

# CHỦ ĐỀ: LOGARIT

## A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

### 1. Định nghĩa:

Cho hai số dương  $a, b$  với  $a \neq 1$ . Số  $\alpha$  thỏa mãn đẳng thức  $a^\alpha = b$  được gọi là lôgarit cơ số  $a$  của  $b$  và kí hiệu là  $\log_a b$ . Ta viết:  $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$ .

### 2. Các tính chất: Cho $a, b > 0, a \neq 1$ , ta có:

- $\log_a a = 1, \log_a 1 = 0$
- $a^{\log_a b} = b, \log_a (a^\alpha) = \alpha$

### 3. Lôgarit của một tích: Cho 3 số dương $a, b_1, b_2$ với $a \neq 1$ , ta có

- $\log_a (b_1 \cdot b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$

### 4. Lôgarit của một thương: Cho 3 số dương $a, b_1, b_2$ với $a \neq 1$ , ta có

- $\log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$
- Đặc biệt: với  $a, b > 0, a \neq 1$   $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$

### 5. Lôgarit của lũy thừa: Cho $a, b > 0, a \neq 1$ , với mọi $\alpha$ , ta có

- $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$
- Đặc biệt:  $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$

### 6. Công thức đổi cơ số: Cho 3 số dương $a, b, c$ với $a \neq 1, c \neq 1$ , ta có

- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
- Đặc biệt:  $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$  và  $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$  với  $\alpha \neq 0$ .

### ☞ Lôgarit thập phân và Lôgarit tự nhiên

- ♦ Lôgarit thập phân là lôgarit cơ số 10. Viết:  $\log_{10} b = \log b = \lg b$
- ♦ Lôgarit tự nhiên là lôgarit cơ số  $e$ . Viết:  $\log_e b = \ln b$

## B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

### 1. Tính giá trị biểu thức

### 2. Rút gọn biểu thức

### 3. So sánh hai biểu thức

### 4. Biểu diễn giá trị lôgarit qua một hay nhiều giá trị lôgarit khác

## C. KỸ NĂNG SỬ DỤNG MÁY TÍNH

### 1. Tính giá trị của một biểu thức chứa lôgarit

Ví dụ: Cho  $a > 0, a \neq 1$ , giá trị của biểu thức  $a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$  bằng bao nhiêu?

- A. 16                      B. 4                      C. 8                      D. 2

Ví dụ: Giá trị của biểu thức  $A = 2\log_2 12 + 3\log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$  bằng:

- A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5

### 2. Tính giá trị của biểu thức Lôgarit theo các biểu thức lôgarit đã cho

Ví dụ: Cho  $\log_2 5 = a; \log_3 5 = b$ . Khi đó  $\log_6 5$  tính theo  $a$  và  $b$  là

- A.  $\frac{1}{a+b}$                       B.  $\frac{ab}{a+b}$                       C.  $a+b$                       D.  $a^2 + b^2$

### 3. Tìm các khẳng định đúng trong các biểu thức lôgarit đã cho.

**Ví dụ:** Cho  $a > 0, b > 0$  thỏa điều kiện  $a^2 + b^2 = 7ab$ . Khẳng định nào sau đây đúng:

- A.  $3 \log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$       B.  $\log(a+b) = \frac{3}{2}(\log a + \log b)$   
 C.  $2(\log a + \log b) = \log(7ab)$       D.  $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

**4. So sánh lôgarit với một số hoặc lôgarit với nhau**

**Ví dụ:** Trong 4 số  $3^{\log_3 4}; 3^{2 \log_3 2}; \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}; \left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0.5} 2}$  số nào nhỏ hơn 1

- A.  $3^{\log_3 4}$       B.  $3^{2 \log_3 2}$       C.  $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$       D.  $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0.5} 2}$

**D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Với giá trị nào của  $x$  thì biểu thức  $f(x) = \log_2(2x-1)$  xác định?

- A.  $x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .      B.  $x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ .      C.  $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ .      D.  $x \in (-1; +\infty)$ .

**Câu 2.** Với giá trị nào của  $x$  thì biểu thức  $f(x) = \ln(4-x^2)$  xác định?

- A.  $x \in (-2; 2)$ .      B.  $x \in [-2; 2]$ .      C.  $x \in \mathbb{R} \setminus [-2; 2]$ .      D.  $x \in \mathbb{R} \setminus (-2; 2)$ .

**Câu 3.** Với giá trị nào của  $x$  thì biểu thức  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{x-1}{3+x}$  xác định?

- A.  $x \in [-3; 1]$ .      B.  $x \in \mathbb{R} \setminus [-3; 1]$ .      C.  $x \in \mathbb{R} \setminus (-3; 1)$ .      D.  $x \in (-3; 1)$ .

**Câu 4.** Với giá trị nào của  $x$  thì biểu thức:  $f(x) = \log_6(2x-x^2)$  xác định?

- A.  $0 < x < 2$ .      B.  $x > 2$ .      C.  $-1 < x < 1$ .      D.  $x < 3$ .

**Câu 5.** Với giá trị nào của  $x$  thì biểu thức:  $f(x) = \log_5(x^3 - x^2 - 2x)$  xác định?

- A.  $x \in (0; 1)$ .      B.  $x \in (1; +\infty)$ .  
 C.  $x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty)$ .      D.  $x \in (0; 2) \cup (4; +\infty)$ .

**Câu 6.** Cho  $a > 0, a \neq 1$ , giá trị của biểu thức  $A = a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$  bằng bao nhiêu?

- A. 8.      B. 16.      C. 4.      D. 2.

**Câu 7.** Giá trị của biểu thức  $B = 2 \log_2 12 + 3 \log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$  bằng bao nhiêu?

- A. 5.      B. 2.      C. 4.      D. 3.

**Câu 8.** Giá trị của biểu thức  $P = 22 \log_2 12 + 3 \log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$  bằng bao nhiêu?

- A. 2.      B. 3.      C. 4.      D. 5.

**Câu 9.** Cho  $a > 0, a \neq 1$ , biểu thức  $D = \log_{a^3} a$  có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 3.      B.  $\frac{1}{3}$ .      C. -3.      D.  $-\frac{1}{3}$ .

**Câu 10.** Giá trị của biểu thức  $C = \frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$  bằng bao nhiêu?

- A. -2.      B. 2.      C.  $-\frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 11.** Cho  $a > 0, a \neq 1$ , biểu thức  $E = a^{4 \log_a 5}$  có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 5.      B. 625.      C. 25.      D.  $5^8$ .

**Câu 12.** Trong các số sau, số nào lớn nhất?

- A.  $\log_{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{5}{6}}$ .      B.  $\log_3 \frac{5}{6}$ .      C.  $\log_{\frac{1}{3}} \frac{6}{5}$ .      D.  $\log_3 \frac{6}{5}$ .

**Câu 13.** Trong các số sau, số nào nhỏ nhất?

A.  $\log_5 \frac{1}{12}$ .                      B.  $\log_{\frac{1}{5}} 9$ .                      C.  $\log_{\frac{1}{5}} 17$ .                      D.  $\log_5 \frac{1}{15}$ .

**Câu 14.** Cho  $a > 0, a \neq 1$ , biểu thức  $A = (\ln a + \log_a e)^2 + \ln^2 a - \log_a^2 e$  có giá trị bằng  
**A.**  $2\ln^2 a + 2$ .                      **B.**  $4\ln a + 2$ .                      **C.**  $2\ln^2 a - 2$ .                      **D.**  $\ln^2 a + 2$ .

**Hướng dẫn giải**

**Câu 15.** Cho  $a > 0, a \neq 1$ , biểu thức  $B = 2\ln a + 3\log_a e - \frac{3}{\ln a} - \frac{2}{\log_a e}$  có giá trị bằng  
**A.**  $4\ln a + 6\log_a 4$ .                      **B.**  $4\ln a$ .                      **C.**  $3\ln a - \frac{3}{\log_a e}$ .                      **D.**  $6\log_a e$ .

**Câu 16.** Cho  $a > 0, b > 0$ , nếu viết  $\log_3 \left( \sqrt[5]{a^3 b} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{x}{5} \log_3 a + \frac{y}{15} \log_3 b$  thì  $x + y$  bằng bao nhiêu?  
**A.** 3.                      **B.** 5.                      **C.** 2.                      **D.** 4.

**Câu 17.** Cho  $a > 0, b > 0$ , nếu viết  $\log_5 \left( \frac{a^{10}}{\sqrt[6]{b^5}} \right)^{-0,2} = x \log_5 a + y \log_5 b$  thì  $xy$  bằng bao nhiêu ?  
**A.** 3.                      **B.**  $\frac{1}{3}$ .                      **C.**  $-\frac{1}{3}$ .                      **D.** -3.

**Câu 18.** Cho  $\log_3 x = 3\log_3 2 + \log_9 25 - \log_{\sqrt{3}} 3$ . Khi đó giá trị của  $x$  là :  
**A.**  $\frac{200}{3}$ .                      **B.**  $\frac{40}{9}$ .                      **C.**  $\frac{20}{3}$ .                      **D.**  $\frac{25}{9}$ .

**Câu 19.** Cho  $\log_7 \frac{1}{x} = 2\log_7 a - 6\log_{49} b$ . Khi đó giá trị của  $x$  là :  
**A.**  $2a - 6b$ .                      **B.**  $x = \frac{a^2}{b^3}$ .                      **C.**  $x = a^2 b^3$ .                      **D.**  $x = \frac{b^3}{a^2}$ .

**Câu 20.** Cho  $a, b, c > 0; a \neq 1$  và số  $\alpha \in \mathbb{Q}$ , Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?  
**A.**  $\log_a a^c = c$ .                      **B.**  $\log_a a = 1$ .  
**C.**  $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ .                      **D.**  $\log_a (b - c) = \log_a b - \log_a c$ .

**Câu 21.** Cho  $a, b, c > 0; a \neq 1$ , Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?  
**A.**  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ .                      **B.**  $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ .  
**C.**  $\log_{a^c} b = c \log_a b$ .                      **D.**  $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$ .

**Câu 22.** Cho  $a, b, c > 0$  và  $a, b \neq 1$ , Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?  
**A.**  $a^{\log_a b} = b$ .                      **B.**  $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$ .  
**C.**  $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$ .                      **D.**  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$ .

**Câu 23.** Cho  $a, b, c > 0$  và  $a > 1$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?  
**A.**  $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b < c$ .                      **B.**  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$ .  
**C.**  $\log_a b > c \Leftrightarrow b > c$ .                      **D.**  $a^b > a^c \Leftrightarrow b > c$ .

**Câu 24.** Cho  $a, b, c > 0$  và  $a < 1$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?  
**A.**  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$ .                      **D.**  $a^{\sqrt{2}} < a^{\sqrt{3}}$ .  
**C.**  $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b > c$ .                      **D.**  $\log_a b > 0 \Leftrightarrow b < 1$ .

**Câu 25.** Số thực  $a$  thỏa điều kiện  $\log_3(\log_2 a) = 0$  là:  
**A.**  $\frac{1}{3}$ .                      **B.** 3.                      **C.**  $\frac{1}{2}$ .                      **D.** 2.

- Câu 26.** Biết các logarit sau đều có nghĩa. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?  
**A.**  $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$  . **B.**  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$   
**C.**  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$  . **D.**  $\log_a b + \log_a c < 0 \Leftrightarrow b + c < 0$  .
- Câu 27.** Cho  $a, b, c > 0$  và  $a \neq 1$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?  
**A.**  $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$  . **B.**  $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$  .  
**C.**  $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$  . **D.**  $\log_a (b+c) = \log_a b + \log_a c$  .
- Câu 28.** Số thực  $x$  thỏa mãn điều kiện  $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$  là :  
**A.** 64. **B.**  $2^{\frac{11}{6}}$  . **C.** 8. **D.** 4.
- Câu 29.** Số thực  $x$  thỏa mãn điều kiện  $\log_x 2\sqrt[3]{2} = 4$  là  
**A.**  $\sqrt[3]{2}$  . **B.**  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$  **C.** 4. **D.** 2.
- Câu 30.** Cho  $a, b > 0$  và  $a, b \neq 1$ . Biểu thức  $P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a}$  có giá trị bằng bao nhiêu?  
**A.** 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.
- Câu 31.** Cho  $a, b > 0$  và  $a, b \neq 1$ , biểu thức  $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4$  có giá trị bằng bao nhiêu?  
**A.** 6. **B.** 24. **C.** 12. **D.** 18.
- Câu 32.** Giá trị của biểu thức  $4^{3\log_8 3 + 2\log_{16} 5}$  là:  
**A.** 20. **B.** 40. **C.** 45. **D.** 25 .
- Câu 33.** Giá trị của biểu thức  $P = \log_a \left(a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a}\right)$  là  
**A.**  $\frac{53}{30}$  . **B.**  $\frac{37}{10}$  . **C.** 20. **D.**  $\frac{1}{15}$  .
- Câu 34.** Giá trị của biểu thức  $A = \log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \dots \log_{16} 15$  là:  
**A.**  $\frac{1}{2}$  . **B.**  $\frac{3}{4}$  . **C.** 1. **D.**  $\frac{1}{4}$  .
- Câu 35.** Giá trị của biểu thức  $\log_{\frac{1}{a}} \left(\frac{a^3 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}}\right)$  là:  
**A.**  $\frac{1}{5}$  . **B.**  $\frac{3}{4}$  . **C.**  $-\frac{211}{60}$  . **D.**  $\frac{91}{60}$  .
- Câu 36.** Trong 2 số  $\log_3 2$  và  $\log_2 3$ , số nào lớn hơn 1?  
**A.**  $\log_2 3$  . **B.**  $\log_3 2$  . **C.** Cả hai số . **D.** Đáp án khác.
- Câu 37.** Cho 2 số  $\log_{1999} 2000$  và  $\log_{2000} 2001$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?  
**A.**  $\log_{1999} 2000 > \log_{2000} 2001$  . **B.** Hai số trên nhỏ hơn 1.  
**C.** Hai số trên lớn hơn 2. **D.**  $\log_{1999} 2000 \geq \log_{2000} 2001$  .
- Câu 38.** Các số  $\log_3 2$ ,  $\log_2 3$ ,  $\log_3 11$  được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:  
**A.**  $\log_3 2$ ,  $\log_3 11$ ,  $\log_2 3$  . **B.**  $\log_3 2$ ,  $\log_2 3$ ,  $\log_3 11$  .  
**C.**  $\log_2 3$ ,  $\log_3 2$ ,  $\log_3 11$  . **D.**  $\log_3 11$ ,  $\log_3 2$ ,  $\log_2 3$  .
- Câu 39.** Số thực  $x$  thỏa mãn điều kiện  $\log_3 (x+2) = 3$  là:  
**A.** 5. **B.** -25. **C.** 25. **D.** -3.
- Câu 40.** Số thực  $x$  thỏa mãn điều kiện  $\log_3 x + \log_9 x = \frac{3}{2}$  là :  
**A.** -3. **B.** 25. **C.** 3. **D.** 9.

- Câu 41.** Cho  $\log_3 x = 4\log_3 a + 7\log_3 b$  ( $a, b > 0$ ). Giá trị của  $x$  tính theo  $a, b$  là:
- A.  $ab$ .                      B.  $a^4b$ .                      C.  $a^4b^7$ .                      D.  $b^7$ .
- Câu 42.** Cho  $\log_2(x^2 + y^2) = 1 + \log_2 xy$  ( $xy > 0$ ). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau ?
- A.  $x > y$ .                      B.  $x = y$ .                      C.  $x < y$ .                      D.  $x = y^2$ .
- Câu 43.** Cho  $\log_{\frac{1}{4}}(y-x) - \log_4 \frac{1}{y} = 1$  ( $y > 0, y > x$ ). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?
- A.  $3x = 4y$ .                      B.  $x = -\frac{3}{4}y$ .                      C.  $x = \frac{3}{4}y$ .                      D.  $3x = -4y$ .
- Câu 44.** Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?
- A.  $\log_a x^2 = 2\log_a x$  ( $x^2 > 0$ ).                      B.  $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$ .
- C.  $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$  ( $xy > 0$ ).                      D.  $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$  ( $xy > 0$ ).
- Câu 45.** Cho  $x, y > 0$  và  $x^2 + 4y^2 = 12xy$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?
- A.  $\log_2\left(\frac{x+2y}{4}\right) = \log_2 x - \log_2 y$ .                      B.  $\log_2(x+2y) = 2 + \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$ .
- C.  $\log_2(x+2y) = \log_2 x + \log_2 y + 1$ .                      D.  $4\log_2(x+2y) = \log_2 x + \log_2 y$ .
- Câu 46.** Cho  $a, b > 0$  và  $a^2 + b^2 = 7ab$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?
- A.  $2\log(a+b) = \log a + \log b$ .                      B.  $4\log\left(\frac{a+b}{6}\right) = \log a + \log b$ .
- C.  $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ .                      D.  $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = 3(\log a + \log b)$ .
- Câu 47.** Cho  $\log_2 6 = a$ . Khi đó giá trị của  $\log_3 18$  được tính theo  $a$  là:
- A.  $a$ .                      B.  $\frac{a}{a+1}$ .                      C.  $2a+3$ .                      D.  $\frac{2a-1}{a-1}$ .
- Câu 48.** Cho  $\log_2 5 = a$ . Khi đó giá trị của  $\log_4 1250$  được tính theo  $a$  là :
- A.  $\frac{1-4a}{2}$ .                      B.  $2(1+4a)$ .                      C.  $1+4a$ .                      D.  $\frac{1+4a}{2}$ .
- Câu 49.** Biết  $\log_7 2 = m$ , khi đó giá trị của  $\log_{49} 28$  được tính theo  $m$  là:
- A.  $\frac{m+2}{4}$ .                      B.  $\frac{1+m}{2}$ .                      C.  $\frac{1+4m}{2}$ .                      D.  $\frac{1+2m}{2}$ .
- Câu 50.** Biết  $a = \log_2 5, b = \log_5 3$ ; khi đó giá trị của  $\log_{10} 15$  được tính theo  $a$  là:
- A.  $\frac{a+b}{a+1}$ .                      B.  $\frac{ab+1}{a+1}$ .                      C.  $\frac{ab-1}{a+1}$ .                      D.  $\frac{a(b+1)}{a+1}$ .
- Câu 51.** Cho  $a = \log_3 15; b = \log_3 10$ . Khi đó giá trị của  $\log_{\sqrt{3}} 50$  được tính theo  $a, b$  là :
- A.  $2(a-b-1)$ .                      B.  $2(a+b-1)$ .                      C.  $2(a+b+1)$ .                      D.  $2(a-b+1)$ .
- Câu 52.** Biết  $\log_5 3 = a$ , khi đó giá trị của  $\log_{15} 75$  được tính theo  $a$  là:
- A.  $\frac{2+a}{1+a}$ .                      B.  $\frac{1+2a}{a+1}$ .                      C.  $\frac{1+a}{2+a}$ .                      D.  $2$ .
- Câu 53.** Biết  $\log_4 7 = a$ , khi đó giá trị của  $\log_2 7$  được tính theo  $a$  là:
- A.  $2a$ .                      B.  $\frac{1}{2}a$ .                      C.  $\frac{1}{4}a$ .                      D.  $4a$ .
- Câu 54.** Biết  $\log_5 3 = a$ , khi đó giá trị của  $\log_3 \frac{27}{25}$  được tính theo  $a$  là:

- A.  $\frac{3}{2a}$ .      B.  $\frac{3a}{2}$ .      C.  $\frac{3a-2}{a}$ .      D.  $\frac{a}{3a-2}$ .
- Câu 55.** Biết  $a = \log_2 5, b = \log_5 3$ . Khi đó giá trị của  $\log_{24} 15$  được tính theo  $a$  là :
- A.  $\frac{ab+1}{b}$ .      B.  $\frac{ab+1}{a+1}$ .      C.  $\frac{b+1}{a+1}$ .      D.  $\frac{a(b+1)}{3+ab}$ .
- Câu 56.** Cho  $\log_{12} 27 = a$ . Khi đó giá trị của  $\log_6 16$  được tính theo  $a$  là:
- A.  $\frac{4(3+a)}{3-a}$ .      B.  $\frac{4(3-a)}{3+a}$ .      C.  $\frac{4a}{3-a}$ .      D.  $\frac{2a}{3+a}$ .
- Câu 57.** Cho  $\lg 3 = a, \lg 2 = b$ . Khi đó giá trị của  $\log_{125} 30$  được tính theo  $a$  là:
- A.  $\frac{1+a}{3(1-b)}$ .      B.  $\frac{4(3-a)}{3-b}$ .      C.  $\frac{a}{3+b}$ .      D.  $\frac{a}{3+a}$ .
- Câu 58.** Cho  $\log_a b = \sqrt{3}$ . Giá trị của biểu thức  $A = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$  được tính theo  $a$  là:
- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .      C.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .      D.  $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ .
- Câu 59.** Cho  $\log_{27} 5 = a, \log_8 7 = b, \log_2 3 = c$ . Giá trị của  $\log_6 35$  được tính theo  $a, b, c$  là:
- A.  $\frac{ac}{1-c}$ .      B.  $\frac{ac}{1+b}$ .      C.  $\frac{3(ac+b)}{1+c}$ .      D.  $\frac{3ac+3b}{3+a}$ .
- Câu 60.** Cho  $x = 2000!$ . Giá trị của biểu thức  $A = \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2000} x}$  là:
- A. 1.      B. -1.      C.  $\frac{1}{5}$ .      D. 2000.
- Câu 61.** Biết  $a = \log_7 12, b = \log_{12} 24$ . Khi đó giá trị của  $\log_{54} 168$  được tính theo  $a$  là:
- D.  $\frac{a(8-5b)}{1+ab-a}$ .      B.  $\frac{ab+1-a}{a(8-5b)}$ .      C.  $\frac{a(8-5b)}{1+ab}$ .      A.  $\frac{ab+1}{a(8-5b)}$ .
- Câu 62.** Biết  $\log_a b = 2, \log_a c = -3$ . Khi đó giá trị của biểu thức  $\log_a \frac{a^2 b^3}{c^4}$  bằng:
- A. 20.      B.  $-\frac{2}{3}$ .      C. -1.      D.  $\frac{3}{2}$ .
- Câu 63.** Biết  $\log_a b = 3, \log_a c = -4$ . Khi đó giá trị của biểu thức  $\log_a (a^2 \sqrt[3]{bc^2})$  bằng:
- A.  $-\frac{16\sqrt{3}}{3}$ .      B. -5.      C. -16.      D. -48.
- Câu 64.** Rút gọn biểu thức  $A = \log_a a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a}$ , ta được kết quả là:
- A.  $\frac{37}{10}$ .      B.  $\frac{35}{10}$ .      C.  $\frac{3}{10}$ .      D.  $\frac{1}{10}$ .
- Câu 65.** Rút gọn biểu thức  $B = \log_{\frac{1}{a}} \frac{a^5 \sqrt{a^3} \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}}$ , ta được kết quả là :
- A.  $-\frac{91}{60}$ .      B.  $\frac{60}{91}$ .      C.  $\frac{16}{5}$ .      D.  $-\frac{5}{16}$ .
- Câu 66.** Biết  $a = \log_2 5, b = \log_3 5$ . Khi đó giá trị của  $\log_6 5$  được tính theo  $a, b$  là :
- A.  $\frac{ab}{a+b}$ .      B.  $\frac{1}{a+b}$ .      C.  $a+b$ .      D.  $a^2 + b^2$ .

- Câu 67.** Cho  $a = \log_2 3; b = \log_3 5; c = \log_7 2$ . Khi đó giá trị của biểu thức  $\log_{140} 63$  được tính theo  $a, b, c$  là:
- A.  $\frac{2ac-1}{abc+2c+1}$ .      B.  $\frac{abc+2c+1}{2ac+1}$ .      C.  $\frac{2ac+1}{abc+2c+1}$ .      D.  $\frac{ac+1}{abc+2c+1}$ .
- Câu 68.** Cho  $a = \log_5 2; b = \log_5 3$ . Khi đó giá trị của  $\log_5 72$  được tính theo  $a, b$  là:
- A.  $3a+2b$ .      B.  $a^3+b^2$ .      C.  $3a-2b$ .      D.  $6ab$ .
- Câu 69.** Biết  $a = \log_{12} 18, b = \log_{24} 54$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.  $ab+5(a-b)=-1$ .      B.  $5ab+a+b=1$ .  
C.  $ab+5(a-b)=1$ .      D.  $5ab+a-b=0$ .
- Câu 70.** Biết  $\log_3(\log_4(\log_2 y))=0$ , khi đó giá trị của biểu thức  $A=2y+1$  là:
- A. 33.      B. 17.      C. 65.      D. 133.
- Câu 71.** Cho  $\log_x 5 > 0$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.  $\log_x 5 \leq \log_x 4$ .      B.  $\log_x 5 > \log_x 6$ .      C.  $\log_5 x = \log_x 5$ .      D.  $\log_5 x > \log_6 x$ .
- Câu 72.** Cho  $0 < x < 1$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.  $\sqrt[3]{\log_x 5} + \sqrt[3]{\log_{\frac{1}{2}} 5} < 0$       B.  $\sqrt[3]{\log_x 5} > \sqrt{\log_x \frac{1}{2}}$   
C.  $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} < \log_5 \frac{1}{2}$ .      D.  $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{\log_x 5} > 0$
- Câu 73.** Trong bốn số  $3^{\log_3 4}, 3^{2\log_3 2}, \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}, \left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$  số nào nhỏ hơn 1?
- A.  $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$ .      B.  $3^{2\log_3 2}$ .      C.  $3^{\log_3 4}$ .      D.  $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$ .
- Câu 74.** Gọi  $M=3^{\log_{0,5} 4}; N=3^{\log_{0,5} 13}$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.  $M < 1 < N$ .      B.  $N < M < 1$ .      C.  $M < N < 1$ .      D.  $N < 1 < M$ .
- Câu 75.** Biểu thức  $\log_2\left(2\sin\frac{\pi}{12}\right) + \log_2\left(\cos\frac{\pi}{12}\right)$  có giá trị bằng:
- A. -2.      B. -1.      C. 1.      D.  $\log_2 \sqrt{3}-1$ .
- Câu 76.** Với giá trị nào của  $m$  thì biểu thức  $f(x) = \log_{\sqrt{5}}(x-m)$  xác định với mọi  $x \in (-3; +\infty)$ ?
- A.  $m > -3$ .      B.  $m < -3$ .      C.  $m \leq -3$ .      D.  $m \geq -3$ .
- Câu 77.** Với giá trị nào của  $m$  thì biểu thức  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(3-x)(x+2m)$  xác định với mọi  $x \in [-4; 2]$ ?
- A.  $m \geq 2$ .      B.  $m \geq \frac{3}{2}$ .      C.  $m > 2$ .      D.  $m \geq -1$ .
- Câu 78.** Với giá trị nào của  $m$  thì biểu thức  $f(x) = \log_3 \sqrt{(m-x)(x-3m)}$  xác định với mọi  $x \in (-5; 4]$ ?
- A.  $m \neq 0$ .      B.  $m > \frac{4}{3}$ .      C.  $m < -\frac{5}{3}$ .      D.  $m \in \emptyset$ .
- Câu 79.** Với mọi số tự nhiên  $n$ , Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.  $n = \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$ .      B.  $n = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$ .  
C.  $n = 2 + \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$ .      D.  $n = 2 - \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$ .

**Câu 80.** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn:  $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$ . Giá trị của biểu thức

$$A = a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2} \text{ là:}$$

- A. 519.                      B. 729.                      C. 469.                      D. 129.

**Câu 81.** Kết quả rút gọn của biểu thức  $C = \sqrt{\log_a b + \log_b a + 2(\log_a b - \log_{ab} b)} \cdot \sqrt{\log_a b}$  là:

- A.  $\sqrt[3]{\log_a b}$ .                      B.  $\sqrt{\log_a b}$ .                      C.  $(\sqrt{\log_a b})^3$ .                      D.  $\log_a b$ .

**Câu 82.** Cho  $a, b, c > 0$  đôi một khác nhau và khác 1, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $\log_{\frac{a}{b}} \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}} \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}} \frac{b}{a} = 1$ .                      B.  $\log_{\frac{a}{b}} \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}} \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}} \frac{b}{a} > 1$ .  
 C.  $\log_{\frac{a}{b}} \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}} \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}} \frac{b}{a} > -1$ .                      D.  $\log_{\frac{a}{b}} \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}} \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}} \frac{b}{a} < 1$ .

**Câu 83.** Gọi  $(x; y)$  là nghiệm nguyên của phương trình  $2x + y = 3$  sao cho  $P = x + y$  là số dương nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\log_2 x + \log_3 y$  không xác định.                      B.  $\log_2(x + y) = 1$ .  
 C.  $\log_2(x + y) > 1$ .                      D.  $\log_2(x + y) > 0$ .

**Câu 84.** Có tất cả bao nhiêu số dương  $a$  thỏa mãn đẳng thức  $\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$

- A. 3.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 0.

**E. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**I – ĐÁP ÁN 1.2**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	A	B	A	C	B	D	B	B	A	C	D	C	A	C	D	C	B	D	D

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	D	C	B	D	A	D	A	A	D	B	C	B	D	B	A	A	B	C	C

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
C	B	B	C	B	C	D	D	D	D	B	A	A	C	D	B	A	A	C	A

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
D	A	B	A	A	A	C	A	C	D	B	A	D	B	B	C	C	D	B	C

81	82	83	84																
C	A	A	A																

**II – HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 1.** Biểu thức  $f(x)$  xác định  $\Leftrightarrow 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$ . Ta chọn đáp án A

**Câu 2.** Biểu thức  $f(x)$  xác định  $\Leftrightarrow 4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-2; 2)$ . Ta chọn đáp án A

**Câu 3.** Biểu thức  $f(x)$  xác định  $\Leftrightarrow \frac{x-1}{3+x} > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$ . Ta chọn đáp án B

**Câu 4.** Biểu thức  $f(x)$  xác định  $\Leftrightarrow 2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 2)$ . Ta chọn đáp án A.

**Câu 5.** Biểu thức  $f(x)$  xác định  $\Leftrightarrow x^3 - x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty)$ . Ta chọn đáp án C.

**Câu 6.** Ta có  $A = a^{\log_{\sqrt{a}} 4} = a^{\log_{a^{1/2}} 4} = a^{2 \log_a 4} = a^{\log_a 16} = 16$ . Ta chọn đáp án B

**Câu 7.** Ta nhập vào máy tính biểu thức  $2 \log_2 12 + 3 \log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$ , bấm =, được kết quả  $B = 3$   
 Ta chọn đáp án D



**Câu 8.** +Tự luận

$$P = 2\log_2 12 + 3\log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150 = \log_2 12^2 + \log_2 5^3 - \log_2 (15 \cdot 150) \\ = \log_2 \frac{12^2 \cdot 5^3}{15 \cdot 150} = 3$$

Đáp án B.

+Trắc nghiệm: Nhập biểu thức vào máy tính và nhấn calc ta thu được kết quả bằng 3.

**Câu 9.** Ta có  $D = \log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$ . Ta chọn đáp án B

**Câu 10.** Ta nhập vào máy tính biểu thức:  $\frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$  bấm =, được kết quả  $C = -2$ .

Ta chọn đáp án A

**Câu 11.** Ta có  $E = a^{4\log_a 25} = a^{2\log_a 25} = a^{\log_a 25} = 25$ . Ta chọn đáp án C

**Câu 12.** + Tự luận: Đưa về cùng 1 cơ số và so sánh

$$\text{Ta thấy } \log_3 \frac{6}{5} > \log_3 \frac{5}{6} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{6}{5} = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{5}{6}}$$

+ Trắc nghiệm: Sử dụng máy tính, lấy 1 số bất kỳ trừ đi lần lượt các số còn lại, nếu kết quả  $> 0$  thì giữ nguyên số bị trừ và thay đổi số trừ là số mới; nếu kết quả  $< 0$  thì đổi số trừ thành số bị trừ và thay số trừ là số còn lại; lặp lại đến khi có kết quả.

**Câu 13.** + Tự luận: Đưa về cùng 1 cơ số và so sánh

$$\text{Ta thấy } \log_{\frac{1}{5}} 17 < \log_{\frac{1}{5}} 15 = \log_5 \frac{1}{15} < \log_{\frac{1}{5}} 12 = \log_5 \frac{1}{12} < \log_{\frac{1}{5}} 9$$

+ Trắc nghiệm: Sử dụng máy tính, lấy 1 số bất kỳ trừ đi lần lượt các số còn lại, nếu kết quả  $< 0$  thì giữ nguyên số bị trừ và thay đổi số trừ là số mới; nếu kết quả  $> 0$  thì đổi số trừ thành số bị trừ và thay số trừ là số còn lại; lặp lại đến khi có kết quả.

**Câu 14.** + Tự luận:

$$\text{Ta có } A = \ln^2 a + 2 \ln a \cdot \log_a e + \log_a^2 e + \ln^2 a - \log_a^2 e = 2 \ln^2 a + 2 \ln e = 2 \ln^2 a + 2$$

án A  
+ Trắc nghiệm: Sử dụng máy tính, Thay  $a = 2$  rồi lấy biểu thức đã cho trừ đi lần lượt các biểu thức có trong đáp số, nếu kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp số.

**Câu 15.** + Tự luận:

$$\text{Ta có } B = 2 \ln a + 3 \log_a e - 3 \log_a e - 2 \ln a = 0 = 3 \ln a - \frac{3}{\log_a e}$$

+ Trắc nghiệm: Sử dụng máy tính, Thay  $a = 2$  rồi lấy biểu thức đã cho trừ đi lần lượt các biểu thức có trong đáp số, nếu kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp số.

**Câu 16.** Ta có:  $\log_3 \left( \sqrt[5]{a^3 b} \right)^{\frac{2}{3}} = \log_3 (a^3 b)^{\frac{2}{15}} = \frac{2}{5} \log_3 a + \frac{2}{15} \log_3 b \Rightarrow x + y = 4$ . Ta chọn đáp án D

**Câu 17.** Ta có:  $\log_5 \left( \frac{a^{10}}{\sqrt[6]{b^5}} \right)^{-0.2} = \log_5 (a^{-2} \cdot b^{\frac{1}{6}}) = -2 \log_5 a + \frac{1}{6} \log_5 b \Rightarrow x \cdot y = -\frac{1}{3}$ . Ta chọn đáp án C

- Câu 18.** Ta có:  $\log_3 x = \log_3 8 + \log_3 5 - \log_3 9 = \log_3 \frac{40}{9} \Rightarrow x = \frac{40}{9}$ . Ta chọn đáp án B
- Câu 19.** Ta có:  $\log_7 \frac{1}{x} = 2\log_7 a - 6\log_{49} b = \log_7 a^2 - \log_7 b^3 = \log_7 \frac{a^2}{b^3} \Rightarrow x = \frac{b^3}{a^2}$ . Ta chọn đáp án D
- Câu 20.** Câu D sai, vì không có tính chất về logarit của một hiệu
- Câu 21.** Câu C sai, vì  $\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$
- Câu 22.** Câu D sai, vì khẳng định đó chỉ đúng khi  $a > 1$ , còn khi  $0 < a < 1 \Rightarrow \log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$
- Câu 23.** Câu C sai, vì  $\log_a b > c \Leftrightarrow b > a^c$
- Câu 24.** Câu D sai, vì  $\sqrt{2} < \sqrt{3} \Rightarrow a^{\sqrt{2}} > a^{\sqrt{3}}$  (do  $0 < a < 1$ )
- Câu 25.** Ta có  $\log_3(\log_2 a) = 0 \Rightarrow \log_2 a = 1 \Rightarrow a = 2$ . Ta chọn đáp án D
- Câu 26.** Đáp án A đúng với mọi  $a, b, c$  khi các logarit có nghĩa
- Câu 27.** Đáp án D sai, vì không có logarit của 1 tổng.
- Câu 28.** Sử dụng máy tính và dùng phím CALC : nhập biểu thức  $\log_2 X + \log_4 X + \log_8 X - 1$  vào máy và gán lần lượt các giá trị của x để chọn đáp án đúng. Với  $x = 64$  thì kqua bằng 0. Ta chọn D là đáp án đúng.
- Câu 29.** Sử dụng máy tính và dùng phím CALC : nhập biểu thức  $\log_x 2\sqrt[3]{2} - 4$  vào máy và gán lần lượt các giá trị của x để chọn đáp án đúng. Với .. thì kqua bằng 0. Ta chọn A là đáp án đúng.
- Câu 30.** +**Tự luận** : Ta có  $P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a} = 4\log_a b + 2\log_a \frac{a}{b^2} = 2$ . Ta chọn đáp án A.  
 +**Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính, thay  $a = b = 2$ , rồi nhập biểu thức  $\log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a}$  vào máy bấm =, được kết quả  $P = 2$ . Ta chọn đáp án D.
- Câu 31.** + **Tự luận** : Ta có  $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4 = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ . Ta chọn đáp án A.  
 +**Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính Casio, Thay  $a = b = 2$ , rồi nhập biểu thức  $\log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4$  vào máy bấm =, được kết quả  $P = 24$ . Ta chọn đáp án B.
- Câu 32.** + **Tự luận** :  $4^{3\log_8 3 + 2\log_{16} 5} = \left(2^{\log_2 3} \cdot 2^{\log_2 \sqrt{5}}\right)^2 = 45$   
 + **Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính, rồi nhập biểu thức  $4^{3\log_8 3 + 2\log_{16} 5}$  vào máy, bấm =, được kết quả bằng 45. Ta chọn đáp án C.
- Câu 33.** +**Tự luận** :  $\log_a \left(a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a}\right) = \log_a a^{\frac{37}{10}} = \frac{37}{10}$   
 +**Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính, Thay  $a = 2$ , rồi nhập biểu thức  $\log_a \left(a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a}\right)$  vào máy bấm =, được kết quả  $P = \frac{37}{10}$ . Ta chọn đáp án B.
- Câu 34.** +**Tự luận** :  $A = \log_{16} 15 \cdot \log_{15} 14 \dots \log_5 4 \cdot \log_4 3 \cdot \log_3 2 = \log_{16} 2 = \frac{1}{4}$

**+Trắc nghiệm :** Sử dụng máy tính Casio, rồi nhập biểu thức  $\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \dots \log_{16} 15$  vào máy bấm =, được kết quả  $A = \frac{1}{4}$ . Ta chọn đáp án D.

**Câu 35. +Tự luận :**  $\log_{\frac{1}{a}} \left( \frac{a^3 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}} \right) = -\log_a a^{\frac{91}{60}} = -\frac{91}{60}$

**+Trắc nghiệm :** Sử dụng máy tính, Thay  $a = 2$ , rồi nhập biểu thức  $\log_{\frac{1}{a}} \left( \frac{a^3 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}} \right)$  vào máy bấm =, được kết quả  $-\frac{211}{60}$ . Ta chọn đáp án C.

**Câu 36. Ta có:**  $\log_3 2 < \log_3 3 = 1, \log_2 3 > \log_2 2 = 1$

**Câu 37.**  $2000^2 > 1999 \cdot 2001 \Rightarrow \log_{2000} 2000^2 > \log_{2000} 2001 \cdot 1999$   
 $\Rightarrow 2 > \log_{2000} 2001 + \log_{2000} 1999 \Rightarrow \log_{1999} 2000 > \log_{2000} 2001$

**Câu 38.** Ta có  $\log_3 2 < \log_3 3 = 1 = \log_2 2 < \log_2 3 < \log_3 11$

**Câu 39.**  $\log_3 (x+2) = 3 \Leftrightarrow x+2 = 3^3 \Leftrightarrow x = 25$

**Câu 40.**  $\log_3 x + \log_9 x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = 3$

**Câu 41.** Ta có  $4\log_3 a + 7\log_3 b = \log_3 (a^4 b^7) \Rightarrow x = a^4 b^7$ . Ta chọn đáp án C.

**Câu 42.** Ta có:  $\log_2 (x^2 + y^2) = 1 + \log_2 xy \Leftrightarrow \log_2 (x^2 + y^2) = \log_2 2xy \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2xy \Leftrightarrow x = y$

**Câu 43.**  $\log_{\frac{1}{4}} (y-x) - \log_4 \frac{1}{y} = 1 \Leftrightarrow \log_4 \frac{y}{y-x} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}y$

**Câu 44.** Do  $|x|, |y| > 0 \Rightarrow \log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$ , ta chọn đáp án D.

**Câu 45.** Ta có : Chọn B là đáp án đúng, vì  
 $x^2 + 4y^2 = 12xy \Leftrightarrow (x+2y)^2 = 16xy \Leftrightarrow \log_2 (x+2y)^2 = \log_2 16xy$   
 $\Leftrightarrow 2\log_2 (x+2y) = 4 + \log_2 x + \log_2 y \Leftrightarrow \log_2 (x+2y) = 2 + \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$

**Câu 46.** Ta có: Chọn C là đáp án đúng, vì  
 $a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \log(a+b)^2 = \log 9ab$   
 $\Leftrightarrow 2\log(a+b) = \log 9 + \log a + \log b \Leftrightarrow \log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

**Câu 47. +Tự luận :** Ta có :  $a = \log_2 6 = \log_2 (2 \cdot 3) = 1 + \log_2 3 \Rightarrow \log_3 2 = \frac{1}{a-1}$

Suy ra  $\log_3 18 = \log_3 (2 \cdot 3^2) = \log_3 2 + 2 = \frac{1}{a-1} + 2 = \frac{2a-1}{a-1}$ . Ta chọn đáp án A.

**+Trắc nghiệm:**

Sử dụng máy tính: Gán  $\log_2 6$  cho A

Lấy  $\log_3 18$  trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D

**Câu 48.** +Tư luận : Ta có :  $\log_4 1250 = \log_{2^2}(2.5^4) = \frac{1}{2}\log_2(2.5^4) = \frac{1}{2} + 2\log_2 5 = \frac{1+4a}{2}$ . Ta chọn đáp

án A.

+Trắc nghiệm:

Sử dụng máy tính: Gán  $\log_2 5$  cho A

Lấy  $\log_4 1250$  trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D

**Câu 49.** Sử dụng máy tính: gán  $\log_7 2$  cho A

Lấy  $\log_{49} 28$  trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D

**Câu 50.** Sử dụng máy tính: gán lần lượt  $\log_2 5$ ;  $\log_5 3$  cho A, B

Lấy  $\log_{10} 15$  trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D

**Câu 51.** +Tư luận : Ta có :  $a = \log_3 15 = \log_3(3.5) = 1 + \log_3 5 \Rightarrow \log_3 5 = a - 1$ .

Khi đó :  $\log_{\sqrt{3}} 50 = 2\log_3(5.10) = 2(\log_3 5 + \log_3 10) = 2(a - 1 + b)$  Ta chọn đáp án B.

+Trắc nghiệm

Sử dụng máy tính: gán lần lượt  $\log_3 15$ ;  $\log_3 10$  cho A, B.

Lấy  $\log_{\sqrt{3}} 50$  trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án B.

**Câu 52.** Sử dụng máy tính: Gán  $\log_5 3$  cho A

Lấy  $\log_{15} 75$  trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A.

**Câu 53.** Ta có:  $\log_2 7 = 2 \cdot \frac{1}{2}\log_2 7 = 2\log_4 7 = 2a$ . Ta chọn đáp án A.

**Câu 54.** Ta có:  $\log_3 \frac{27}{25} = \log_3 27 - \log_3 25 = 3 - 2\log_3 5 = 3 - \frac{2}{a} = \frac{3a - 2}{a}$ . Ta chọn đáp án C.

**Câu 55.** Sử dụng máy tính: Gán lần lượt  $\log_2 5$ ;  $\log_5 3$  cho A, B

Lấy  $\log_{24} 15$  trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D.

**Câu 56.** Ta có:  $a = \log_{12} 27 = \frac{\log_2 27}{\log_2 12} = \frac{3\log_2 3}{2 + \log_2 3} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{2a}{3 - a} \Rightarrow \log_6 16 = \frac{4(3 - a)}{3 + a}$ .

**Câu 57.** Ta có:  $\log_{125} 30 = \frac{\lg 30}{\lg 125} = \frac{1 + \lg 3}{3(1 - \lg 2)} = \frac{1 + a}{3(1 - b)}$ .

**Câu 58.** Ta có :  $\log_a b = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{b}}{a} = a^{\frac{\sqrt{3}-1}{2}} = a^\alpha \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} = a^{\frac{\sqrt{3}\alpha}{3}} \Rightarrow A = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 59.** Ta có  $\log_{27} 5 = a \Rightarrow \log_3 5 = 3a$ ,  $\log_8 7 = b \Rightarrow \log_3 7 = \frac{3b}{c} \Rightarrow \log_2 5 = 3ac$

$$\Rightarrow \log_6 35 = \frac{3(ac+b)}{1+c}.$$

**Câu 60.** Ta có:  $A = \log_x 2 + \log_x 3 + \dots + \log_x 2000 = \log_x (1.2.3 \dots 2000) = \log_x x = 1$

**Câu 61.** Sử dụng máy tính: Gán lần lượt  $\log_7 12; \log_{12} 24$  cho A, B

Lấy  $\log_{54} 168$  trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D.

**Câu 62.** Ta có  $\log_a \frac{a^2 b^3}{c^4} = \log_a a^2 + \log_a b^3 - \log_a c^4 = 2 + 3.2 - 4.(-3) = 20$ . Ta chọn đáp án A.

**Câu 63.** Ta có  $\log_a (a^2 \sqrt[3]{bc^2}) = 2\log_a a + \frac{1}{3}\log_a b + 2\log_a c = 2 + \frac{1}{3}.3 + 2.(-4) = -5$ . Ta chọn đáp án B.

**Câu 64.** Thay  $a = e$ , rồi sử dụng máy tính sẽ được kết quả  $A = \frac{37}{10}$ . Ta chọn đáp án A.

**Câu 65.** Thay  $a = e$ , rồi sử dụng máy tính sẽ được kết quả  $B = -\frac{91}{60}$ . Ta chọn đáp án A

**Câu 66.** Ta có:  $\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5(2.3)} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{\log_2 5 \cdot \log_3 5}{\log_2 5 + \log_3 5} = \frac{ab}{a+b}$ .

**Câu 67.** Sử dụng máy tính: gán lần lượt  $\log_2 3; \log_3 5; \log_7 2$  cho A, B, C

Lấy  $\log_{140} 63$  trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án C.

**Câu 68.** Sử dụng máy tính: gán lần lượt  $\log_5 2; \log_5 3$  cho A, B

Lấy  $\log_5 72$  trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A.

**Câu 69.** Sử dụng máy tính Casio, gán lần lượt  $\log_{12} 18; \log_{24} 54$  cho A và B.

Với đáp án C nhập vào máy :  $AB + 5(A - B) - 1$ , ta được kết quả bằng 0. Vậy C là đáp án đúng.

**Câu 70.** Vì  $\log_3 (\log_4 (\log_2 y)) = 0$  nên  $\log_4 (\log_2 y) = 1 \Rightarrow \log_2 y = 4 \Rightarrow y = 2^4 \Rightarrow 2y + 1 = 33$ .

Đáp án A.

**Câu 71.** Vì  $\log_5 x > 0 \Rightarrow x > 1$ . Khi đó  $\log_5 x > \log_6 x$ . Chọn đáp án D.

**Câu 72.** Sử dụng máy tính Casio, Chọn  $x = 0,5$  và thay vào từng đáp án, ta được đáp án A.

**Câu 73.** +Tự luận:

$$\text{Ta có: } 3^{\log_3 4} = 4; 3^{2\log_3 2} = 3^{\log_3 4} = 4; \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5} = 2^{-2\log_2 5} = 2^{\log_2 5^{-2}} = 5^{-2} = \frac{1}{25},$$

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2} = (2^{-4})^{-\log_2 2} = 2^{\log_2 2^4} = 2^4 = 16.$$

Chọn : Đáp án D.

**Trắc nghiệm:** nhập vào máy tính từng biểu thức tính kết quả, chọn kết quả nhỏ hơn 1.

**Câu 74.** +Tự luận:

Ta có  $\log_{0,5} 13 < \log_{0,5} 4 < 0 \Rightarrow 3^{\log_{0,5} 13} < 3^{\log_{0,5} 4} < 1 \Rightarrow N < M < 1$ .

Chọn : Đáp án B.

+ **Trắc nghiệm:** Nhập các biểu thức vào máy tính, tính kết quả rồi so sánh, ta thấy đáp án B đúng.

**Câu 75.** Ta có  $\log_2 \left( 2 \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_2 \left( \cos \frac{\pi}{12} \right) = \log_2 \left( 2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} \right) = \log_2 \left( \sin \frac{\pi}{6} \right) = \log_2 \frac{1}{2} = -1$

Chọn: Đáp án B.

**Câu 76.** Biểu thức  $f(x)$  xác định  $\Leftrightarrow x - m > 0 \Leftrightarrow x > m$ .

Để  $f(x)$  xác định với mọi  $x \in (-3; +\infty)$  thì  $m \leq -3$  Ta chọn đáp án C.

**Câu 77.** Thay  $m=2$  vào điều kiện  $(3-x)(x+2m) > 0$  ta được  $(3-x)(x+4) > 0 \Leftrightarrow x \in (-4; 3)$  mà  $[-4; 2] \not\subset (-4; 3)$  nên các đáp án B, A, D loại. Ta chọn đáp án đúng là C.

**Câu 78.** - Thay  $m=2$  vào điều kiện  $(m-x)(x-3m) > 0$  ta được  $(2-x)(x-6) > 0 \Leftrightarrow x \in (2; 6)$  mà  $(-5; 4] \not\subset (2; 6)$  nên các đáp án B, A loại.

- Thay  $m=-2$  vào điều kiện  $(m-x)(x-3m) > 0$  ta được  $(-2-x)(x+6) > 0 \Leftrightarrow x \in (-6; -2)$  mà  $(-5; 4] \not\subset (-6; -2)$  nên các đáp án C loại. Do đó Ta chọn đáp án đúng là D.

**Câu 79.** +**Tự luận:**

Đặt  $-\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ c' n b'éc hai}} = m$ . Ta có:  $\log_2 \sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}} = 2^{-m} \Leftrightarrow \sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}} = 2^{2^{-m}}$ .

Ta thấy:  $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \sqrt{\sqrt{2}} = 2^{\left(\frac{1}{2}\right)^2}, \dots, \sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}} = 2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n} = 2^{2^{-n}}$ .

Do đó ta được:  $2^{-m} = 2^{-n} \Leftrightarrow m = n$ . Vậy  $n = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ c' n b'éc hai}}$ . Đáp án B.

+**Trắc nghiệm:** Sử dụng máy tính Casio, lấy n bất kì, chẳng hạn  $n = 3$ .

Nhập biểu thức  $-\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$  ( có 3 dấu căn ) vào máy tính ta thu được kết quả bằng  $-3$ .

Vậy chọn B.

**Câu 80.** Ta có

$$\left( a^{\log_3 7} \right)^{\log_3 7} + \left( b^{\log_7 11} \right)^{\log_7 11} + \left( c^{\log_{11} 25} \right)^{\log_{11} 25} = 27^{\log_3 7} + 49^{\log_7 11} + \left( \sqrt{11} \right)^{\log_{11} 25} = 7^3 + 11^2 + 25^{\frac{1}{2}} = 469$$

Suy ra : Đáp án C.

**Câu 81.**  $C = \sqrt{\log_a b + \log_b a + 2} (\log_a b - \log_{ab} b) \sqrt{\log_a b}$

$$= \sqrt{\frac{(\log_a b + 1)^2}{\log_a^2 b}} \left( \log_a b - \frac{\log_a b}{1 + \log_a b} \right) \sqrt{\log_a b} = \frac{(\log_a b + 1)}{\log_a b} \left( \frac{\log_a^2 b}{1 + \log_a b} \right) \sqrt{\log_a b} = \left( \sqrt{\log_a b} \right)^3$$

**Câu 82.** \*  $\log_a \frac{b}{c} = \log_a \left( \frac{c}{b} \right)^{-1} = -\log_a \frac{c}{b} \Rightarrow \log_a^2 \frac{b}{c} = \left( -\log_a \frac{c}{b} \right)^2 = \log_a^2 \frac{c}{b}$

\*  $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1 \Leftrightarrow \log_a b \cdot \log_b a = \log_a a = 1$

\* Từ 2 kết quả trên ta có :

$$\log_{\frac{c}{b}}^2 \frac{c}{b} \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c} \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} = \left( \log_{\frac{a}{b}} \frac{b}{c} \cdot \log_{\frac{b}{c}} \frac{c}{a} \log_{\frac{c}{a}} \frac{a}{b} \right)^2 = 1$$

Chọn : Đáp án A.

**Câu 83.** Vì  $x + y > 0$  nên trong hai số  $x$  và  $y$  phải có ít nhất một số dương mà  $x + y = 3 - x > 0$  nên suy ra  $x < 3$  mà  $x$  nguyên nên  $x = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$

+ Nếu  $x = 2$  suy ra  $y = -1$  nên  $x + y = 1$

+ Nếu  $x = 1$  thì  $y = 1$  nên  $x + y = 2$

+ Nếu  $x = 0$  thì  $y = 3$  nên  $x + y = 3$

+ Nhận xét rằng :  $x < 2$  thì  $x + y > 1$ . Vậy  $x + y$  nhỏ nhất bằng 1.

Suy ra: Chọn đáp án A.

**Câu 84.** (\*)  $\Leftrightarrow \log_2 a + \log_3 2 \cdot \log_2 a + \log_5 2 \cdot \log_2 a = \log_2 a \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 a \cdot \log_5 a$

$$\Leftrightarrow \log_2 a \cdot (1 + \log_3 2 + \log_5 2) = \log_2 a \cdot \log_3 5 \cdot \log_5^2 a$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a \cdot (1 + \log_3 2 + \log_5 2 - \log_3 5 \cdot \log_5^2 a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 0 \\ 1 + \log_3 2 + \log_5 2 - \log_3 5 \cdot \log_5^2 a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ \log_5 a = \pm \sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 5^{\pm \sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 5}}} \end{cases}$$

Chọn: Đáp án A.