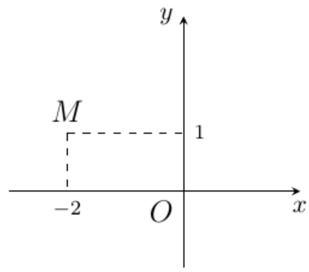
Đề số 0

Câu 1: Điểm M trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn số phức



A. $z=-2+i$. **B.** $z=1-2i$.
C. $z=2+i$. **D.** $z=1+2i$.

Câu 2: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-4x^2+2x+1\right)$ bằng

A. $-\infty$. **B.** -4.
C. 2. **D.** 1.

Câu 3: Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của M là:

A. A_{10}^3. **B.** 3^{10}.
C. C_{10}^3. **D.** 10^3.

Câu 4: Diện tích đáy của khối chóp có chiều cao bằng h và thể tích bằng V là

A. $B=\dfrac{6V}{h}$. **B.** $B=\dfrac{3V}{h}$. **C.** $B=\dfrac{V}{h}$. **D.** $B=\dfrac{2V}{h}$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\dfrac{5}{2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(-\infty;-2\right)$. **C.** $\left(-1;0\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $\left(a<b\right)$ được tính theo công thức

A. $S=\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\pi\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$. **C.** $S=\left|\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x\right|$. **D.** $S=\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-5	$\searrow$	-9	$\nearrow$	$+\infty$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị . **B.**Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
C.Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 8: Cho $a,\ b>0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log\left(ab\right)=\log a.\log b$. **B.** $\log\left(ab^2\right)=2\log a+2\log b$.
C. $\log\left(ab^2\right)=\log a+2\log b$. **D.** $\log\left(ab\right)=\log a-\log b$.

Câu 9: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=e^{2x}$.

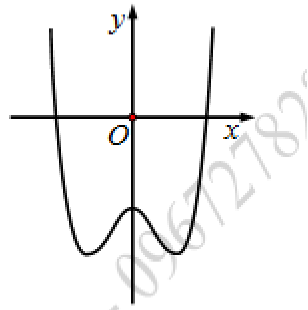
A. $\int e^{2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x}+C$. **B.** $\int e^{2x}\mathrm{d}x=e^{2x}+C$.

C. $\int e^{2x}\mathrm{d}x=2e^{2x}+C$. **D.** $\int e^{2x}\mathrm{d}x=\frac{e^{2x+1}}{2x+1}+C$.

Câu 10: Cho điểm $M(1;2;-3)$, hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $M'(1;2;0)$. **B.** $M'(1;0;-3)$. **C.** $M'(0;2;-3)$. **D.** $M'(1;2;3)$.

Câu 11: Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^4+2x^2-2$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$.

C. $y=x^3-3x^2-2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-t\\z=4+5t\end{cases}$.

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;0;4)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;-1;5)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-1;5)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-1;4)$.

Câu 13: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình: $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x}\geq\frac{25}{4}$.

A. $S=(-\infty;1]$. **B.** $S=\left[\frac{1}{3};+\infty\right)$. **C.** $S=\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$. **D.** $S=[1;+\infty)$.

Câu 14: Một khối nón có thể tích bằng 4π và chiều cao bằng 3. Bán kính đường tròn đáy bằng:

A. 2. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 1.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$.

A. $4x-3y+6z+12=0$. **B.** $4x+3y+6z+12=0$.

C. $4x-3y+6z-12=0$. **D.** $4x+3y-6z+12=0$.

Câu 16: Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có tiệm cận đứng ?

A. $y=\frac{x^2+3x+2}{x+1}$. **B.** $y=\frac{x^3-1}{x+1}$. **C.** $y=\frac{x^3+2x^2-1}{x}$. **D.** $y=\frac{2}{x-3}$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 18: Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\frac{4}{x}$ trên đoạn $[1;\,3]$ bằng

A. 20. **B.** 6. **C.** $\frac{52}{3}$. **D.** $\frac{65}{3}$.

Câu 19: Tích phân $I=\int_0^1 \frac{1}{x+1}\mathrm{d}x$ có giá trị là

A. $I=\ln 2$. **B.** $I=\ln 2-1$. **C.** $I=1-\ln 2$. **D.** $I=-\ln 2$.

Câu 20: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2+\sqrt{3}z+3=0$. Giá trị của biểu thức ${z_1}^2+{z_2}^2$ bằng

A. $\frac{-9}{4}$. **B.** 3. **C.** $\frac{3}{18}$. **D.** $\frac{-9}{8}$.

Câu 21: Đáy của hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ là tam giác đều cạnh bằng 4. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 22: Bố An vay của ngân hàng Agribank 200 triệu đồng để sửa nhà, theo hình thức lãi kép với lãi suất $1{,}15\%$ một tháng. Hàng tháng vào ngày ngân hàng thu lãi bố An trả đều đặn 7 triệu đồng. Sau một năm do có sự cạnh tranh giữa các ngân hàng nên lãi suất giảm xuống còn 1%/tháng. Gọi m là số tháng bố An hoàn trả hết nợ. Hỏi m gần nhất với số nào trong các số sau

A. 36 tháng. **B.** 35 tháng. **C.** 34 tháng. **D.** 33 tháng.

Câu 23: Một hộp chứa 11 quả cầu trong đó có 5 quả màu xanh và 6 quả màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để 2 lần đều lấy được quả cầu màu xanh.

A. $\frac{5}{11}$. **B.** $\frac{9}{55}$. **C.** $\frac{4}{11}$. **D.** $\frac{2}{11}$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua B và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x-y-z+5=0$. **B.** $3x-y-z-5=0$.

C. $x+3y+z-6=0$. **D.** $x+3y+z-5=0$.

Câu 25: Cho tam giác đều ABC cạnh a. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại B, ta lấy điểm M sao cho $MB=2a$. Gọi I là trung điểm của BC. Tang của góc giữa đường thẳng IM và (ABC) bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 4.

Câu 26: Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển của $\left(\frac{1}{x^3}+\sqrt{x^5}\right)^n$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=7(n+3)$.

A. 495. **B.** 313. **C.** 1303. **D.** 13129

Câu 27: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2 x.\log_4 x.\log_8 x.\log_{16} x=\frac{2}{3}$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** -1.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$, $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc vớ iđáy. $AB=a$, $AC=2a$, $SA=a$. Tính góc giữa SD và BC.

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{1}=\frac{y+4}{1}=\frac{z-3}{-1}$ và $d_2:\frac{x-1}{-2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-4}{-5}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxz) và cắt d_1 và d_2 có phương trình là

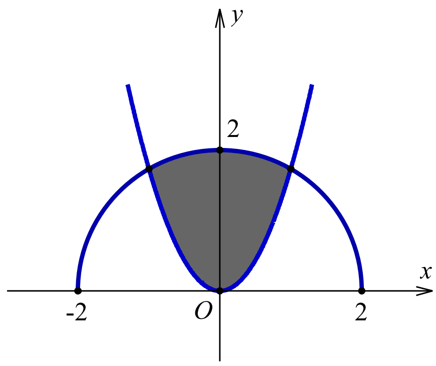
A. $\begin{cases} x=\dfrac{3}{7} \\ y=-\dfrac{25}{7}+t \\ z=\dfrac{18}{7} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=-3+t \\ z=4 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=-1+t \\ z=-1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=-4+t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 30: Tìm m để hàm số sau đồng biến trên $(-3;+\infty)$: $y=x^2+6x+2\ln(x+3)-mx-\sqrt{3}$.

A. $m\le 0$. **B.** $m\le 4$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m\ge -4$.

Câu 31: **[2D3-3-PT1]** Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{3}x^2$, và nửa đường tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ (với $-2\le x\le 2$) (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

A. $\dfrac{2\pi+\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{4\pi+5\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\pi+5\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4\pi+\sqrt{3}}{3}$.



Câu 32: **[2D3-3-PT1]** Biết $\displaystyle\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}=a\sqrt{3}+b\sqrt{2}+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=\dfrac{16}{3}$. **B.** $P=\dfrac{13}{2}$. **C.** $P=\dfrac{2}{3}$. **D.** $P=5$.

Câu 33: **[2H2-3-PT1]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên SA và mặt phẳng đáy bằng $30°$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp $S.ABCD$.

A. $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{6}}{6}$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{6}$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{6}}{12}$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{12}$.

Câu 34: **[2D2-3-PT1]**Tìm m để phương trình $4^{|x|}-2^{|x|+1}+3=m$ có đúng 2 nghiệm?

A. $m\ge 2$. **B.** $m\ge -2$. **C.** $m>-2$. **D.** $m>2$.

Câu 35: [2D1-3-PT1]Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|\sin x-\cos x|+4\sin 2x=m$ có nghiệm thực ?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 36: **[2D1-3-PT1]** Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=|x^2+2x+m-4|$ trên đoạn $[-2;1]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của m là:

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

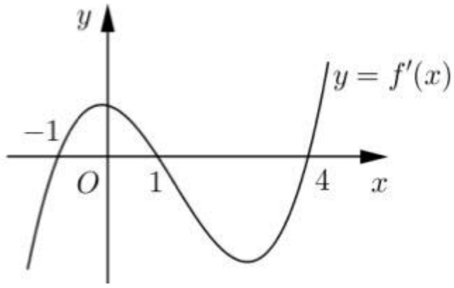
Câu 37: **[2D3-3-PT1]** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{3x-1}{x+2}$, $f(0)=1$ và $f(-4)=2$. Giá trị của biểu thức $f(2)+f(-3)$ bằng:

A. 12. **B.** $10+\ln 2$. **C.** $3-20\ln 2$. **D.** $\ln 2$.

Câu 38: **[2D4-3-PT1]** Cho số phức $z=a+bi$ $(a,\ b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+1+2i-(1+i)|z|=0$ và $|z|>1$. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b$.

A. $P=3$. **B.** $P=7$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=-5$.

Câu 39: [2D1-3-PT1] Cho hàm số $y=f(x)$.Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(x^2)$ đồng biến trên khoảng:



A. $(1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 40: **[2D1-3-PT1]** Cho hàm số $y=x^3-12x+12$ có đồ thị (C) và điểm $A(m;-4)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m nguyên thuộc khoảng $(2;5)$ để từ A kẻ được ba tiếp tuyến với đồ thị (C). Tổng tất cả các phần tử nguyên của S bằng

A. 7. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 41: **[2H3-4-PT1]** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi $(P):\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ (với $a>0$, $b>0$, $c>0$) là mặt phẳng đi qua điểm $H(1;1;2)$ và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho khối tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Tính $S=a+2b+c$.

A. $S=15$. **B.** $S=5$. **C.** $S=10$. **D.** $S=4$.

Câu 42: **[1D3-3-PT1]** Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $\log u_5-2\log u_2=2\left(1+\sqrt{\log u_5-2\log u_2+1}\right)$ và $u_n=3u_{n-1}$, $\forall n\ge 1$. Giá trị lớn nhất của n để $u_n<7^{100}$ bằng

A. 192. **B.** 191. **C.** 176. **D.** 177.

Câu 43: **[2D1-3-PT1]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-5;5]$ để hàm số $y=\left|x^4+x^3-\dfrac{1}{2}x^2+m\right|$ có 5 điểm cực trị ?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 44: **[2H3-3-PT1]** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;6)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là.

A. $\begin{cases} x=-\dfrac{45}{29}+3t \\ y=\dfrac{157}{174}+4t \\ z=\dfrac{325}{174}+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=\dfrac{45}{29}+3t \\ y=-\dfrac{157}{174}+4t \\ z=\dfrac{325}{174}+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=\dfrac{45}{29}+3t \\ y=\dfrac{157}{174}+4t \\ z=\dfrac{325}{174}+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=\dfrac{45}{29}+3t \\ y=\dfrac{157}{174}+4t \\ z=-\dfrac{325}{174}+2t \end{cases}$.

Câu 45: **[2H1-4-PT1]**Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. S là điểm đối xứng với O qua CD'. Thể tích của khối đa diện $ABCDSA'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{a^3}{6}$ **B.** $\frac{7}{6}a^3$ **C.** a^3 **D.** $\frac{2}{3}a^3$

Câu 46: **[2D4-4-PT1]**Xét các số phức $z = a + bi\ (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z + 2 - 3i| = 2\sqrt{2}$. Tính $P = 2a + b$ khi $|z + 1 + 6i| + |z - 7 - 2i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P = 1$. **B.** $P = -3$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = 7$.

Câu 47: **[1H3-3-PT1]**Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $AC' = a\sqrt{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng qua AC' cắt BB', DD' lần lượt tại M, N sao cho tam giác AMN cân tại A có $MN = a$. Tính $\cos\varphi$ với $\varphi = \left(\widehat{(P),(ABCD)}\right)$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 48: **[2H3-3-PT2]**Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;3), B(4;2;3), C(0;-2;3)$. Gọi $(S_1),(S_2),(S_3)$ là các mặt cầu có tâm A, B, C và bán kính lần lượt bằng $3, 2, 1$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1),(S_2),(S_3)$?

A. 2. **B.** 7. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 49: **[1D2-4-PT1]** Có 6 bi gồm 2 bi đỏ, 2 bi vàng, 2 bi xanh (các bi này đôi một khác nhau). Xếp ngẫu nhiên các viên bi thành hàng ngang, tính xác suất để hai viên bi vàng không xếp cạnh nhau?

A. $P = \frac{2}{3}$. B. $P = \frac{1}{3}$. C. $P = \frac{5}{6}$. D. $P = \frac{1}{5}$.

Câu 50: [2D2-4-PT1] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn $f(0) = 0, \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[f'(x)\right]^2 dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x f(x) dx = \frac{\pi}{4}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** 2. **D.** 1.

(Heyyyyyyyyyy CỐ LÊN)

----------HẾT----------

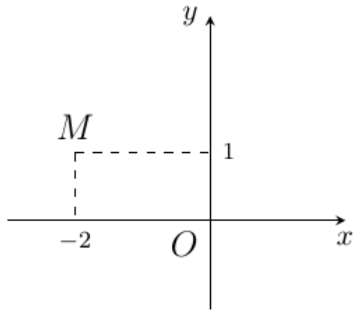
BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Điểm M trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn số phức



A. $z=-2+i$. **B.** $z=1-2i$. **C.** $z=2+i$. **D.** $z=1+2i$.

Lời giải

Chọn A

Điểm $M\left(-2;1\right)$ biểu diễn số phức $z=-2+i$.

Câu 2: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-4x^2+2x+1\right)$ bằng

A. $-\infty$. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-4x^2+2x+1\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}x^2\left(-4+\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)=-\infty$.

Câu 3: Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của M là:

A. A_{10}^3. **B.** 3^{10}. **C.** C_{10}^3. **D.** 10^3.

Lời giải

Chọn C.

Số tập con gồm 3 phần tử thỏa yêu cầu bài toán là số cách chọn 3 phần tử bất kì trong 10 phần tử của M. Do đó số tập con gồm 3 phần tử của M là C_{10}^3.

Câu 4: Diện tích đáy của khối chóp có chiều cao bằng h và thể tích bằng V là

A. $B=\dfrac{6V}{h}$. **B.** $B=\dfrac{3V}{h}$. **C.** $B=\dfrac{V}{h}$. **D.** $B=\dfrac{2V}{h}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $V=\dfrac{1}{3}Bh\Leftrightarrow B=\dfrac{3V}{h}$.

Vậy diện tích đáy của khối chóp có chiều cao bằng h và thể tích bằng V là $B=\dfrac{3V}{h}$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\dfrac{5}{2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(-\infty;-2\right)$. **C.** $\left(-1;0\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $\left(a<b\right)$ được tính theo công thức

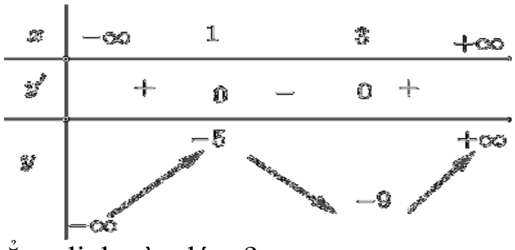
A. $S=\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\pi\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\left|\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x\right|$. **D.** $S=\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 7: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị . **B.**Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C.Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 8: Cho $a,\ b>0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log(ab)=\log a.\log b$. **B.** $\log(ab^2)=2\log a+2\log b$.

C. $\log(ab^2)=\log a+2\log b$. **D.** $\log(ab)=\log a-\log b$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\log(ab)=\log a+\log b$ nên **A** và **D** sai.

Theo lý thuyết $\log(ab^2)=\log a+\log b^2=\log a+2\log b$ nên **B** sai. Vậy **C** đúng.

Câu 9: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$.

A. $\int e^{2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x}+C$. **B.** $\int e^{2x}\mathrm{d}x=e^{2x}+C$.

C. $\int e^{2x}\mathrm{d}x=2e^{2x}+C$. **D.** $\int e^{2x}\mathrm{d}x=\frac{e^{2x+1}}{2x+1}+C$.

Lời giải

Chọn A.

$\int e^{2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int e^{2x}\mathrm{d}(2x)=\frac{1}{2}e^{2x}+C$.

Câu 10: Cho điểm $M(1;2;-3)$, hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

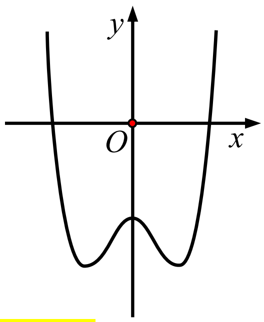
A. $M'(1;2;0)$. **B.** $M'(1;0;-3)$. **C.** $M'(0;2;-3)$. **D.** $M'(1;2;3)$.

Hướngdẫngiải

Chọn A.

Với $M(a;b;c)\Rightarrow$ hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là $M'(a;b;0)\Rightarrow M'(1;2;0)$.

Câu 11: Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^4+2x^2-2$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$. **C.** $y=x^3-3x^2-2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

Lời giải

Chọn B.

* Đồ thị hàm số có hình dạng là đồ thị hàm trùng phương nên ta loại các đáp án C và D.

* Đồ thị hàm số quay lên nên ta loại đáp án A.
* Đáp án đúng là đáp án B.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=-t \\ z=4+5t \end{cases}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;0;4)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;-1;5)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-1;5)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-1;4)$.

Lời giải

Chọn B.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_d}=(2;-1;5)$.

Câu 13: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình: $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x}\ge\frac{25}{4}$.

A. $S=(-\infty;1]$. **B.** $S=\left[\frac{1}{3};+\infty\right)$. **C.** $S=\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$. **D.** $S=[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

$\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x}\ge\frac{25}{4}\Leftrightarrow\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x}\ge\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\Leftrightarrow 1-3x\le-2\Leftrightarrow x\ge1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=[1;+\infty)$.

Câu 14: Một khối nón có thể tích bằng 4π và chiều cao bằng 3. Bán kính đường tròn đáy bằng:

A. 2. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối nón là :

$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi r^2.3=4\pi\Rightarrow r^2=4\Rightarrow r=2$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$.

A. $4x-3y+6z+12=0$. **B.** $4x+3y+6z+12=0$.

C. $4x-3y+6z-12=0$. **D.** $4x+3y-6z+12=0$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$ có phương trình là $(\alpha):\frac{x}{-3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{-2}=1\Leftrightarrow 4x-3y+6z+12=0$.

Câu 16: Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có tiệm cận đứng ?

A. $y=\frac{x^2+3x+2}{x+1}$. **B.** $y=\frac{x^3-1}{x+1}$. **C.** $y=\frac{x^3+2x^2-1}{x}$. **D.** $y=\frac{2}{x-3}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $y=\frac{x^2+3x+2}{x+1}=x+2$, $\forall x\ne-1$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A.

Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=-1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-1$. Dựa vào BBT ta thấy đường thẳng $y=-1$ không cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ nên phương trình $f(x)+1=0$ vô nghiệm.

Câu 18: Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\frac{4}{x}$ trên đoạn $[1;\,3]$ bằng

A. 20. **B.** 6. **C.** $\frac{52}{3}$. **D.** $\frac{65}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $f'(x)=1-\frac{4}{x^2}$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 1-\frac{4}{x^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2\notin[1;3] \\ x=2\in[1;3] \end{array}\right..$$

$f(1)=5$, $f(2)=4$, $f(3)=\frac{13}{3}$.

Vậy $\underset{x\in[1;\,3]}{Max} f(x)=5=M$, $\underset{x\in[1;\,3]}{Min} f(x)=4=m$ cho nên $M.m=20$.

Câu 19: Tích phân $I=\int_0^1 \frac{1}{x+1}\mathrm{d}x$ có giá trị là

A. $I=\ln 2$. **B.** $I=\ln 2-1$. **C.** $I=1-\ln 2$. **D.** $I=-\ln 2$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1:

$$I=\int_0^1 \frac{1}{x+1}\mathrm{d}x=\left(\ln|x+1|\right)\Big|_0^1=\ln|1+1|-\ln|0+1|=\ln 2.$$

Cách 2:

Bước 1: Bấm máy tính để tính $\int_0^1 \frac{1}{x+1}\mathrm{d}x$.

Bước 2: Bấm SHIFT STO A để lưu vào biến A.

Bước 3: Bấm $A-\ln 2=0$. $\Rightarrow$ đáp án A.

Câu 20: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2+\sqrt{3}z+3=0$. Giá trị của biểu thức $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. $\frac{-9}{4}$. **B.** 3. **C.** $\frac{3}{18}$. **D.** $\frac{-9}{8}$.

Lời giải

Chọn A.

Phương pháp tự luận:

Ta có: $2z^2+\sqrt{3}\,z+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=-\dfrac{\sqrt{3}}{4}+\dfrac{\sqrt{21}}{4}i \\ z_2=-\dfrac{\sqrt{3}}{4}-\dfrac{\sqrt{21}}{4}i \end{array}\right.$.

Vì $z_2=\overline{z_1}$ nên $z_1^2+z_2^2=2\left[\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)^2-\left(\dfrac{\sqrt{21}}{4}\right)^2\right]=-\dfrac{9}{4}$.

Phương pháp trắc nghiệm:

Sử dụng MTCT bấm:**MODE → 2**

Lưu ý bấm: **SHIFT→ENG** để xuất hiện chữ i. (hoặc bấm trực tiếp **ENG**)

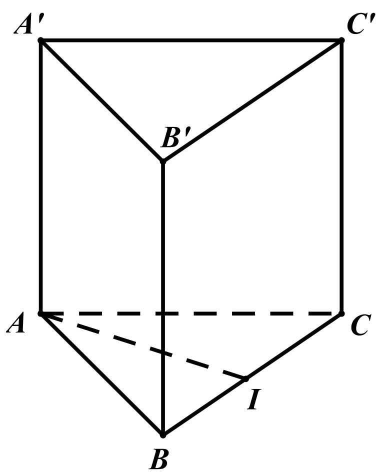
Nhập $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{4}+\dfrac{\sqrt{21}}{4}i\right)^2+\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{4}-\dfrac{\sqrt{21}}{4}i\right)^2=$ ta được kết quả $-\dfrac{9}{4}$.

Câu 21: Đáy của hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ là tam giác đều cạnh bằng 4. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

ChọnB.



Gọi I là trung điểm BC.

ΔABC đều có $AI=\dfrac{BC\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$.

Ta có $\left.\begin{array}{l} AI\perp BC \\ AA'\perp AI \end{array}\right\} \Rightarrow AI$ là đoạn vuông góc chung của AA' và BC suy ra $d\left(AA',BC\right)=AI=2\sqrt{3}$.

Câu 22: Bố An vay của ngân hàng Agribank 200 triệu đồng để sửa nhà, theo hình thức lãi kép với lãi suất $1,15\%$ một tháng. Hàng tháng vào ngày ngân hàng thu lãi bố An trả đều đặn 7 triệu đồng. Sau một năm do có sự cạnh tranh giữa các ngân hàng nên lãi suất giảm xuống còn 1%/tháng. Gọi m là số tháng bố An hoàn trả hết nợ. Hỏi m gần nhất với số nào trong các số sau

A. 36 tháng. **B.** 35 tháng. **C.** 34 tháng. **D.** 33 tháng.

Lời giải

Chọn A.

Năm thứ nhất.

Sau 1 tháng bố An còn nợ $200+200.0,0115-7=200.1,0115-7$ triệu đồng.

Sau 2 tháng bố An còn nợ $200.1,0115^2-7(1,0115+1)$ triệu đồng. Sau 3 tháng bố An còn nợ $200.1,0115^3-7(1,0115^2+1)$ triệu đồng.

…

Sau 12 tháng bố An còn nợ $200.1,0115^{12}-7.\dfrac{1,0115^{12}-1}{1,0115-1}=A\approx 139,8923492$ triệu đồng.

Năm thứ hai.

Sau n tháng bố An còn nợ $S_n=A.1,01^n-7\dfrac{1,01^n-1}{1,01-1}$ triệu đồng.

$n\approx 22,406$ tháng**.**

Vậy sau 36 tháng bố An trả hết nợ.

Câu 23: Một hộp chứa 11 quả cầu trong đó có 5 quả màu xanh và 6 quả màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để 2 lần đều lấy được quả cầu màu xanh.

A. $\dfrac{5}{11}$. **B.** $\dfrac{9}{55}$. **C.** $\dfrac{4}{11}$. **D.** $\dfrac{2}{11}$.

Lời giải

Chọn D.

Số cách chọn ngẫu nhiên lần lượt 2 quả cầu : $11.10=110$.

Số cách chọn 2 lần đều được quả cầu màu xanh: $5.4=20$.

Xác suất để chọn được hai quả cầu màu xanh là : $\dfrac{20}{110}=\dfrac{2}{11}$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua B và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x-y-z+5=0$. **B.** $3x-y-z-5=0$.

C. $x+3y+z-6=0$. **D.** $x+3y+z-5=0$.

Lời giải

ChọnB.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-1;-1)$.

Mặt phẳng cần tìm vuông góc với AB nên nhận $\overrightarrow{AB}=(3;-1;-1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Do đó phương trình của mặt phẳng cần tìm là:

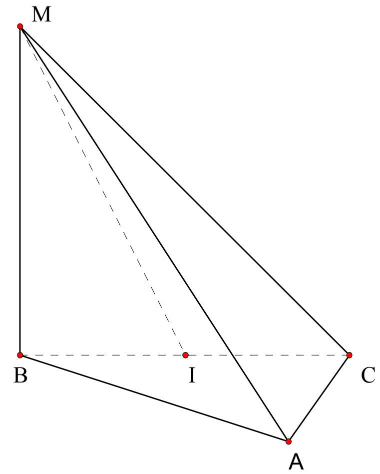
$3(x-2)-(y-1)-(z-0)=0\Leftrightarrow 3x-y-z-5=0$.

Câu 25: Cho tam giác đều ABC cạnh a. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại B, ta lấy điểm M sao cho $MB=2a$. Gọi I là trung điểm của BC. Tang của góc giữa đường thẳng IM và (ABC) bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $BM \perp (ABC)$ nên IB là hình chiếu của IM lên (ABC).

$\Rightarrow \widehat{(IM,(ABC))} = \widehat{(IM,IB)} = \widehat{MIB}$.

Xét tam giác MIB vuông tại I, ta có $\tan\widehat{MIB} = \dfrac{MB}{IB} = \dfrac{2a}{\frac{a}{2}} = 4$.

Câu 26: Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển của $\left(\dfrac{1}{x^3}+\sqrt{x^5}\right)^n$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^{n} = 7(n+3)$.

A. 495. **B.** 313. **C.** 1303. **D.** 13129

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^{n} = 7(n+3) \Leftrightarrow \left(C_{n+3}^{n} + C_{n+3}^{n+1}\right) - C_{n+3}^{n} = 7(n+3) \Leftrightarrow C_{n+3}^{n+1} = 7(n+3)$

$\Leftrightarrow \dfrac{(n+2)(n+3)}{2!} = 7(n+3) \Leftrightarrow n+2 = 7.2! = 14 \Leftrightarrow n = 12$.

Khi đó: $\left(\dfrac{1}{x^3}+\sqrt{x^5}\right)^n = \left(\dfrac{1}{x^3}+\sqrt{x^5}\right)^{12} = \sum\limits_{k=0}^{12} C_{12}^{k}\left(x^{-3}\right)^k.\left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{12-k} = \sum\limits_{k=0}^{12} C_{12}^{k} x^{\frac{60-11k}{2}}$.

Số hạng chứa x^8 ứng với k thỏa: $\dfrac{60-11k}{2} = 8 \Leftrightarrow k = 4$.

Do đó hệ số của số hạng chứa x^8 là: $C_{12}^{4} = 495$.

Câu 27: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2 x.\log_4 x.\log_8 x.\log_{16} x = \dfrac{2}{3}$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** -1.

Lời giải

ChọnA.

Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình tương đương: $\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{4}.\log_2 x.\log_2 x.\log_2 x.\log_2 x = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow (\log_2 x)^4 = 16$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x = 2 \\ \log_2 x = -2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 4 \\ x = \dfrac{1}{4}\end{array}\right.$.

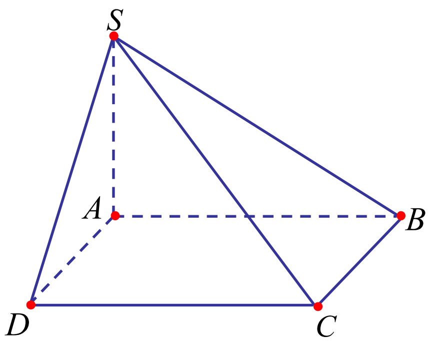
Vậy Tích tất cả các nghiệm của phương trình là: $4.\dfrac{1}{4} = 1$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$, $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc vớ iđáy. $AB = a$, $AC = 2a$, $SA = a$. Tính góc giữa SD và BC.

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lờigiải

ChọnB.



Ta có: $AD \parallel BC \Rightarrow \widehat{(SD;BC)} = \widehat{(SD;AD)} = \widehat{SDA}$

Mà $AD = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$

Xét tam giác SAD:

$\tan SDA = \dfrac{SA}{AD} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SDA} = 60°$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+4}{1} = \dfrac{z-3}{-1}$ và $d_2 : \dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z-4}{-5}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxz) và cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\begin{cases} x = \dfrac{3}{7} \\ y = -\dfrac{25}{7} + t \\ z = \dfrac{18}{7} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 + t \\ z = 4 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + t \\ z = -1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = t \\ y = -4 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

* Lấy điểm $M(t; -4+t; 3-t) \in d_1$, $N(1-2t'; -3+t'; 4-5t') \in d_2$, ta có

$\overrightarrow{MN} = (1-2t'-t; 1+t'-t; 1-5t'+t)$

* $MN \perp (Oxz)$ suy ra $\overrightarrow{MN}$ cùng phương véctơ đơn vị

$\vec{j} = (0;1;0) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = k.\vec{j}, (k \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2t'-t = 0 \\ 1+t'-t = 1.k \\ 1-5t'+t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \dfrac{3}{7} \\ t' = \dfrac{2}{7} \\ k = \dfrac{6}{7} \end{cases}$, nên $M\left(\dfrac{3}{7}; -\dfrac{25}{7}; \dfrac{18}{7}\right)$,

$N\left(\dfrac{3}{7}; -\dfrac{19}{7}; \dfrac{18}{7}\right)$ và $\overrightarrow{MN} = \left(0; \dfrac{6}{7}; 0\right)$

* Vậy đường thẳng cần tìm qua điểm $M\left(\frac{3}{7};-\frac{25}{7};\frac{18}{7}\right)$ và có VTCP là $\vec{u}=(0;1;0)$ nên phương trình là $\begin{cases} x=\frac{3}{7} \\ y=-\frac{25}{7}+t \\ z=\frac{18}{7} \end{cases}$.

Câu 30: Tìm m để hàm số sau đồng biến trên $(-3;+\infty)$: $y=x^2+6x+2\ln(x+3)-mx-\sqrt{3}$.

A. $m\le 0$. **B.** $m\le 4$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m\ge -4$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $(-3;+\infty)$.

Ta có: $y'=2x+6+\frac{2}{x+3}-m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-3;+\infty)$ khi

$y'\ge 0,\forall x\in(-3;+\infty)\Leftrightarrow 2x+6+\frac{2}{x+3}-m\ge 0,\forall x\in(-3;+\infty)$

$\Leftrightarrow m\le 2x+6+\frac{2}{x+3},\ \forall x\in(-3;+\infty)\Leftrightarrow m\le \min\limits_{(-3;+\infty)} f(x)$ với $f(x)=2x+6+\frac{2}{x+3}$.

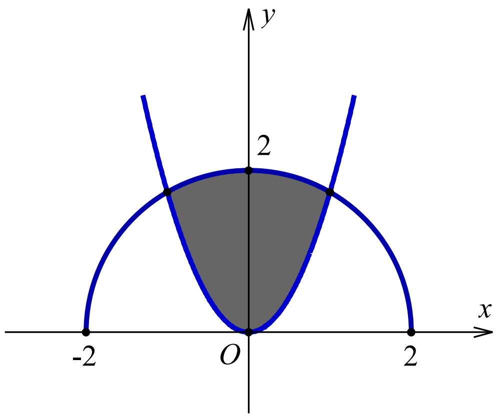
Ta có: $f(x)=2x+6+\frac{2}{x+3}=2\left(x+3+\frac{1}{x+3}\right)\ge 4$. Đẳng thức xảy ra khi $x=-2$.

Do đó $\min\limits_{(-3;+\infty)} f(x)=4$.

Vậy $m\le 4$.

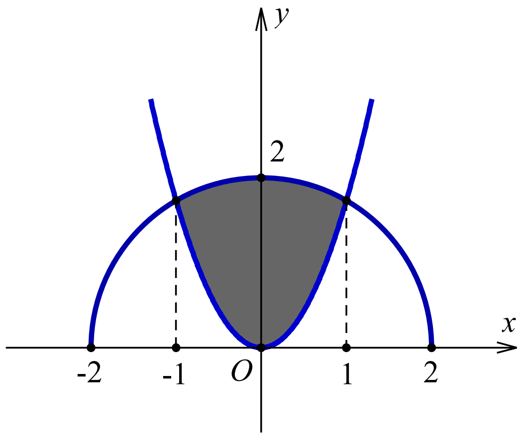
Câu 31: **[2D3-3-PT1]** Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{3}x^2$, và nửa đường tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ (với $-2\le x\le 2$) (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

A. $\frac{2\pi+\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{4\pi+5\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2\pi+5\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4\pi+\sqrt{3}}{3}$.



Lời giải

Chọn A.



Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y=\sqrt{3}x^2$ và nửa đường tròn $y=\sqrt{4-x^2}$ (với $-2\le x\le 2$) là:

$$\sqrt{4-x^2}=\sqrt{3}x^2 \Leftrightarrow 4-x^2=3x^4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=-\dfrac{4}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right..$$

Diện tích của (H) là:

$$S=\int_{-1}^{1}\left(\sqrt{4-x^2}-\sqrt{3}x^2\right)\mathrm{d}x=I-\frac{\sqrt{3}}{3}x^3\Big|_{-1}^{1}=I-\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ với } I=\int_{-1}^{1}\sqrt{4-x^2}\,\mathrm{d}x.$$

Đặt: $x=2\sin t$, $t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \mathrm{d}x=2\cos t.\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=-1\Rightarrow t=-\dfrac{\pi}{6}$, $x=1\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}$.

$$I=\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{4-4\sin^2 t}.2\cos t.\mathrm{d}t=\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}4\cos^2 t.\mathrm{d}t=\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}2\left(1+\cos 2t\right).\mathrm{d}t=\left(2t+\sin 2t\right)\Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}=\frac{2\pi}{3}+\sqrt{3}.$$

Vậy $S=I-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}=\dfrac{2\pi}{3}+\sqrt{3}-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}=\dfrac{2\pi+\sqrt{3}}{3}$.

Câu 32: **[2D3-3-PT1]** Biết $\displaystyle\int_1^3\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}=a\sqrt{3}+b\sqrt{2}+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=\dfrac{16}{3}$. **B.** $P=\dfrac{13}{2}$. **C.** $P=\dfrac{2}{3}$. **D.** $P=5$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\displaystyle\int_1^3\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}=\int_1^3\frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}{x+1-x}\mathrm{d}x=\int_1^3\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x=\int_1^3\left(\left(x+1\right)^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}}\right)\mathrm{d}x$

$$=\frac{2}{3}\left(x+1\right)\sqrt{x+1}+\frac{2}{3}x\sqrt{x}\Big|_1^3=2\sqrt{3}-\frac{4}{3}\sqrt{3}+\frac{14}{3}.$$

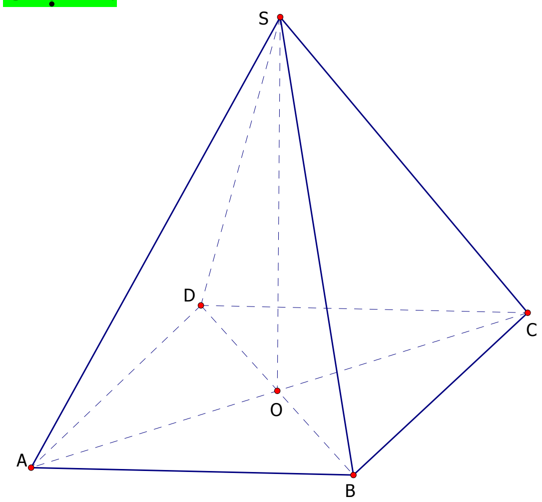
Do đó $a=2$, $b=-\dfrac{4}{3}$, $c=\dfrac{14}{3}$ nên $P=a+b+c=\dfrac{16}{3}$.

Câu 33: **[2H2-3-PT1]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên SA và mặt phẳng đáy bằng 30°. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp $S.ABCD$.

A. $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{6}}{6}$. **B.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{6}$. **C.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{6}}{12}$. **D.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{12}$.

Lờigiải

Chọn A.



Gọi O là giaođiểmcủa AC và BD.Khiđó $SO \perp (ABCD)$, $AC = a\sqrt{2}$.

Gócgiữa SA và mặtphẳngđáybằng $30° \Rightarrow \widehat{SAO} = 30°$.

$SO = AO.\tan 30° = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Vậychiềucaocủahìnhtrụ là $h = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Bánkínhcủađườngtrònnộitiếphìnhvuông $ABCD$ cạnh a là $r = \dfrac{a}{2}$.

Diệntíchxungquanhcủahìnhtrụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi\dfrac{a}{2}\dfrac{a\sqrt{6}}{6} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{6}}{6}$.

Câu 34: [2D2-3-PT1]Tìm m để phương trình $4^{|x|} - 2^{|x|+1} + 3 = m$ có đúng 2 nghiệm?

A. $m \geq 2$. **B.** $m \geq -2$. **C.** $m > -2$. **D.** $m > 2$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t = 2^{|x|}$ $(t \geq 1)$. Khi đó phương trình $(*)$ trở thành $t^2 - 2t = m - 3$

Đặt $f(t) = t^2 - 2t \Rightarrow f'(t) = 2t - 2$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Ta có bảng biến thiên

t	1 $\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(t)$	$+$
$f(t)$	-1 $\nearrow$ $+\infty$

Phương trình đã cho có đúng hai nghiệm khi và chỉ khi đường thẳng $y = m - 3$ cắt đồ thị hàm số $f(t)$ tại một điểm có hoành độ lớn hơn $1 \Leftrightarrow m - 3 > -1 \Leftrightarrow m > 2$

Vậy các giá trị cần tìm của m là $m > 2$

Câu 35: [2D1-3-PT1]Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|\sin x - \cos x| + 4\sin 2x = m$ có nghiệm thực ?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\sin 2x = 1-(1-\sin 2x) = 1-(\sin^2 x+\cos^2 x-2\sin x\cos x) = 1-(\sin x-\cos x)^2$

Khi đó, phương trình $|\sin x-\cos x|+4\sin 2x = m \Leftrightarrow |\sin x-\cos x|+4(\sin x-\cos x)^2 = m$

Đặt $t=|\sin x-\cos x|$; $t\in\left[0;\sqrt{2}\right]$

Phương trình trở thành: $t+4(1-t^2)=m \Leftrightarrow -4t^2+t+4=m$.

Xét hàm số $f(t)=-4t^2+t+4,\ t\in\left[0;\sqrt{2}\right]$, ta có $f'(t)=-8t+1$, $f'(t)=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{8}$.

Suy ra $\max\limits_{\left[0;\sqrt{2}\right]} f(t)=\dfrac{65}{16}$, $\min\limits_{\left[0;\sqrt{2}\right]} f(t)=\sqrt{2}-4$.

Do đó phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\sqrt{2}-4\le m\le\dfrac{65}{16}$, mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0;1;2;3;4\}$.

Câu 36: **[2D1-3-PT1]** Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^2+2x+m-4\right|$ trên đoạn $[-2;1]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của m là:

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[-2;1]$.

Ta có: $y=\left|x^2+2x+m-4\right|=\left|(x+1)^2+m-5\right|$ $(*)$

Đặt $t=(x+1)^2$, $x\in[-2;1]\Rightarrow t\in[0;4]$.

Lúc đó hàm số trở thành: $f(t)=|t+m-5|$ với $t\in[0;4]$.

Nên $\max\limits_{x\in[-2;1]} y = \max\limits_{t\in[0;4]} f(t)$

$= \max\limits_{t\in[0;4]}\{f(0);f(4)\}$

$= \max\limits_{t\in[0;4]}\{|m-5|;|m-1|\}$.

$\ge \dfrac{|m-1|+|m-5|}{2}$

$\ge \dfrac{|m-1+5-m|}{2}=2$.

Đẳng thức xảy ra khi $|m-1|=|m-5|=2 \Leftrightarrow m=3$.

Do đó giá trị nhỏ nhất của $\max\limits_{t\in[0;4]} f(t)$ là 2 khi $m=3$.

Câu 37: **[2D3-3-PT1]**Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{3x-1}{x+2}$, $f(0)=1$ và $f(-4)=2$. Giá trị của biểu thức $f(2)+f(-3)$ bằng:

A. 12. **B.** $10+\ln 2$. **C.** $3-20\ln 2$. **D.** $\ln 2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $f(x)=\int\frac{3x-1}{x+2}\mathrm{d}x=\int\frac{3(x+2)-7}{x+2}\mathrm{d}x=\int\left(3-\frac{7}{x+2}\right)\mathrm{d}x$

$=3x-7\ln|x+2|+C=\begin{cases}3x-7\ln(x+2)+C,\ x>-2\\3x-7\ln(-x-2)+C,\ x<-2\end{cases}$.

Xét trên $(-2;+\infty)$, ta có $f(0)=1\Leftrightarrow 3.0-7\ln 2+C=1\Leftrightarrow C=1+7\ln 2$

$\Rightarrow f(2)=3.2-7\ln 4+(1+7\ln 2)=7-7\ln 2$.

Xét trên $(-\infty;-2)$, ta có $f(-4)=2\Leftrightarrow 3.(-4)-7\ln 2+C=2\Leftrightarrow C=14+7\ln 2$

$\Rightarrow f(-3)=3.(-3)-7\ln 1+(14+7\ln 2)=5+7\ln 2$.

Do đó $f(2)+f(-3)=12$.

Câu 38: [2D4-3-PT1] Cho số phức $z=a+bi$ $(a,\ b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+1+2i-(1+i)|z|=0$ và $|z|>1$. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b$.

A. $P=3$. **B.** $P=7$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=-5$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $z+1+2i-(1+i)|z|=0\Leftrightarrow(a+bi)+1+2i=(1+i)\sqrt{a^2+b^2}$

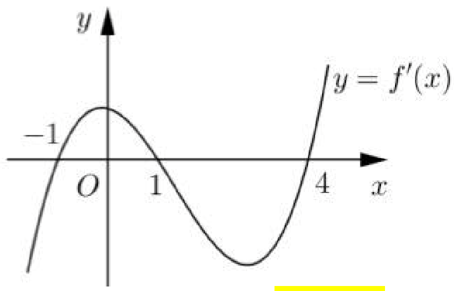
$\Leftrightarrow(a+1)+(b+2)i=\sqrt{a^2+b^2}+i\sqrt{a^2+b^2}\Leftrightarrow\begin{cases}a+1=\sqrt{a^2+b^2}\\b+2=\sqrt{a^2+b^2}\end{cases}$

$\Rightarrow a+1=b+2\Leftrightarrow a=b+1\Rightarrow b+2=\sqrt{(b+1)^2+b^2}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}b+2\ge 0\\(b+2)^2=2b^2+2b+1\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=-1\Rightarrow a=0\\b=3\Rightarrow a=4\end{array}\right.$.

Lại có $|z|>1\Leftrightarrow\sqrt{a^2+b^2}>1$ nên $a=4$, $b=3$ thỏa mãn $\Rightarrow P=7$.

Câu 39: [2D1-3-PT1] Cho hàm số $y=f(x)$.Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f\left(x^2\right)$ đồng biến trên khoảng:



A. $(1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\left(f\left(x^2\right)\right)'=\left(x^2\right)'.f'\left(x^2\right)=2xf'\left(x^2\right)$

Ta có: $\left(f\left(x^2\right)\right)'>0\Leftrightarrow 2xf'\left(x^2\right)>0$.

TH1: $\begin{cases}x>0\\f'\left(x^2\right)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\-1<x^2<1\vee x^2>4\end{cases}\Leftrightarrow 0<x<1\vee x>2$.

TH2: $\begin{cases} x<0 \\ f'\left(x^2\right)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ x^2<-1 \vee 1<x^2<4 \end{cases} \Leftrightarrow -2<x<-1$.

Câu 40: **[2D1-3-PT1]** Cho hàm số $y=x^3-12x+12$ có đồ thị (C) và điểm $A(m;-4)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m nguyên thuộc khoảng $(2;5)$ để từ A kẻ được ba tiếp tuyến với đồ thị (C). Tổng tất cả các phần tử nguyên của S bằng

A. 7. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng đi qua $A(m;-4)$ với hệ số góc k có phương trình $y=k(x-m)-4$ tiếp xúc với đồ thị (C) khi và chỉ khi hệ phương trình $\begin{cases} x^3-12x+12=k(x-m)-4 & (1) \\ 3x^2-12=k & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

Thế (2) vào (1) ta được: $x^3-12x+12=\left(3x^2-12\right)(x-m)-4$.

$\Leftrightarrow x^3-12x+12=3x^3-3mx^2-12x+12m-4$.

$\Leftrightarrow 2x^3-3mx^2+12m-16=0$.

$\Leftrightarrow (x-2)\left[2x^2-(3m-4)x-(6m-8)\right]=0$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ 2x^2-(3m-4)x-(6m-8)=0\,(*) \end{array}\right.$.

Để từ A kẻ được ba tiếp tuyến tới đồ thị (C) thì $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 2.

$\Rightarrow \begin{cases} \Delta=(3m-4)(3m+12)>0 \\ 8-6m+8-6m+8\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-4 \\ m>\dfrac{4}{3} \end{array}\right. \\ m\neq 2 \end{cases}$ hay $m\in(-\infty;-4)\cup\left(\dfrac{4}{3};2\right)\cup(2;+\infty)$.

Do đó $S=\{3;4\}$.

Tổng tất cả các giá trị nguyên của S là $3+4=7$.

Câu 41: **[2H3-4-PT1]** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi $(P):\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ (với $a>0$, $b>0$, $c>0$) là mặt phẳng đi qua điểm $H(1;1;2)$ và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho khối tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Tính $S=a+2b+c$.

A. $S=15$. **B.** $S=5$. **C.** $S=10$. **D.** $S=4$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ và $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}abc$.

Vì $H\in(P)$ nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{2}{c}=1$ (1)

Áp dụng BĐT Cô-si cho 3 số dương $\dfrac{1}{a}$, $\dfrac{1}{b}$ và $\dfrac{2}{c}$ ta có:

$\left(\dfrac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{c}}{3}\right)^3\geq\dfrac{1}{a}\cdot\dfrac{1}{b}\cdot\dfrac{2}{c}$ (2) (dấu “=” xảy ra khi $\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{b}=\dfrac{2}{c}$ và $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{2}{c}=1$)

Từ (1) và (2), suy ra $abc\geq\dfrac{2}{27}$, hay $V\geq\dfrac{4}{9}$; $V=\dfrac{4}{9}\Leftrightarrow\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{b}=\dfrac{2}{c}=\dfrac{1}{3}$, suy ra $a=b=3, c=6$.

Vậy $S = a + 2b + c = 15$.

Câu 42: **[1D3-3-PT1]** Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $\log u_5 - 2\log u_2 = 2\left(1 + \sqrt{\log u_5 - 2\log u_2 + 1}\right)$ và $u_n = 3u_{n-1}$, $\forall n \ge 1$. Giá trị lớn nhất của n để $u_n < 7^{100}$ bằng

A. 192. **B.** 191. **C.** 176. **D.** 177.

Lời giải

Chọn A.

Ta có:

$\log u_5 - 2\log u_2 = 2\left(1 + \sqrt{\log u_5 - 2\log u_2 + 1}\right)$

$\Leftrightarrow \log u_5 - 2\log u_2 + 1 - 2\sqrt{\log u_5 - 2\log u_2 + 1} - 3 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{\log u_5 - 2\log u_2 + 1} = -1 \,(\text{loai}) \\ \sqrt{\log u_5 - 2\log u_2 + 1} = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \sqrt{\log u_5 - 2\log u_2 + 1} = 3$

Ta lại có: $u_n = 3u_{n-1}$ nên (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 3$.

Do đó: $\begin{cases} u_5 = u_1.3^4 \\ u_2 = 3u_1 \end{cases} \Rightarrow \log\left(u_1.3^4\right) - 2\log(3u_1) = 8$.

$\Leftrightarrow \log u_1 + \log 81 - 2\log u_1 - 2\log 3 = 8$

$\Leftrightarrow \log u_1 = \log 9 - 8 \Rightarrow u_1 = 10^{\log 9 - 8}$

Ta có: $u_n = u_1.3^{n-1} = 10^{\log 9 - 8}.3^{n-1}$

Khi đó: $u_n < 7^{100} \Leftrightarrow 10^{\log 9 - 8}.3^{n-1} < 7^{100}$

$\Leftrightarrow 3^{n-1} < \dfrac{7^{100}}{10^{\log 9 - 8}} \Leftrightarrow n < \log_3 \dfrac{7^{100}}{10^{\log 9 - 8}} + 1 \approx 192.8916011$

Vậy giá trị lớn nhất của n để $u_n < 7^{100}$ là $n = 192$.

Câu 43: **[2D1-3-PT1]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-5;5]$ để hàm số $y = \left|x^4 + x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + m\right|$ có 5 điểm cực trị ?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C.

Xét hàm số $y = x^4 + x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + m$.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x^3 + 3x^2 - x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \\ x = \dfrac{1}{4} \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘		↗	m	↘		↗	$+\infty$

	$m-2$ $\qquad\qquad$ $m-\dfrac{27}{256}$

Từ bảng biến thiên, để hàm số đã cho có 5 cực trị thì đồ thị cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<0 \\ m-2<0<m-\dfrac{27}{256} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<0 \\ \dfrac{27}{256}<m<2 \end{array}\right.$.

Vì m nguyên và $m\in[-5;5] \Rightarrow m\in\{-5;-4;-3;-2;-1;1\}$.

Vậy có 6 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44: **[2H3-3-PT1]** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;6)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là.

A. $\begin{cases} x=-\dfrac{45}{29}+3t \\ y=\dfrac{157}{174}+4t \\ z=\dfrac{325}{174}+2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

B. $\begin{cases} x=\dfrac{45}{29}+3t \\ y=-\dfrac{157}{174}+4t \\ z=\dfrac{325}{174}+2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases} x=\dfrac{45}{29}+3t \\ y=\dfrac{157}{174}+4t \\ z=\dfrac{325}{174}+2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

D. $\begin{cases} x=\dfrac{45}{29}+3t \\ y=\dfrac{157}{174}+4t \\ z=-\dfrac{325}{174}+2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $K(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Ta có: $\begin{cases} K\in(ABC) \\ KA=KB \\ KA=KC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K\in(ABC) \\ KA^2=KB^2 \\ KA^2=KC^2 \end{cases} (1)$.

(ABC) : $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{6}=1 \Leftrightarrow 3x+4y+2z-12=0$.

$(1)\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+4b+2c-12=0 \\ (4-a)^2+b^2+c^2=a^2+(3-b)^2+c^2 \\ (4-a)^2+b^2+c^2=a^2+b^2+(6-c)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+4b+2c-12=0 \\ 8a-6b=7 \\ 4a-6c=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{45}{29} \\ b=\dfrac{157}{174} \\ c=\dfrac{325}{174} \end{cases}$.

$\Rightarrow K\left(\dfrac{45}{29};\dfrac{157}{174};\dfrac{325}{174}\right)$

(ABC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(18;24;12)$ hay $\overrightarrow{n_1}=(3;4;2)$.

Do đó đường thẳng nhận $\overrightarrow{n_1}=(3;4;2)$ làm vectơ chỉ phương.

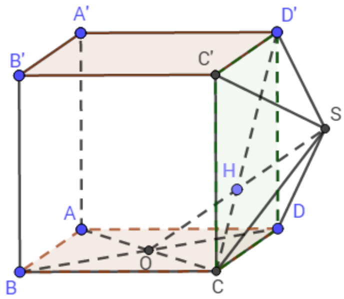
Vậy phương trình đường thẳng là: $\begin{cases} x = \dfrac{45}{29} + 3t \\ y = \dfrac{157}{174} + 4t \; (t \in \mathbb{R}) \\ z = \dfrac{325}{174} + 2t \end{cases}$.

Câu 45: **[2H1-4-PT1]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. S là điểm đối xứng với O qua CD'. Thể tích của khối đa diện $ABCDSA'B'C'D'$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{6}$ **B.** $\dfrac{7}{6}a^3$ **C.** a^3 **D.** $\dfrac{2}{3}a^3$

Lời giải

Chọn B.



Chia khối đa diện $ABCDSA'B'C'D'$ thành 2 phần: khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ và khối chóp $S.CDD'C'$.

+) Tính $V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3$

+) Tính $V_{S.CDC'D'} = \dfrac{1}{3} d\left(S;\left(CDC'D'\right)\right).\mathbf{S}_{CDC'D'}$

Mà : $d\left(S;\left(CDC'D'\right)\right) = d\left(O;\left(CDD'C'\right)\right) = \dfrac{1}{2} d\left(A;\left(CDD'C'\right)\right) = \dfrac{1}{2} AD = \dfrac{a}{2}$

$\Rightarrow V_{S.CDC'D'} = \dfrac{1}{3} d\left(S;\left(CDD'C'\right)\right).\mathbf{S}_{CDD'C'} = \dfrac{1}{3}\dfrac{a}{2}a^2 = \dfrac{a^3}{6}$

Vậy thể tích cần tìm $V_{ABCDSA'B'C'D'} = a^3 + \dfrac{a^3}{6} = \dfrac{7a^3}{6}$

Câu 46: **[2D4-4-PT1]** Xét các số phức $z = a + bi \; (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z + 2 - 3i| = 2\sqrt{2}$. Tính $P = 2a + b$ khi $|z + 1 + 6i| + |z - 7 - 2i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P = 1$. **B.** $P = -3$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = 7$.

Lời giải

Do $|z + 2 - 3i| = 2 \Rightarrow (a+2)^2 + (b-3)^2 = 8$

Suy ra $M \in (C)$ có tâm $I(-2;3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$

Gọi $A(-1;-6)$, $B(7;2)$, $I'(3;-2)$ là trung điểm của AB.

Suy ra $P = MA + MB \le \sqrt{2\left(MA^2 + MB^2\right)}$

Mặt khác ta có $MA^2 + MB^2 = 2MI'^2 + \dfrac{AB^2}{2}$

Suy ra $P_{Max} \Leftrightarrow MI'_{Max} \Leftrightarrow I'$ là hình chiếu vuông góc của M trên $AB \Leftrightarrow M, I, I'$ thẳng hàng.Vì ta thấy $IA = IB \Rightarrow MA = MB$ nên xảy ra dấu bằng.

Ta có $\overrightarrow{IM} = (a+2; b-3), \overrightarrow{II'} = (5;-5)$ nên $AB \Leftrightarrow M, I, I'$ thẳng hàng

$\Leftrightarrow -5(a+2) = 5(b-3) \Leftrightarrow a = -b + 1$.

Tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}(a+2)^2+(b-3)^2=8\\ a=-b+1\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-4;b=5\\ a=0;b=1\end{array}\right.$$

Mặt khác

$M(-4;5) \Rightarrow P = MA+MB = 2\sqrt{130}$

$M(0;1) \Rightarrow P = MA+MB = 2\sqrt{50}$

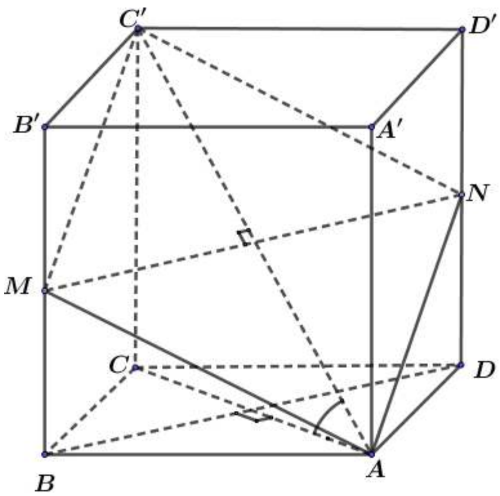
Vậy để P_{Max} thì $M(-4;5)$ Suy ra $2a+b=-3$.

Câu 47: **[1H3-3-PT1]** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $AC' = a\sqrt{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng qua AC' cắt BB', DD' lần lượt tại M, N sao cho tam giác AMN cân tại A có $MN = a$. Tính $\cos\varphi$ với $\varphi = \left(\widehat{(P),(ABCD)}\right)$.

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $AMC'N$ là hình bình hành, mà tam giác AMN cân tại A nên $MN \perp AC'$.

Ta có $(BDD'B')$ cắt ba mặt phẳng $(ABCD)$, $(A'B'C'D')$, $(AMC'N)$ lần lượt theo ba giao tuyến $BD // B'D' // MN$.

Hai mặt phẳng (P) và $(ABCD)$ có điểm chung A và lần lượt chứa hai đường thẳng song song MN, BD nên giao tuyến của chúng là đường thẳng d đi qua A và song song với MN, BD.

Trên hai mặt phẳng (P) và $(ABCD)$ lần lượt có hai đường thẳng AC' và AC cùng vuông góc với d nên góc giữa hai mặt phẳng (P) và $(ABCD)$ chính là góc giữa AC' và AC, bằng góc $\widehat{CAC'}$. Xét tam giác $C'CA$ vuông tại C có:

$$\cos\varphi = \frac{AC}{AC'} = \frac{BD}{AC'} = \frac{MN}{AC'} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Cách 2:

Theo chứng minh ở trên thì $MN // BD$ và $MN = BD = a$.

Đa giác $AMC'N$ nằm trên mặt phẳng (P) có hình chiếu trên mặt $(ABCD)$ là hình vuông $ABCD$ nên:

$$\cos\varphi = \frac{S_{ABCD}}{S_{AMC'N}} = \frac{AB^2}{\frac{1}{2}AC'.MN} = \frac{\left(\frac{BD}{\sqrt{2}}\right)^2}{\frac{1}{2}AC'.MN} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 48: [2H3-3-PT2]Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;3), B(4;2;3), C(0;-2;3)$. Gọi $(S_1),(S_2),(S_3)$ là các mặt cầu có tâm A, B, C và bán kính lần lượt bằng $3,2,1$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1),(S_2),(S_3)$?

A. 2. **B.** 7. **C.** 0. **D.** 1.

Lờigiải.

ChọnC.

Ta có $\overrightarrow{AC} = (-1;0;0) \Rightarrow AC = 1 < 3$

Suyrađiểm C nằmtrongmặtcầu (S_1)

Nênkhôngcómặtphẳngthỏayêucầuđềbài.

Câu 49: [1D2-4-PT1] Có 6 bi gồm 2 bi đỏ, 2 bi vàng, 2 bi xanh (các bi này đôi một khác nhau). Xếp ngẫu nhiên các viên bi thành hàng ngang, tính xác suất để hai viên bi vàng không xếp cạnh nhau?

A. $P = \frac{2}{3}$. B. $P = \frac{1}{3}$. C. $P = \frac{5}{6}$. D. $P = \frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Xếp ngẫu nhiên các viên bi thành hàng ngang suy ra số phần tử của không gian mẫu là $P_6 = 6! = 720$.

Xếp 4 viên bi gồm 2 viên bi đỏ, 2 viên bi trắng thành hàng ngang có $4!$ cách xếp.

Với mỗi cách xếp 4 viên bi nói trên: cứ giữa mỗi hai viên bi có một khoảng trống, tính cả khoảng trống hai đầu hàng ta có được 5 khoảng trống. Chọn 2 trong số 5 khoảng trống để xếp 2 viên bi vàng có A_5^2 cách chọn.

Vậy có $4!.A_5^2 = 480$ cách.

Xác suất là $\frac{480}{720} = \frac{2}{3}$.

Câu 50: [2D2-4-PT1] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn $f(0)=0, \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f'(x)\right]^2 dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x f(x)dx = \frac{\pi}{4}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D .

Bằng công thức tích phân từng phần ta có

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x f(x)dx = \left[-\cos x f(x)\right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x f'(x)dx$. Suy ra $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x f'(x)dx = \frac{\pi}{4}$.

Hơn nữa ta tính được $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2x}{2}dx = \left[\frac{2x+\sin 2x}{4}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$.

Do đó

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f'(x)\right]^2 dx - 2.\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x f'(x)dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f'(x)-\cos x\right]^2 dx = 0.$$

Suy ra $f'(x)=\cos x$, do đó $f(x)=\sin x+C$. Vì $f(1)=0$ nên $C=0$.

Ta được $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin xdx=1$.

----------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

HƯỚNG DẪN GIẢI