

**CHỮA CHI TIẾT CÂU HỎI TRONG LIVESTREAM TỐI 24/04**

Giáo viên: Lê Bá Trần Phương

**Câu 47. [Sở GD&ĐT Hà Tĩnh 2019].** Cho các số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $\log_{16} \left( \frac{x+y+z}{2x^2+2y^2+2z^2+1} \right) = x(x-2) + y(y-2) + z(z-2)$ . Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất

của biểu thức  $F = \frac{x+y-z}{x+y+z}$  bằng.

- A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $-\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $-\frac{2}{3}$ .

**Câu 39. [THPT Chuyên Ngoại ngữ 2019].** Độ pH của một dung dịch được tính theo công thức  $pH = -\log[H^+]$  với  $[H^+]$  là nồng độ ion  $H^+$  trong dung dịch đó. Cho dung dịch A có độ pH ban đầu bằng 6. Nếu nồng độ ion  $H^+$  trong dung dịch A tăng lên 4 lần thì độ pH trong dung dịch mới gần bằng giá trị nào dưới đây?

- A. 5,2                      B. 6,6                      C. 5,7                      D. 5,4

**Câu 50. [THPT Chuyên Ngoại ngữ 2019].** Tìm số nghiệm của phương trình  $(|x|-1)^2 e^{|x|-1} - \log 2 = 0$

- A. 4                      B. 3                      C. 2                      D. 0

**Câu 40. [THPT Việt Đức - Hà Nội 2019]** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để bất phương trình  $(x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \leq m \log_{5-\sqrt{4-x}} 3$  có nghiệm.

- A.  $m \geq 4$                       B.  $2\sqrt{3} \leq m \leq 12 \log_3 5$                       C.  $m > 2\sqrt{3}$                       D.  $m \geq 2\sqrt{3}$

### Hướng dẫn giải

**Câu 47. [Sở GD&ĐT Hà Tĩnh 2019].** Cho các số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $\log_{16} \left( \frac{x+y+z}{2x^2+2y^2+2z^2+1} \right) = x(x-2) + y(y-2) + z(z-2)$ . Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức  $F = \frac{x+y-z}{x+y+z}$  bằng.

A.  $\frac{1}{3}$ .

B.  $-\frac{1}{3}$ .

C.  $\frac{2}{3}$ .

D.  $-\frac{2}{3}$ .

#### Phương pháp.

- Đánh giá điều kiện ban đầu và biểu thức đề bài ra về dạng phương trình mặt cầu và mặt phẳng.

- Từ đó biến đổi bài toán về dạng bài hình học Oxyz để tính toán.

#### Cách giải.

$$\text{Ta có } \log_{16} \left( \frac{x+y+z}{2x^2+2y^2+2z^2+1} \right) = x^2 + y^2 + z^2 - 2(x+y+z)$$

$$\Leftrightarrow \log_{16} \left( \frac{x+y+z}{2x^2+2y^2+2z^2+1} \right) + \frac{1}{2} = x^2 + y^2 + z^2 + \frac{1}{2} - 2(x+y+z)$$

$$\Leftrightarrow \log_{16} \left( \frac{4(x+y+z)}{2x^2+2y^2+2z^2+1} \right) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2 + 1) - \frac{1}{2}(2(x+y+z))$$

$$\Leftrightarrow \log_{16} (4(x+y+z)) + \frac{1}{2}(2(x+y+z)) = \log_{16} (2x^2+2y^2+2z^2+1) + \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow 4(x+y+z) = 2x^2+2y^2+2z^2+1$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = \frac{5}{2} \text{ đây là phương trình mặt cầu (S)}$$

Ta có  $F = \frac{x+y-z}{x+y+z} \Leftrightarrow F(x+y+z) = x+y-z \Leftrightarrow (F-1)x + (F-1)y + (F+1)z = 0$  đây là phương trình mặt phẳng (P).

Khi đó bài toán của chúng ta trở thành tìm điều kiện để mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) là có điểm chung

$$\text{Hay } d(I, (P)) \leq R \Leftrightarrow \frac{|(F-1) \cdot 1 + (F-1) \cdot 1 + (F+1) \cdot 1|}{\sqrt{(F-1)^2 + (F-1)^2 + (F+1)^2}} \leq \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-2\sqrt{10}}{3} \leq F \leq \frac{1+2\sqrt{10}}{3} \Rightarrow \min F + \max F = \frac{2}{3}$$

**Chọn C.**

**Câu 39. [THPT Chuyên Ngoại ngữ 2019].** Độ pH của một dung dịch được tính theo công thức  $pH = -\log[H^+]$  với  $[H^+]$  là nồng độ ion  $H^+$  trong dung dịch đó. Cho dung dịch A có độ pH ban đầu bằng 6. Nếu nồng độ ion  $H^+$  trong dung dịch A tăng lên 4 lần thì độ pH trong dung dịch mới gần bằng giá trị nào dưới đây?

A. 5,2

B. 6,6

C. 5,7

**D. 5,4**

**Phương pháp.**

Tính nồng độ ion  $[H^+]$  khi độ pH bằng 6.

Từ đó tính độ pH khi nồng độ ion  $[H^+]$  tăng 4 lần.

**Cách giải.**

Khi độ pH = 6 ta có  $6 = -\log[H^+] \Leftrightarrow [H^+] = 10^{-6}$

Khi nồng độ ion  $[H^+]$  tăng 4 lần tức là lúc này  $[H^+] = 4 \cdot 10^{-6}$  thì độ pH là

$$pH = -\log[H^+] = -\log(4 \cdot 10^{-6}) \approx 5,4$$

**Chọn D.**

**Câu 50. [THPT Chuyên Ngoại ngữ 2019].** Tìm số nghiệm của phương trình

$$(|x|-1)^2 e^{|x|-1} - \log 2 = 0$$

**A. 4**

B. 3

C. 2

D. 0

**Phương pháp.**

- Đặt ẩn phụ  $t = |x|-1$ , tìm điều kiện của t, đưa phương trình về ẩn t.

- Sử dụng phương pháp hàm số, xét tính tương giao đồ thị và suy ra số nghiệm của phương trình ẩn t.

- Từ đó kết luận số nghiệm của phương trình ẩn x.

**Cách giải.**

Đặt  $t = |x|-1 \geq -1$ , phương trình trở thành  $t^2 e^t - \log 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 e^t = \log 2$

Xét hàm  $y = f(t) = t^2 e^t, t \geq -1$  có  $f'(t) = 2te^t + t^2 e^t = t(t+2)e^t = 0 \Leftrightarrow t = 0$  do  $t \geq -1$

Bảng biến thiên.

|         |       |   |           |
|---------|-------|---|-----------|
| $t$     | -1    | 0 | $+\infty$ |
| $f'(t)$ | -     | 0 | +         |
| $f(t)$  | $1/e$ | 0 | $+\infty$ |

Đồ thị hàm số  $f(t) = t^2 e^t$  và đường thẳng  $y = \log 2$  được vẽ trên bảng biến thiên. Đường thẳng  $y = \log 2$  cắt đồ thị hàm số tại hai điểm, cho thấy phương trình có hai nghiệm.

Từ bảng biến thiên ta thấy, trên nửa khoảng  $[-1; +\infty)$  đường thẳng  $y = \log 2$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(t)$  tại hai điểm phân biệt nên phương trình  $f(t) = \log 2$  có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn  $-1 < t_1 < 0 < t_2$

Nhận thấy  $t = |x| - 1 \Rightarrow |x| = t + 1$  nên với mỗi  $t > -1$  ta có tương ứng 2 giá trị của  $x$ .

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

**Chọn A.**

**Câu 40.** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để bất phương trình  $(x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \leq m \log_{5-\sqrt{4-x}} 3$  có nghiệm.

A.  $m \geq 4$

B.  $2\sqrt{3} \leq m \leq 12 \log_3 5$

C.  $m > 2\sqrt{3}$

D.  $m \geq 2\sqrt{3}$

**Hướng dẫn**

Điều kiện  $0 \leq x \leq 4$

$$\Rightarrow 3 \leq 5 - \sqrt{4-x} \leq 5 \Rightarrow 1 \leq \log_3(5 - \sqrt{4-x}) \leq \log_3 5$$

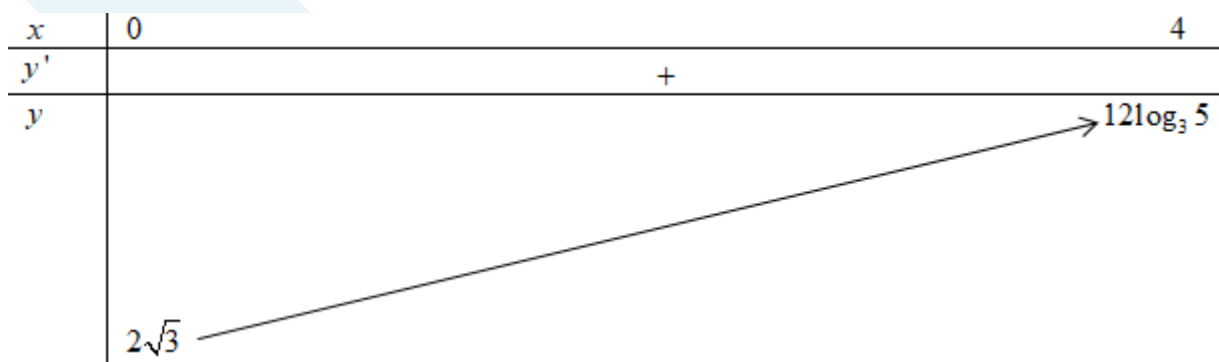
Ta có

$$\begin{aligned} (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) &\leq m \log_{5-\sqrt{4-x}} 3 \\ \Leftrightarrow (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \log_3(5 - \sqrt{4-x}) &\leq m \end{aligned}$$

Xét hàm số  $y = (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \log_3(5 - \sqrt{4-x})$  trên  $D = [0; 4]$

$$\Rightarrow y' = \frac{1}{2} \left( 3\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x+12}} \right) \log_3(5 - \sqrt{4-x}) + (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{4-x}} > 0$$

BBT



BPT có nghiệm  $\Leftrightarrow 2\sqrt{3} \leq m \leq 12 \log_3 5$