ĐỀ THI THỬ THPT ĐÔNG ĐẬU NĂM 2017-2018

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{-x-1}$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai?**

A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-2$.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=-2$ nên đường tiệm cận ngang của ĐTHS là đường thẳng $y=-2$.

Câu 2: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số các điểm chung khác nữa.

B. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

C. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song với nhau thì cắt mặt phẳng còn lại.

D. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Lời giải

Chọn D

Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng có thể song song, cắt nhau hoặc chéo nhau.

Câu 3: Tính $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt[3]{x+7}-\sqrt{x^2+x+2}}{x-1}$.

A. $\dfrac{1}{12}$ **B.** $+\infty$ **C.** $-\dfrac{3}{2}$ **D.** $-\dfrac{2}{3}$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt[3]{x+7}-\sqrt{x^2+x+2}}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{\sqrt[3]{x+7}-2}{x-1}+\dfrac{2-\sqrt{x^2+x+2}}{x-1}\right)$

$$=\lim_{x\to1}\left[\frac{x-1}{x-1}.\frac{1}{\sqrt[3]{(x+7)^2}+2\sqrt[3]{x+7}+4}+\frac{2-x^2-x}{(x-1)\left(2+\sqrt{x^2+x+2}\right)}\right]$$

$$=\lim_{x\to1}\left[\frac{1}{\sqrt[3]{(x+7)^2}+2\sqrt[3]{x+7}+4}-\frac{x+2}{2+\sqrt{x^2+x+2}}\right]=-\frac{2}{3}.$$

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên R và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	|	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

B. Hàm số có đúng một cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào BBT ta có khẳng định đúng là C

Câu 5: Một khối đa diện lồi với các mặt là tam giác thì

A. $3M = 2C$. **B.** $3M > 2C$. **C.** $3M < 2C$. **D.** Đáp số khác.

Lời giải

Chọn A

Đa diện lồi có công thức : $pM = qD = 2C$. Đa diện lồi có các mặt là tam giác thì $3M = 2C$.

Câu 6: Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \cos x$. **B.** $y = \cot x$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = \sin x$

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

$\forall x \in \mathbb{R}$, ta có: $\begin{cases} -x \in \mathbb{R} \\ f(-x) = \cos(-x) = \cos x = f(x) \end{cases}$. Nên hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 7: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

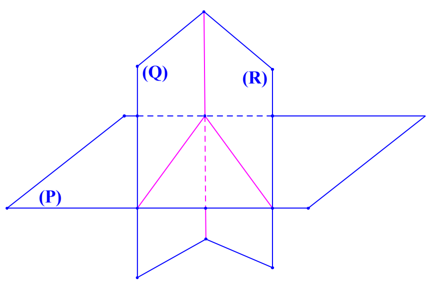
B. Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đó) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $(Q)\perp(P),(R)\perp(P)$ nhưng (Q) vẫn có thể giao với (R) theo một giao tuyến Δ.

Câu 8: Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai?**

A. Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.

B. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng là khoảng cách từ điểm đó đến hình chiếu của nó trong mặt phẳng đó.

C. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu vuông góc của nó trên mặt đó.

D. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là khoảng cách giữa hai điểm bất kì của hai đường thẳng.

Lời giải

Chọn D

Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó, tức là khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm bất kì nằm trên hai đường thẳng đó.

Câu 9: Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ của hàm số $y=-x^4-8x^2+7$

A. $y_{CĐ}=-7$ **B.** $y_{CĐ}=-41$ **C.** $y_{CĐ}=7$ **D.** $y_{CĐ}=41$

Lời giải

Chọn A

$y'=-4x^3-16x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow x=0$. Lại có: $y''=-4x^2-16 \Rightarrow y''(0)=-16<0$. Suy ra hàm số đạt dực đại tại $x=0 \Rightarrow y_{CĐ}=7$.

Câu 10: Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}=(1;2)$ biến điểm $A(2;5)$ thành điểm nào sau đây?

A. $A'(3;-7)$. **B.** $A'(3;7)$. **C.** $A'(-3;5)$. **D.** $A'(-3;-7)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $A'=T_{\vec{u}}(A)\Leftrightarrow\begin{cases}x_{A'}=x_A+x_{\vec{u}}=3\\ y_{A'}=y_A+y_{\vec{u}}=7\end{cases}$.

Câu 11: Tổng diện tích các mặt của khối lập phương là $54\ \text{cm}^2$. Tính thể tích khối lập phương đó.

A. 27cm^3 **B.** 9cm^3 **C.** 81cm^3 **D.** 18cm^3

Lời giải

Chọn A

Gọi cạnh hình lập phương là a, khi đó diện tích một mặt là a^2. Vậy diên tích 6 mặt của hình lập phương là $6a^2=54\ \text{cm}^2$, suy ra $a=3\,\text{cm}$. Vậy thể tích khối lập phương là $V=27\text{cm}^3$.

Câu 12: Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu với mọi số tự nhiên $n\geq 1$.

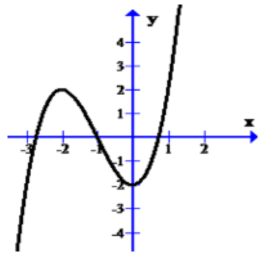
A. $u_{n+1}<u_n$. **B.** $u_{n+1}>u_n$. **C.** $u_{n+1}=u_n$. **D.** $u_{n+1}\geq u_n$.

Lời giải

Chọn B

Theo SGK Đại số và giải tích 11, trang 89.

Câu 13: Đồ thị như hình vẽ là đồ thị hàm số nào?



A. $y = x^3 + 3x^2 - 2$ **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$ **C.** $y = x^3 + x - 2$ **D.** $y = -x^3 - 3x^2 + 2$

Lời giải

Chọn A

Ta có: đồ thị đi qua hai điểm $(-1;0)$ và $(-2;2)$ nên chọn A

Câu 14: Phương trình $\sin 2x - 2\cos x = 0$ có họ nghiệm là

A. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

Pt $\Leftrightarrow 2\cos x(\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = 0\\ \sin x = 1\end{array}\right. \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Chọn khẳng định **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(-1;+\infty)$

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có trên $(-1;1)$ $y' > 0$ nên hàm số đồng biến.

Câu 16: Có $n\,(n > 0)$ phần tử lấy ra $k\,(0 \le k \le n)$ phần tử đem đi sắp xếp theo một thứ tự nào đó, mà khi thay đổi thứ tự ta được cách sắp xếp mới. Khi đó số cách sắp xếp là

A. C_n^k. **B.** A_k^n. **C.** A_n^k. **D.** P_n.

Lời giải

Chọn C

Do mỗi cách lấy $k\,(0 \le k \le n)$ trong n phần thử rồi sắp thứ tự ta được một chỉnh hợp chập k của n phần tử nên tất cả các chỉnh hợp là A_n^k

Câu 17: Tìm tọa độ giao điểm I của đồ thị hàm số $y=4x^3-3x$ và đường thẳng $y=-x+2$.

A. $I(2;2)$. **B.** $I(2;1)$. **C.** $I(1;1)$. **D.** $I(1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình $4x^3-3x=-x+2 \Leftrightarrow 4x^3-2x-2=0$
$\Leftrightarrow 2(x-1)(2x^2+2x+1)=0 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y=1$. Vậy $I(1;1)$.

Câu 18: Hàm số $y=-x^4+4x^2+1$ nghịch biến trên mỗi khoảng nào sau đây?

A. $(-\sqrt{2};0)\cup(\sqrt{2};+\infty)$. **B.** $(-\sqrt{2};\sqrt{2})$.

C. $(\sqrt{2};+\infty)$. **D.** $(-\sqrt{2};0)$ và $(\sqrt{2};+\infty)$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=-x^4+4x^2+1$. TXĐ: $(-\infty;+\infty)$; $y'=-4x^3+8x$ => $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

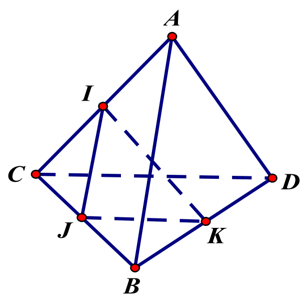
Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I,J,K lần lượt là trung điểm của AC,BC,BD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (IJK) là

A. Đường thẳng qua J song song với AC. **B.** Đường thẳng qua J song song với CD.

C. Đường thẳng qua K song song với AB. **D.** Đường thẳng qua I song song với AD.

Lời giải

Chọn C



Từ tính chất giao chất giao tuyến của hai mặt phẳng ta có giao tuyến là Đường thẳng qua K song song với AB.

Câu 20: Hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-3x+2}{x-1}, & x\neq 1 \\ -1, & x=1 \end{cases}$. Chọn khẳng định **đúng**?

A. Liên tục tại điểm $x=-1$. **B.** Liên tục tại điểm $x=1$.

C. Không liên tục tại điểm $x=1$. **D.** Không liên tục tại điểm $x=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: TXĐ: $D=\mathbb{R}$ và $f(1)=-1$.

$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-2)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x-2)=1-2=-1.$$

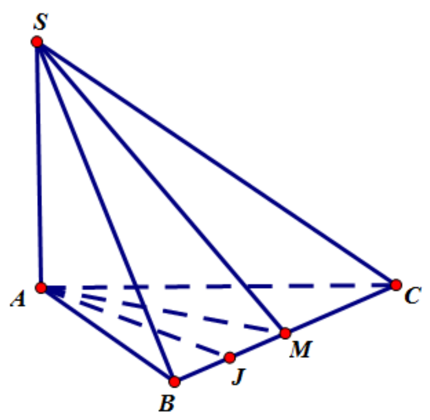
$\Rightarrow \lim_{x\to 1} f(x)=f(1)=-1 \Rightarrow$ hàm số liên tục tại điểm $x=1$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A, biết M là trung điểm của BC, J là trung điểm của BM, SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $BC\perp(SAM)$. **B.** $BC\perp(SAC)$. **C.** $BC\perp(SAB)$. **D.** $BC\perp(SAJ)$.

Lời giải

Chọn A



Từ giả thiết suy ra $BC\perp AM$ (do tam giác ABC cân tại A) và $BC\perp SA$ (do SA $\perp$ đáy). Do đó $BC\perp(SAM)$.

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y=\tan 3x$ là

A. $D=R\setminus\left\{\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}, \mathrm{k}\in \mathrm{R}\right\}$. **B.** $D=R\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi, \mathrm{k}\in \mathrm{R}\right\}$.

C. $D=R\setminus\left\{\pi+k\pi, \mathrm{k}\in \mathrm{R}\right\}$. **D.** $D=R\setminus\left\{k\frac{2\pi}{3}, \mathrm{k}\in \mathrm{R}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\cos 3x\neq 0 \Leftrightarrow 3x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{3}$.

Tập xác định: $D=R\setminus\left\{\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}, \mathrm{k}\in \mathrm{R}\right\}$.

Câu 23: Cho hàm số $y=x^3+3x^2-1$. Biểu thức liên hệ giữa giá trị cực đại $(y_{CĐ})$ và giá trị cực tiểu (y_{CT}) là

A. $y_{CD} = 3y_{CT}$. **B.** $y_{CT} = -3y_{CD}$. **C.** $y_{CD} = -y_{CT}$ **D.** $y_{CD} = -3y_{CT}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Suy ra: $y_{CD} = 3; y_{CT} = -1 \Rightarrow y_{CD} = -3y_{CT}$.

Câu 24: Cho x, y là hai số không âm thỏa mãn $x + y = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - x + 1$ là

A. $\min P = \frac{7}{3}$. **B.** $\min P = 5$. **C.** $\min P = \frac{17}{3}$. **D.** $\min P = \frac{115}{3}$.

Lời giải

Chọn A

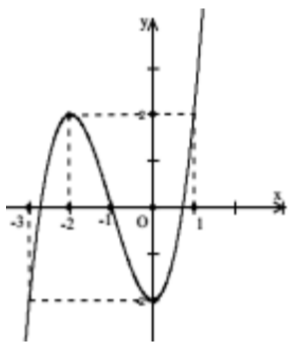
Ta có $x + y = 2 \Rightarrow y = 2 - x$, do $x, y \geq 0 \Rightarrow x, y \in [0;2]$ thay vào P ta được

$$P(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + (2-x)^2 - x + 1 = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + 5, \forall x \in [0;2].$$

$$\Rightarrow P'(x) = x^2 + 4x - 5; P'(x) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -5 \notin [0;2] \\ x = 1 \in [0;2] \end{array}\right.; P(0) = 5; P(1) = \frac{7}{3}; P(2) = \frac{17}{3}.$$

Vậy GTNN của $P = \frac{7}{3}$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y = f(x) - 2x + 2018$ là **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;5)$.

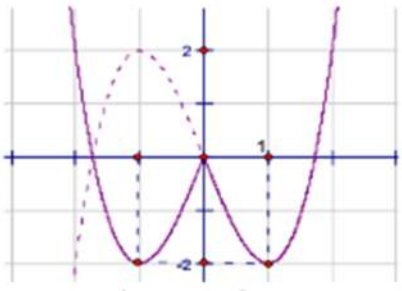
Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = f'(x) - 2$; $y' > 0 \Leftrightarrow f'(x) > 2$. Dựa vào đồ thị ta có $f'(x) > 2 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 26: Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



A. $y = \left|x^3 + 3x\right|$ **B.** $y = \left|x^3\right| - 3\left|x\right|$ **C.** $y = \left|x^3\right| + 3\left|x\right|$ **D.** $y = \left|x^3 - 3x\right|$

Lời Giải

Chọn B

Đồ thị hàm số đối xứng nhau qua trục tung nên là đồ thị hàm chẵn $\Rightarrow$ loại đáp án A, D

Dựa vào đồ thị gốc ta thấy đồ thị hàm số có hai cực trị, đồ thị gốc của đáp án B là $y = 3x^3 - 3x$ có hai cực trị và có đồ thị trùng với đồ thị gốc của hình vẽ, còn đồ thị ở đáp án C là $y = 3x^3 + 3x$ không có cực trị. Vậy chọn đáp án B

Câu 27: Chu vi một đa giác là 158cm, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3\text{cm}$. Biết cạnh lớn nhất là 44cm. Số cạnh của đa giác đó là?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Giả sử đã giác đã cho có n cạnh thì chu vi của đa giác là: $S_n = \dfrac{(u_1 + u_n)n}{2}$ với u_1 là cạnh nhỏ nhất.

Suy ra: $158 = \dfrac{(u_1 + 44)n}{2} \Leftrightarrow 316 = (u_1 + 44)n \Leftrightarrow 2^2.79 = (u_1 + 44)n$.

Do đó $u_1 + 44$ là ước nguyên dương của $316 = 2^2.79$ và đa giác có ít nhất ba cạnh nên $\dfrac{316}{3} > u_1 + 44 > 44$. Suyra: $u_1 + 44 = 79 \Leftrightarrow u_1 = 35$.

Số cạnh của đa giác đã cho là: $\dfrac{44 - 35}{3} + 1 = 4$ (cạnh).

Câu 28: Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\dfrac{2}{x} - 3\sqrt{x}\right)^9$ $(x > 0)$ là

A. -5832. **B.** 489888. **C.** 1728. **D.** -1728.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(\frac{2}{x}-3\sqrt{x}\right)^9=\sum_{k=0}^{9}C_9^k 2^{9-k}(-3)^k x^{\frac{3k}{2}-9}$; Theo đề ta có $\frac{3k}{2}-9=0 \Leftrightarrow k=6$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là 489888.

Câu 29: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y=2x^3-3\left(m+3\right)x^2+18mx-8$ tiếp xúc với trục hoành?

A. $m=6$. **B.** $m=3$. **C.** $m=5$. **D.** $m=7$.

Lời giải

Chọn B

$y'=6x^2-6\left(m+3\right)x+18m$. Để đồ thị hàm số tiếp xúc với trục hoành khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm $\begin{cases}2x^3-3\left(m+3\right)x^2+18mx-8=0\,(1)\\6x^2-6\left(m+3\right)x+18m=0\,(2)\end{cases}$.

Ta có $(2)\Leftrightarrow 6x^2-6mx-18x+18m=0\Leftrightarrow\left(x-m\right)\left(6x-18\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=m\end{array}\right.$.

Với $x=3$ thay vào phương trình (1), ta được $54-27\left(m+3\right)+54m-8=0\Leftrightarrow m=\frac{35}{27}$.

Với $x=m$ thay vào phương trình (1), ta được

$$2m^3-3\left(m+3\right)m^2+18m^2-8=0\Leftrightarrow -m^3+9m^2-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=4+2\sqrt{6}\\m=4-2\sqrt{6}\end{array}\right..$$

Vậy có tất cả 3 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 30: Cho hàm số $y=\frac{2x+2m-1}{x+m}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm $M\left(3;1\right)$.

A. $m=1$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn B

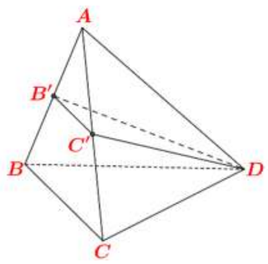
Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho (nếu có) sẽ có dạng $x=-m$. Tiệm cận đứng đi qua điểm $M\left(3;1\right)$ nên suy ra $x=-m=3\Rightarrow m=-3$.

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B' và C' lần lượt là trung điểm của AB và AC. Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

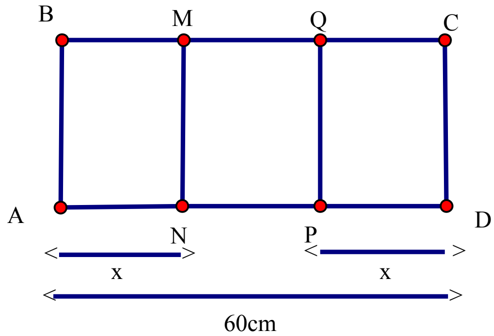
Lời giải

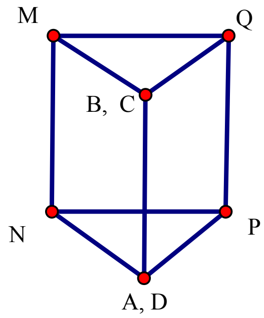
Chọn C



Ta có: $\dfrac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}}=\dfrac{AB'.AC'.AD}{AB.AC.AD}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 32: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD=60\text{cm}$. Ta gập tấm nhôm theo hai cạnh MN và PQ vào phía trong đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ dưới đây để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy.





Tìm x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất?

A. $x=18$ **B.** $x=20$ **C.** $x=22$ **D.** $x=24$

Lời giải:

Chọn B

Thể tích đạt giá trị lớn nhất khi diện tích tam giác ANP đạt giá trị lớn nhất.

$S_{ANP}=\sqrt{30.(30-x)(30-x)(2x-30)}$

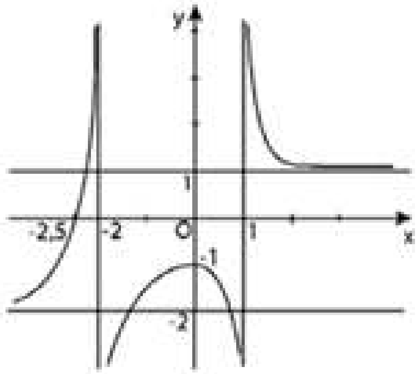
S_{ANP} đạt giá trị lớn nhất khi $(30-x)(30-x)(2x-30)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $(30-x)(30-x)(2x-30)\le\left(\dfrac{30-x+30-x+2x-30}{3}\right)^3=1000$

Suy ra $(30-x)(30-x)(2x-30)$ đạt giá trị lớn nhất khi $30-x=2x-30\Leftrightarrow x=20$

Vậy thể tích khối lăng trụ lớn nhất khi $x=20$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên



Các khẳng định sau:

$(I)\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$; $(II)\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = -\infty$; $(III)\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$; $(IV)\lim\limits_{x\to -2^-} f(x) = +\infty$

Số khẳng định **đúng** là

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Lời giải

Chọn B

(I) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$ đúng; (II) $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = -\infty$ đúng.

(III) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$ sai; (IV) $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x) = +\infty$ đúng.

Câu 34: Tìm tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m$ cắt trục hoành tại **đúng** hai điểm.

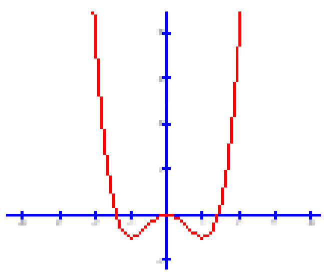
A. $m > 3$. **B.** $m < 0$. **C.** $m \le 0$. **D.** $m = 1 \vee m < 0$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 2x^2 + m = 0$ có đúng 2 nghiệm

Số nghiệm của phương trình trên là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $\begin{cases} y = x^4 - 2x^2 \\ y = -m \end{cases}$



Dừa vào đồ thị ta có: $m = 1 \vee m < 0$

Câu 35: Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 5% một quý theo hình thức lãi kép (sau 3 tháng sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 50 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Tính tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm (Tính từ lần gửi đầu tiên)?

A. $179,676$ triệu đồng. **B.** $177,676$ triệu đồng. **C.** $178,676$ triệu đồng. **D.** $176,676$ triệu đồng.

Lời giải

Chọn D

Số tiền 100 triệu đồng lần đầu tiên, kì hạn 3 tháng, $r = 5\%$. Sau 6 tháng, cả vốn lẫn lãi là:

$T_1 = A_1.(1+r)^n = 100.10^6.(1+5\%)^2$

Sau đó, gửi thêm 50 triệu trong 6 tháng tiếp theo, kì hạn 3 tháng, $r = 5\%$. Tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm:

$T_2 = T_1.(1+5\%)^2 = (100.10^6(1+5\%)^2 + 50.10^6).(1+5\%)^2 = 176675625 \approx 176676000$.

Câu 36: Cho tứ diện *OABC* có *OA, OB, OC* đôi một vuông góc với nhau. Kẻ *OH* vuông góc với mặt phẳng (*ABC*) tại *H*. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2} + \dfrac{1}{OC^2}$.

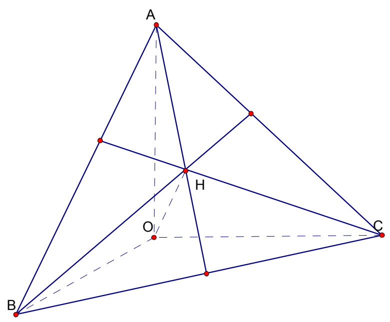
B. H là trực tâm tam giác ABC.

C. $OA \perp BC$.

D. $AH \perp (OBC)$.

Lời giải

Chọn D



Các khẳng định A, B, C là các tính chất của tam diện vuông.

Khẳng định D là sai, do $AO \perp (OBC)$ mà $AH \neq AO$.

Câu 37: Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{m^2x - 4}{x-1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $m = 1, m = 2, m = 3$.

B. $m = 0, m = -1, m = -2$.

C. $m = -1, m = 0, m = 1$.

D. $m = 0, m = 1, m = 2$.

Lời giải

Chọn C

$y' = \dfrac{-m^2 + 4}{(x-1)^2} > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$. Vậy $m = -1, m = 0, m = 1$.

Câu 38: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{m^2x^2 + m - 1}}$ có bốn đường tiệm cận.

A. $m < 1$ và $m \neq 0, m \neq \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$.

B. $m < 0$.

C. $m > 1$.

D. $m < 1$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận, nghĩa là có 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang

Đặt $f(x)=m^2x^2+m-1$. Đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận

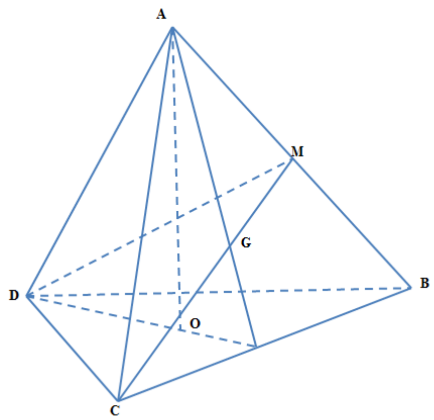
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ f(-1)\neq 0 \\ \Delta_{f(x)}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m^2+m-1\neq 0 \\ 1-m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}, m\neq \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \\ m<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m<1 \\ m\neq \dfrac{\sqrt{5}-1}{2} \end{cases}$$

Câu 39: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a, gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD) được thiết diện có diện tích là

A. $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của AB. Khi đó thiết diện cắt bởi (GCD) là tam giác CDM. Ta có

ΔCDM cân tại M và $MD=MC=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}; CD=a$.

Gọi N là trung điểm CD, tính được $MN=\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{3}a}{2}\right)^2-\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Vậy $S_{\Delta CDM}=\dfrac{\sqrt{2}.a^2}{4}$

Câu 40: Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2+(y-2)^2=4$ phép vị tự tâm O tỉ số, $k=-2$ biến đường tròn (C) thành đường tròn

A. $(x+1)^2+(y-2)^2=16$. **B.** $(x-2)^2+(y-40)^2=4$.

C. $(x+2)^2+(y+4)^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2=4$.

Lời giải

Chọn C

$V_{(O,k=-2)}:(C)\to(C') \Rightarrow R'=4$.

$\begin{cases} x' = kx + (1-k)a = -2 \\ y' = ky + (1-k)b = -4 \end{cases} \Rightarrow I'(-2;-4) \Rightarrow (C'):(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$.

Câu 41: Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 4t^3 - \dfrac{t^4}{2}$ (người). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t. Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ mấy?

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

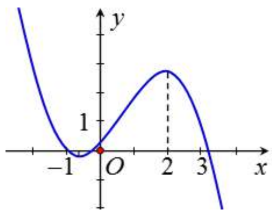
Chọn A

Ta có: $g(t) = f'(t) = 12t^2 - 2t^3$, $g'(t) = 24t - 6t^2$, $g'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 4 \end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên của hàm số $g(t)$, ta thấy $\max\limits_{(0;+\infty)} g(t) = g(4) = 64$.

Vậy tốc độ truyền bệnh lớn nhất vào ngày thứ 4.

Câu 42: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ sau (đồ thị không đi qua gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây **đúng**.



A. $a < 0; b > 0; c > 0; d > 0$. **B.** $a < 0; b > 0; c < 0; d > 0$.

C. $a < 0; b < 0; c < 0; d > 0$. **D.** $a < 0; b < 0; c > 0; d > 0$.

Lời giải

Chọn A

Có $a < 0$ do điểm cuối đồ thị có hướng đi xuống.

$d > 0$ do giao điểm của đồ thị với Oy nằm phía trên Ox.

Đồ thị có 2 cực trị trái dấu nên $3a.c < 0 \Rightarrow c > 0$.

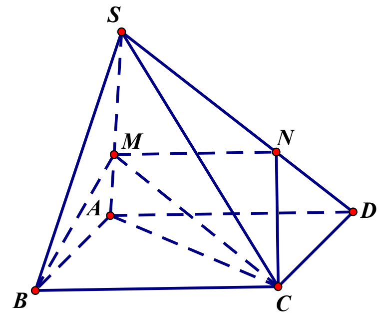
Hoành độ điểm uốn dương nên $-\dfrac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 43: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = b$, SA vuông góc với đáy, $SA = 2a$. Điểm M thuộc đoạn SA, $AM = x$. Giá trị của x để mặt phẳng (MBC) chia khối $S.ABCD$ thành hai khối có thể tích bằng nhau là

A. $x = (2+\sqrt{5})a$. **B.** $x = (3+\sqrt{5})a$. **C.** $x = (2-\sqrt{5})a$. **D.** $x = (3-\sqrt{5})a$.

Lời giải

Chọn D



Gọi N là giao điểm của đường thẳng qua M song song với BC và SD.

Theo đề bài ta có: $V_{S.BCNM}=V_{NMBADC}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}$.

$$\frac{V_{SBCM}}{V_{SBCA}}=\frac{SM}{SA}=\frac{2a-x}{2a};\ \frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ADC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SD}=\left(\frac{2a-x}{2a}\right)^2.$$

$$V_{S.BCMN}=\frac{2a-x}{2a}\left(1+\frac{2a-x}{2a}\right)V_{S.ABC}=\frac{2a-x}{2a}\left(1+\frac{2a-x}{2a}\right)\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}.$$

$$\Rightarrow\frac{2a-x}{2a}\left(1+\frac{2a-x}{2a}\right)=1\Rightarrow\frac{2a-x}{2a}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\Rightarrow 2a-\left(-1+\sqrt{5}\right)a=x\Rightarrow x=\left(3-\sqrt{5}\right)a.$$

Câu 44: Tìm m để đường thẳng $d:y=mx+m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+4$ tại 3 điểm phân biệt $A(-1;0),B,C$ sao cho ΔOBC có diện tích bằng 8.

A. $m=4$. **B.** $m=3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $(x+1)\left(x^2-4x+4-m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\Rightarrow y=0\\ x^2-4x+4-m=0(1)\end{array}\right.$.

Điều kiện d cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt: $m>0,m\neq 9$.

Khi đó $A(-1;0)$ và 2 điểm B,C có hoành độ là nghiệm của (1) theo hệ thức viet:

$\begin{cases}x_B+x_C=4\\ x_Bx_C=4-m\end{cases}$, do $B\in d\Rightarrow B\left(x_B;mx_B+m\right),C\left(x_C;mx_C+m\right)$,

$\Rightarrow BC=\sqrt{\left(1+m^2\right)\left[\left(x_B+x_C\right)^2-4x_Bx_C\right]}=\sqrt{4m+4m^3}$.

Ta có $d\left(O;d\right)=\frac{m}{\sqrt{m^2+1}}$ nên $S_{\Delta OBC}=\frac{1}{2}d\left(O;d\right).BC=m\sqrt{m}=8\Leftrightarrow m=4$ thỏa mãn điều kiện.

Câu 45: Cho 8 quả cân có trọng lượng lần lượt là 1kg, 2kg, 3kg, 4kg, 5kg, 6kg, 7kg, 8kg. Xác suất để lấy ra 3 quả cân có tổng trọng lượng không vượt quá 9kg là

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải:

Chọn C

Không gian mẫu là số các tổ hợp chập 3 của 8 phần tử. $n(\Omega)=C_8^3=56$.

Gọi A là biến cố "Lấy được 3 quả vân có tổng trọng lượng không vượt quá 9kg".

$A=\{(1,2,3),(1,2,4),(1,2,5),(1,2,6),(1,3,4),(1,3,5),(2,3,4)\}\Rightarrow n(A)=7$.

Xác suất xảy ra biến cố A là: $P(A)=\dfrac{7}{56}=\dfrac{1}{8}$.

Câu 46: Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất được uốn thành một hình vuông, đoạn thứ hai được uốn thành một vòng tròn. Hỏi khi tổng diện tích của hình vuông và hình tròn ở trên nhỏ nhất thì chiều dài đoạn dây uốn thành hình vuông bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $33,61\text{cm}$. **B.** $26,43\text{cm}$. **C.** $40,62\text{cm}$. **D.** $30,54\text{cm}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi chiều dài đoạn dây uốn thành hình vuông là $x\,\text{cm}$. Điều kiện: $0\le x\le 60$

Độ dài cạnh hình vuông là $\dfrac{x}{4}$.

Chiều dài đoạn dây uốn thành hình tròn là $(60-x)\text{cm}$.

Bán kính vòng tròn là $2\pi R=(60-x)\Leftrightarrow R=\dfrac{60-x}{2\pi}$.

Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là

$$\left(\frac{x}{4}\right)^2+\pi R^2=\left(\frac{x}{4}\right)^2+\pi\left(\frac{60-x}{2\pi}\right)^2=\frac{x^2}{16}+\frac{(60-x)^2}{4\pi}=\frac{(\pi+4)x^2-480x+14400}{16\pi}=f(x)$$

Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\dfrac{480}{2(\pi+4)}\approx 33,61$.

Câu 47: Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\dfrac{500}{3}\text{m}^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công xây hồ là 500.000 đồng/m^2. Hãy xác định kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuyên nhân công thấp nhất. Chi phí đó là

A. 65 triệu đồng. **B.** 75 triệu đồng. **C.** 85 triệu đồng. **D.** 45 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B

Gọi kích thước chiều rộng của đáy hồ là $x(\text{m})$, $x>0$. Chiều cao của hồ là $h\,(\text{m})$, $h>0$. Khi đó chiều dài của hồ là $2x\,(\text{m})$.

Thể tích của hồ là $V = x.2x.h = \frac{500}{3} \Rightarrow h = \frac{250}{3x^2}$.

Diện tích các mặt của hồ nước là $S = 2x^2 + 2x.h + 2.2x.h = 2x^2 + 2x.\frac{250}{3x^2} + 4x.\frac{250}{3x^2} = 2x^2 + \frac{500}{x}$.

Ta có $S = 2x^2 + \frac{500}{x} = 2x^2 + \frac{250}{x} + \frac{250}{x} \geq 3\sqrt[3]{2x^2.\frac{250}{x}.\frac{250}{x}} = 150$.

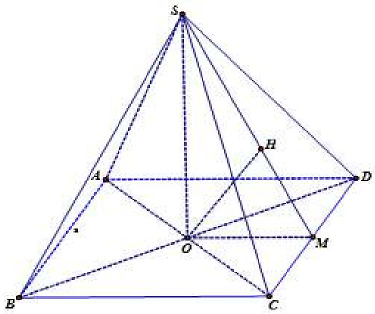
Chi phí xây hồ thấp nhất là $150.500000 = 75000000$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ tâm O có cạnh $AB = a$, đường cao SO vuông góc với mặt đáy và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB là

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Do $AB // CD$ nên $AB // (SCD)$.

Suy ra $d(SC, AB) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD)) = 2h$.

Mặt khác $S.OCD$ có OS, OC, OD đôi một vuông góc và $SO = a, OC = OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

nên $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{2}{a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. Vậy $d(SC, AB) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 49: Với giá trị nào của m để phương trình: $m\sin^2 x - 3\sin x.\cos x - m - 1 = 0$ có **đúng** 3 nghiệm $x \in \left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$.

A. $m > -1$. **B.** $m \geq -1$. **C.** $m < -1$. **D.** $m \leq -1$.

Lời giải

Chọn C

Với $x = \frac{\pi}{2}$ phương trình trở thành:

$$m\sin^2\frac{\pi}{2} - 3\sin\frac{\pi}{2}.\cos\frac{\pi}{2} - m - 1 = 0 \Leftrightarrow m - m - 1 = 0 \Leftrightarrow -1 = 0 \text{ (vô lý)}$$

Do đó $x = \frac{\pi}{2}$ không phải là nghiệm của phương trình

Với $x \neq \frac{\pi}{2}$ Chia 2 vế cho $\cos^2 x$ ta được

$$m\tan^2 x - 3\tan x - m.\left(1+\tan^2 x\right) - 1\left(1+\tan^2 x\right) = 0 \Leftrightarrow \tan^2 x + 3\tan x + m + 1 = 0.$$

Đặt $t = \tan x$ .Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để phương trình $t^2 + 3t + m + 1 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow m+1<0 \Leftrightarrow m<-1$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

A. $\frac{5}{4} < m < 2$. **B.** $\frac{5}{4} \leq m \leq 2$. **C.** $-\frac{5}{4} < m < 2$. **D.** $-2 < m < \frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. $f'(x) = 3x^2 - 2(2m-1)x + (2-m)$

ycbt $\Leftrightarrow f'(x) = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-1)^2 - 3(2-m) > 0 \\ 2m-1 > 0 \\ 2-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - m - 5 > 0 \\ \frac{1}{2} < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4} < m < 2.$$