4 \$ + b O j 2 0 1 6

O a 3 q K R 4 \$)) o =

$$\cos\left(2016 \times \frac{3\pi}{4} + i \times \dots\right)$$

1

$$z_1^{2016} = (\sqrt{2})^{2016} = 2^{1008}$$

➤ Tương tự $z_2^{2016} = 2^{1008} \Rightarrow T = 2^{1009}$

VD3. Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng:

$$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$$

A. $T = 4$

B. $T = 2\sqrt{3}$

C. $T = 4 + 2\sqrt{3}$

D. $T = 2 + 2\sqrt{3}$

(Đề minh họa bộ GD-ĐT lần 1 năm 2017)

Lời giải:

❖ **Cách Casio**

➤ Để tính nghiệm của phương trình ta dùng chức năng MODE 5. Tuy nhiên máy tính chỉ tính được phương trình bậc 2 và 3 nên để tính được phương trình bậc 4 trùng phương

$z^4 - z^2 - 12 = 0$ thì ta coi $z^2 = t$ khi đó phương trình trở thành $t^2 - t - 12 = 0$

$$w \ 5 \ 3 \ 1 = p \ 1 = p \ 1 \ 2 = =$$

$$X_1 =$$

$$X_2 =$$

4

-3

Vậy $\begin{cases} t = 4 \\ t = -3 \end{cases}$ hay $\begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -3 \end{cases}$

➤ Với $z^2 = 4 \Rightarrow z = \pm 2$

➤ Với $z^2 = -3$ ta có thể đưa về $z^2 = 3i^2 \Leftrightarrow z = \pm\sqrt{3}i$ với $i^2 = -1$. Hoặc ta có thể tiếp tục sử dụng chức năng MODE 5 cho phương trình $z^2 = -3 \Leftrightarrow z^2 + 3 = 0$

$$w \ 5 \ 3 \ 1 = 0 = 3 = =$$

$$X_1 =$$

$$X_2 =$$

$$\sqrt{3}i$$

$$-\sqrt{3}i$$

Tóm lại ta sẽ có 4 nghiệm $z = \pm 2, z = \pm\sqrt{3}i$

➤ Tính T ta lại sử dụng chức năng tính môđun SHIFT HYP

$$w \ 2 \ q \ 2 \ \$ \ + \ q \ c \ p \ 2 \ \$ \ + \ q \ c \ s \ 3 \ \$ \ b$$

$$\$ \ + \ q \ c \ p \ s \ 3 \ \$ \ b =$$

$$|2| + |-2| + |\sqrt{3}i| + |-\sqrt{3}i|$$

$$4 + 2\sqrt{3}$$

\Rightarrow Đáp án chính xác là C

VD4- Giải phương trình sau trên tập số phức: $z^3 + (i+1)z^2 + (i+1)z + i = 0$

A. $z = -i$

B. $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

C. $z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

D. Cả A, B, C đều đúng

(Thi thử nhóm toán Đoàn Trí Dũng lần 3 năm 2017)

Lời giải:

❖ **Cách Casio**

➤ Để kiểm tra nghiệm của 1 phương trình ta sử dụng chức năng CALC

Q) $X^3 + (i+1)X^2 + (i+1)X - i = 0$

Vậy $z = -i$ là nghiệm

➤ Tiếp tục kiểm tra $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ nếu giá trị này là nghiệm thì cả đáp án **A** và **B** đều đúng có nghĩa là đáp án **D** chính xác. Nếu giá trị này không là nghiệm thì chỉ có đáp án **A** đúng duy nhất.

r p (1 P 2) + (s 3) P 2) b =

Vậy $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ tiếp tục là nghiệm có nghĩa là đáp án **A** và **B** đều đúng

⇒ Đáp án chính xác là **D**

❖ **Cách tự luận**

➤ Để giải phương trình số phức xuất hiện số i trong đó ta không thể sử dụng chức năng MODE 5 được mà phải tiến hành nhóm nhân tử chung

Phương trình $\Leftrightarrow z^3 + z^2 + z + (z^2 + z + 1)i = 0$

$\Leftrightarrow (z+i)(z^2 + z + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -i \\ z^2 + z + 1 = 0 \end{cases}$

➤ Phương trình $z^2 + z + 1 = 0$ không chứa số i nên ta có thể sử dụng máy tính Casio với chức năng giải phương trình MODE 5

w 5 3 1 = 1 = 1 = =

$X_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ $X_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

Tóm lại phương trình có 3 nghiệm $z = -i; z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

⇒ **D** là đáp án chính xác

VD5. Trong các phương trình dưới đây, phương trình nào có hai nghiệm $z_1 = 1 + \sqrt{3}; z_2 = 1 - \sqrt{3}$

A. $z^2 + i\sqrt{3}z + 1 = 0$ B. $z^2 + 2z + 4 = 0$ C. $z^2 - 2z + 4 = 0$ D. $z^2 - 2z - 4 = 0$

(Thi thử báo Toán học tuổi trẻ lần 3 năm 2017)

Lời giải:

➤ Ta hiểu phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ nếu có hai nghiệm thì sẽ tuân theo định lý Vi-et (kể cả trên tập số thực hay tập số phức)

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} \\ z_1 z_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

➤ Tính $z_1 + z_2 = 2$

$$w \ 2 \ 1 \ + \ s \ 3 \ \$ \ b \ + \ 1 \ p \ s \ 3 \ \$ \ b \ =$$

$$1 + \sqrt{3}i + 1 - \sqrt{3}i$$

2

Tính $z_1 z_2 = 4$

$$(1 + \sqrt{3}i)(1 - \sqrt{3}i) =$$

$$(1 + \sqrt{3}i)(1 - \sqrt{3}i)$$

4

Rõ ràng chỉ có phương trình $z^2 - 2z + 4 = 0$ có $-\frac{b}{a} = 2$ và $\frac{c}{a} = 4$

\Rightarrow Đáp số chính xác là C

VD6. Phương trình $z^2 + iz + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong tập số phức :

A. 2

B. 1

C. 0

D. Vô số

(Thi thử chuyên Khoa học tự nhiên lần 1 năm 2017)

Lời giải:

- Ta phân biệt : Trên tập số thực phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ sẽ có hai nghiệm phân biệt nếu $\Delta > 0$, có hai nghiệm kép nếu $\Delta = 0$, vô nghiệm nếu $\Delta < 0$. Tuy nhiên trên tập số phức phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có 1 nghiệm duy nhất nếu $\Delta = 0$, có hai nghiệm phân biệt nếu $\begin{cases} \Delta > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$
- Vậy ta chỉ cần tính Δ là xong. Với phương trình $z^2 + iz + 1 = 0$ thì $\Delta = i^2 - 4 = -5$ là một đại lượng < 0 vậy phương trình trên có 2 nghiệm phân biệt \Rightarrow Đáp số chính xác là A

VD7. Phần thực của số phức z là bao nhiêu biết $z = \frac{(1-i)^{10}(\sqrt{3}+i)^5}{(-1-i\sqrt{3})^{10}}$

A. $-1+i$

B. 1

C. $3-2i$

D. $2^5 i$

Lời giải:

- Để xử lý số phức bậc cao (> 3) ta sử dụng đưa số phức về dạng lượng giác và sử dụng công thức Moa-vơ . Và để dễ nhìn ta đặt $z = \frac{z_1^{10} \cdot z_2^5}{z_3^{10}}$
- Tính $z_1 = 1 - i = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$. Để tính r và φ ta lại sử dụng chức năng SHIF 2 3

$$1 - i = r \angle \theta$$

$$\sqrt{2} \angle -\frac{1}{4}\pi$$

Vậy $z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{-\pi}{4} + i \sin \frac{-\pi}{4} \right) z_1^{10} = (\sqrt{2})^{10} \left(\cos 10 \cdot \frac{-\pi}{4} + i \sin 10 \cdot \frac{-\pi}{4} \right)$

Tính $\cos 10 \cdot \frac{-\pi}{4} + i \sin 10 \cdot \frac{-\pi}{4}$

$$k \ 1 \ 0 \ 0 \ a \ p \ q \ K \ R \ 4 \ \$ \) \ + \ b \ j \ 1 \ 0 \ 0 \ a \ p \\ q \ K \ R \ 4 \ \$ \) \ =$$

$$\cos\left(10 \times \frac{-\pi}{4}\right) + i \sin\left(10 \times \frac{-\pi}{4}\right) - i$$

Vậy $z_1^{10} = (\sqrt{2})^{10} \cdot i = 2^5 \cdot i$

➤ Tương tự $z_2^5 = 2^5 \left(\cos 5 \cdot \frac{\pi}{6} + i \sin 5 \cdot \frac{\pi}{6} \right) = 2^5 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)$

$$z_3^{10} = 2^{10} \left(\cos 10 \cdot \frac{-2\pi}{3} + i \sin 10 \cdot \frac{-2\pi}{3} \right) = 2^{10} \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$$

Tổng hợp $z = \frac{z_1^{10} \cdot z_2^5}{z_3^{10}} = \frac{2^5 \cdot i \cdot 2^5 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)}{2^{10} \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)}$

$$a \ 2 \ ^ \ 5 \ \$ \ b \ 0 \ 2 \ ^ \ 5 \ \$ \ (\ p \ a \ s \ 3 \ R \ 2 \ \$ \ + \ a \ 1 \\ R \ 2 \ \$ \ b \) \ R \ 2 \ ^ \ 1 \ 0 \ \$ \ (\ p \ a \ 1 \ R \ 2 \ \$ \ p \ a \ s \ 3 \\ R \ 2 \ \$ \ b \) \ =$$

$$z^{10} \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$$

Vậy $z = 1 \Rightarrow$ Đáp số chính xác là **B**

III) BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Cho phương trình $z^2 - 2z + 17 = 0$ có hai nghiệm phức z_1 và z_2 . Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ là :

- A. $2\sqrt{17}$ B. $2\sqrt{13}$ C. $2\sqrt{10}$ D. $2\sqrt{15}$

(Thi thử chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa lần 2 năm 2017)

Bài 2. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị biểu thức

$$A = |z_1|^2 + |z_2|^2$$

- A. $2\sqrt{10}$ B. 20 C. $5\sqrt{2}$ D. $10\sqrt{3}$

(Đề thi toán Đại học – Cao đẳng khối A năm 2009)

Bài 3. Kí hiệu z_1, z_2, z_3 là nghiệm của phương trình $z^3 + 27 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3|$

- A. $T = 0$ B. $T = 3\sqrt{3}$ C. $T = 9$ D. $T = 3$

(Thi thử Group Nhóm toán lần 5 năm 2017)

Bài 4. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$. Tính tổng sau

$$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$$

- A. 5 B. $5\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

(Thi thử THPT Bảo Lâm – Lâm Đồng lần 1 năm 2017)

Bài 5. Xét phương trình $z^3 = 1$ trên tập số phức. Tập nghiệm của phương trình là :

A. $S = \{1\}$ B. $S = \left\{1; \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}\right\}$ C. $S = \left\{1; -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$ D. $S = \left\{-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$

(Thi thử THPT Bảo Lâm – Lâm Đồng lần 1 năm 2017)

Bài 6. Biết z là nghiệm của phương trình $z + \frac{1}{z} = 1$. Tính giá trị biểu thức $P = z^{2009} + \frac{1}{z^{2009}}$

A. $P = 1$ B. $P = 0$ C. $P = -\frac{5}{2}$ D. $P = \frac{7}{4}$

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Cho phương trình $z^2 - 2z + 17 = 0$ có hai nghiệm phức z_1 và z_2 . Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ là :

A. $2\sqrt{17}$ B. $2\sqrt{13}$ C. $2\sqrt{10}$ D. $2\sqrt{15}$

(Thi thử chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa lần 2 năm 2017)

Lời giải:

❖ **Cách Casio**

- Tìm hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 17 = 0$

w 5 3 1 = p 2 = 1 7 = =

X₁= X₂=

1+4i

1-4i

- Tính tổng hai môđun bằng lệnh SHIFT HYP

w 2 q c 1 + 4 b \$ + q c 1 p 4 b =

CMPLX Math ▲

|1+4i| + |1-4i|

2√17

Vậy $|z_1| + |z_2| = 2\sqrt{17} \Rightarrow$ Đáp số chính xác là A

Bài 2. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị biểu thức

$A = |z_1|^2 + |z_2|^2$

A. $2\sqrt{10}$ B. 20 C. $5\sqrt{2}$ D. $10\sqrt{3}$

(Đề thi toán Đại học – Cao đẳng khối A năm 2009)

Lời giải:

❖ **Cách Casio**

- Tìm hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$

w 5 3 1 = 2 = 1 0 = =

X₁= X₂=

-1+3i

-1-3i

- Tính tổng bình phương hai môđun bằng lệnh SHIFT HYP

w 2 q c p 1 + 3 b \$ d + q c p 1 p 3 b \$ d =

CMPLX Math ▲

| -1+3i |² + | -1-3i |²

20

Vậy $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 20 \Rightarrow$ Đáp số chính xác là B

Bài 3. Kí hiệu z_1, z_2, z_3 là nghiệm của phương trình $z^3 + 27 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3|$

- A. $T = 0$ B. $T = 3\sqrt{3}$ C. $T = 9$ D. $T = 3$

(Thi thử Group Nhóm toán lần 5 năm 2017)

Lời giải:

❖ **Cách Casio**

- Tính nghiệm của phương trình $z^3 + 27 = 0$ bằng chức năng MODE 5 4

w 5 4 1 = 0 = 0 = 2 7 = =

$X_1 = -3$ $X_2 = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ $X_3 = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

Vậy $z_1 = -3, z_2 = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i, z_3 = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

- Tính tổng môđun $T = |z_1| + |z_2| + |z_3|$

w 5 4 1 = 0 = 0 = 2 7 = = = = w 1 w 2
q c p 3 \$ + q c a 3 R 2 \$ + a 3 s 3 R 2
\$ b \$ + q c a 3 R 2 \$ p a 3 s 3 R 2 \$ b =

$|-3| + \left| \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i \right| + \left| \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i \right| = 9$

Vậy $T = 9 \Rightarrow$ Đáp số chính xác là C

Bài 4. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$. Tính tổng sau

$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$

- A. 5 B. $5\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

(Thi thử THPT Bảo Lâm – Lâm Đồng lần 1 năm 2017)

Lời giải:

❖ **Cách Casio**

- Đặt $t = z^2$. Tìm nghiệm của phương trình $2t^2 - 3t - 2 = 0$

w 5 3 2 = p 3 = p 2 = =

$X_1 = 2$ $X_2 = -\frac{1}{2}$

Vậy $\begin{cases} t = 2 \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z^2 = 2 \\ z^2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$

- Với $z^2 = 2 \Rightarrow z = \pm\sqrt{2}$
- Với $z^2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow z^2 = \frac{i^2}{2} \Rightarrow z = \pm \frac{i}{\sqrt{2}}$

- Tính tổng môđun $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$

w 2 q c s 2 \$ \$ + q c p s 2 \$ \$ + q c a b
R s 2 \$ \$ \$ + q c a p b R s 2 =

$$|\sqrt{2}| + |-\sqrt{2}| + \left| \frac{i}{\sqrt{2}} \right| = 3\sqrt{2}$$

Vậy $T = 3\sqrt{2} \Rightarrow$ Đáp số chính xác là **C**

Bài 5. Xét phương trình $z^3 = 1$ trên tập số phức. Tập nghiệm của phương trình là :

A. $S = \{1\}$ B. $S = \left\{1; \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}\right\}$ C. $S = \left\{1; -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$ D. $S = \left\{-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$

(Thi thử THPT Bảo Lâm – Lâm Đồng lần 1 năm 2017)

Lời giải:

❖ **Cách Casio**

- Giải phương trình bậc ba $z^3 - 1 = 0$ với chức năng MODE 54

w 5 4 1 = 0 = 0 = p 1 = =

X1 =

X2 =

X3 =

1

$-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

$-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

- Phương trình có 3 nghiệm $x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, x_3 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

\Rightarrow Đáp số chính xác là **C**

Bài 6. Biết z là nghiệm của phương trình $z + \frac{1}{z} = 1$. Tính giá trị biểu thức $P = z^{2009} + \frac{1}{z^{2009}}$

A. $P = 1$ B. $P = 0$ C. $P = -\frac{5}{2}$ D. $P = \frac{7}{4}$

Lời giải:

❖ **Cách Casio**

- Quy đồng phương trình $z + \frac{1}{z} = 1$ ta được phương trình bậc hai $z^2 - z + 1 = 0$. Tính nghiệm phương trình này với chức năng MODE 5 3

w 5 3 1 = p 1 = 1 = =

X1 =

X2 =

$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

$\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

- Ta thu được hai nghiệm z nhưng hai nghiệm này có vai trò như nhau nên chỉ cần lấy một nghiệm z đại diện là được

Với $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ta chuyển về dạng lượng giác $\Rightarrow z = 1 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

a 1 R 2 \$ + a s 3 R 2 \$ b q 2 3 =

$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \rightarrow r \angle \theta$

$1 \angle \frac{1}{3}\pi$

Vậy $\Rightarrow z^{2009} = 1^{2009} \left(\cos 2009 \cdot \frac{\pi}{3} + i \sin 2009 \cdot \frac{\pi}{3} \right) = \left(\cos 2009 \cdot \frac{\pi}{3} + i \sin 2009 \cdot \frac{\pi}{3} \right)$

Tính z^{2009} và lưu và biến A

W k 2 0 0 9 O a q K R 3 \$) + b j 2 0 0 9

O a q K R 3 \$) = q J z

CMPLEX Math ▲ CMPLEX Math ▲

$$\cos\left(2009 \times \frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(2009 \times \frac{\pi}{3}\right) \quad \text{Ans} \rightarrow A$$

$$0.5 - 0.866025403i \quad 0.5 - 0.866025403i$$

Tổng kết $P = A + \frac{1}{A} = 1$

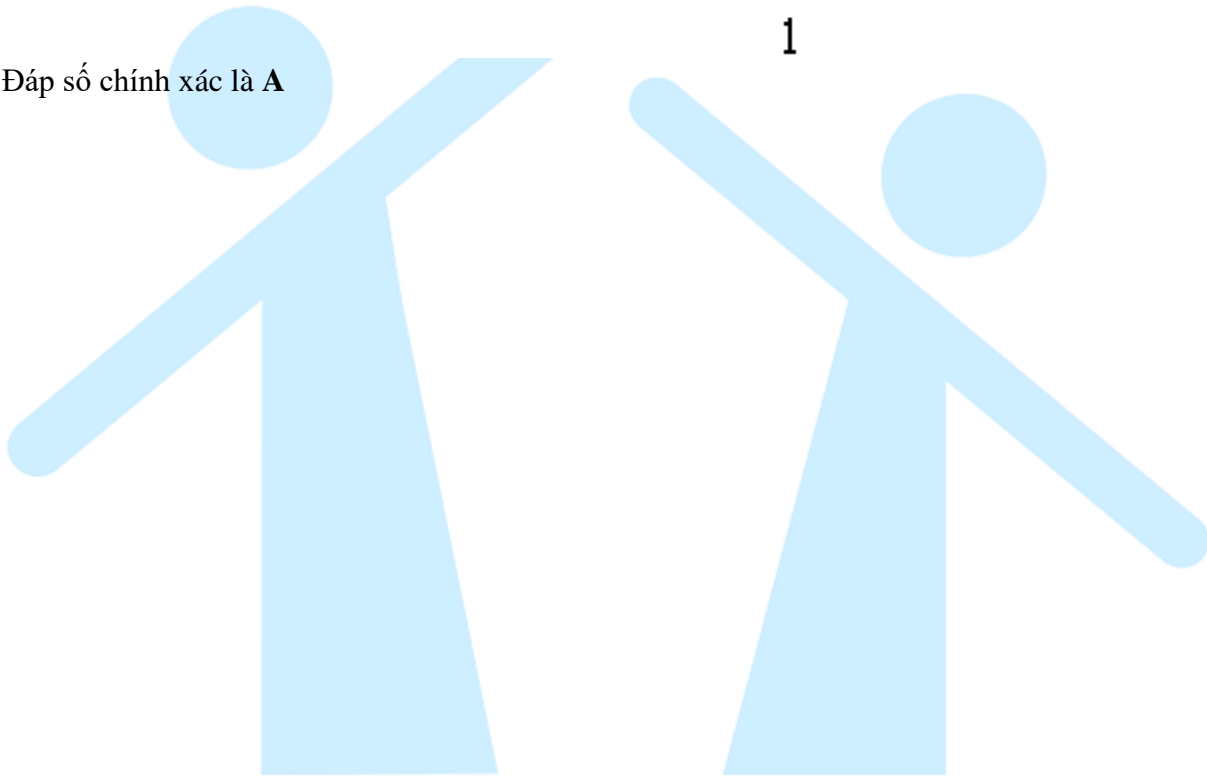
Q z + a 1 R Q z =

CMPLEX Math ▲

$$A + \frac{1}{A}$$

1

⇒ Đáp số chính xác là A



H O C M A I