SỞ GD&ĐT HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT ĐOÀN KẾT

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG

MÔN TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút;

(50 câu trắc nghiệm)

Mã đề: 896

Câu 1: Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{1-2x}$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là

A. 1. **B.** 5. **C.** -1. **D.** -5.

Lời giải

Ta có: $y'=\dfrac{1}{(1-2x)^2}\Rightarrow y'(1)=1$.

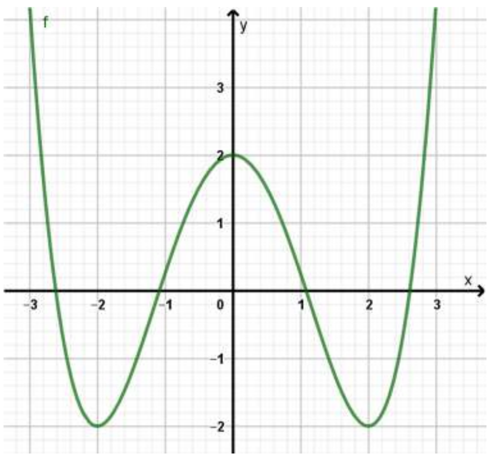
Câu 2: Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ và đường thẳng $y=2x$ là

A. $(2;-4);(2;3)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **C.** $(2;4);\left(-\dfrac{1}{2};1\right)$. **D.** $(2;4);\left(-\dfrac{1}{2};-1\right)$.

Lời giải

Ta có: $\dfrac{x+2}{x-1}=2x\Leftrightarrow 2x^2-3x-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2\Rightarrow y=4\\ x=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow y=-1\end{array}\right.$.

Câu 3: Xác định các hệ số a,b,c để hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên dưới



A. $a=\dfrac{1}{4}, b=-2, c=2$. **B.** $a=4, b=-2, c=2$.

C. $a=4, b=2, c=2$. **D.** $a=\dfrac{1}{4}, b=-2, c>0$.

Lời giải

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng c. Căn cứ vào đồ thị hàm số, ta có $c>0$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;-2)$ nên ta có $16a+4b+c=-2\ (1)$.

Với phương án A, ta có $16a+4b+c=16.\frac{1}{4}+4.(-2)+2=-2$ (thỏa mãn (1)).

Vậy phương án đúng là A.

Câu 4: Tìm các cạnh của hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất trong số các hình chữ nhật có diện tích bằng $48\ \mathrm{m}^2$.

A. $\sqrt{84}\ \mathrm{m}$. **B.** $\sqrt{50}\ \mathrm{m}$. **C.** $\sqrt{48}\ \mathrm{m}$. **D.** $\sqrt{45}\ \mathrm{m}$.

Lời giải

Gọi độ dài các cạnh của hình chữ nhật là $a,\ b\ (\mathrm{m})\ (a,b>0)$.

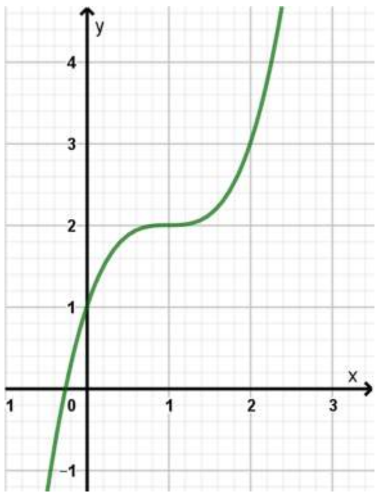
Theo giả thiết, ta có $ab=48 \Rightarrow b=\frac{48}{a}$.

Chu vi của hình chữ nhật được tính bởi $P=2(a+b)=2\left(a+\frac{48}{a}\right)\geq 2.2.\sqrt{a.\frac{48}{a}}=4\sqrt{48}$.

Dấu bằng xảy ra khi $a=\frac{48}{a} \Rightarrow a=\sqrt{48}$.

Vậy trong số những hình chữ nhật có diện tích bằng $48\ \mathrm{m}^2$ thì hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng $4\sqrt{48}\ \mathrm{m}$ và cạnh của hình chữ nhật đó là $\sqrt{48}\ \mathrm{m}$.

Câu 5: Đồ thị sau đây của hàm số nào? Chọn 1 câu đúng



A. $y=x^3-3x^2+3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$.

C. $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3-3x^2-1$.

Lời giải.

Câu B, D có hệ số $a<0$ $\Rightarrow$ không thỏa mãn.

Câu C: phương trình $y'=3x^2-3;\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$ nên không thỏa mãn.

Câu 6: Số tiếp tuyến kẻ từ điểm $A(1;\ 5)$ tới đồ thị hàm số $y=-x^3+6x$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải.

Phương trình tiếp tuyến kẻ từ điểm $A(1;\ 5)$ tới đồ thị hàm số $y=-x^3+6x$ có dạng:

$$5=\left(-3x_0^2+6\right)\left(1-x_0\right)-x_0^3+6x_0 \Leftrightarrow 2x_0^3-3x_0^2+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=-\dfrac{1}{2} \\ x_0=1 \end{array}\right..$$

Câu 7: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ tại điểm có tung độ bằng 2 là:

A. $y=3x+5$. **B.** $y=-x+1$. **C.** $y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5}{3}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{9}x+\dfrac{19}{9}$.

Lời giải

Ta có $y=2 \Leftrightarrow \dfrac{x-1}{2x+1}=2 \Leftrightarrow 4x+2=x-1 \Leftrightarrow x=-1 \Rightarrow M(-1;2)$.

Tính $y'=\dfrac{3}{(2x+1)^2}$; $y'(-1)=3$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(-1;2)$ là: $y=3(x+1)+2=3x+5$.

Câu 8: Hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$ có giá trị lớn nhất M bằng:

A. $M=2$. **B.** $M=\dfrac{10}{3}$. **C.** $M=3$. **D.** $M=\dfrac{8}{3}$.

Lời giải

Ta có $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\in[0;2]$.

Tính $y(0)=2$; $y(2)=\dfrac{8}{3}$.

Giá trị lớn nhất của hàm số $M=\dfrac{8}{3}$.

Câu 9: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. Đồ thị hàm số cắt $y=x+m$ tại 2 giao điểm khi:

A. $\left[\begin{array}{l} m\ge 3 \\ m\le -1 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<-1 \end{array}\right.$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>7 \\ m<1 \end{array}\right.$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{2x-3}{x-1}=x+m \quad \Leftrightarrow \quad x^2+(m-3)x-m+3=0\ ,(x\ne 1)\ \ (1)$$

Để đồ thị $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ cắt $y=x+m$ tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x\ne 1$

$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 2m - 3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 3 \\ m < -1 \end{array}\right.$.

Câu 10: Hàm số $y = \dfrac{2}{3x^2+1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = \dfrac{-12x}{(3x^2+1)^2}$.

Ta có $y' < 0 \Leftrightarrow x > 0$ nên hàm số $y = \dfrac{2}{3x^2+1}$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 11: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2;\ 3]$.

A. $m = \dfrac{51}{2}$. **B.** $m = 13$. **C.** $m = \dfrac{51}{4}$. **D.** $m = \dfrac{49}{4}$.

Lời giải

.

Ta có $y' = 4x^3 - 2x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-2;\ 3] \\ x = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2} \in [-2;\ 3] \end{array}\right.$

$y(0) = 13$; $y\left(\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = \dfrac{51}{4}$; $y(-2) = 25$; $y(3) = 85$.

Vậy $m = \dfrac{51}{4}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;\ 1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;\ 1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;\ -2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;\ -2)$.

Lời giải

.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu đạo hàm ta thấy **C** là đáp án đúng.

Câu 13: Cho khối chóp có đáy là đa giác gồm n cạnh. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Số mặt của khối chóp bằng $2n$.

B. Số đỉnh của khối chóp bằng $2n+1$.

C. Số cạnh của khối chóp bằng $n+1$.

D. Số mặt của khối chóp bằng số đỉnh của nó.

Lời giải

Khối chóp có đáy là đa giác gồm n cạnh nên sẽ có $n+1$ đỉnh, $n+1$ mặt và $2n$ cạnh.

Câu 14: Khối mười hai mặt đều là khối đa diện loại:

A. $\{4;3\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{3;4\}$. **D.** $\{5;3\}$.

Lời giải

Khối mười hai mặt đều là khối đa diện loại $\{5;3\}$.

Câu 15: Hàm số $y=x^4+2x^2-3$ có giá trị cực tiểu $y_{CT}=?$

A. $y_{CT}=-5$. **B.** $y_{CT}=4$. **C.** $y_{CT}=-3$. **D.** $y_{CT}=0$.

Lời giải

$y'=4x^3+4x=4x\left(x^2+1\right)$.

$y'=0 \Leftrightarrow x=0$ và y' đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua $x=0$. Hàm só đạt cực tiểu tại $x=0$, $y_{CT}=y(0)=-3$.

Câu 16: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\dfrac{x-4}{x+1}$.

$\lim\limits_{x\to -1^-} y=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x-4}{x+1}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^+} y=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x-4}{x+1}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

$\lim\limits_{x\to +\infty} y=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x-4}{x+1}=1$, $\lim\limits_{x\to -\infty} y=\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x-4}{x+1}=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận.

Câu 17: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}-1$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$

A. $m=\dfrac{13}{4}$. **B.** $m=5$. **C.** $m=4$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Ta có: $y' = 2x - \dfrac{2}{x^2} = \dfrac{2x^2-2}{x^2}$; Cho $y' = 0 \Rightarrow 2x^3 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in \left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

Khi đó: $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{13}{4}$; $f(1) = 2$ và $f(2) = 4$.

Vậy $m = 2$.

Câu 18: Cho hàm số $y = \dfrac{mx-2m-3}{x-m}$, m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S

A. 3. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 5.

Lời giải

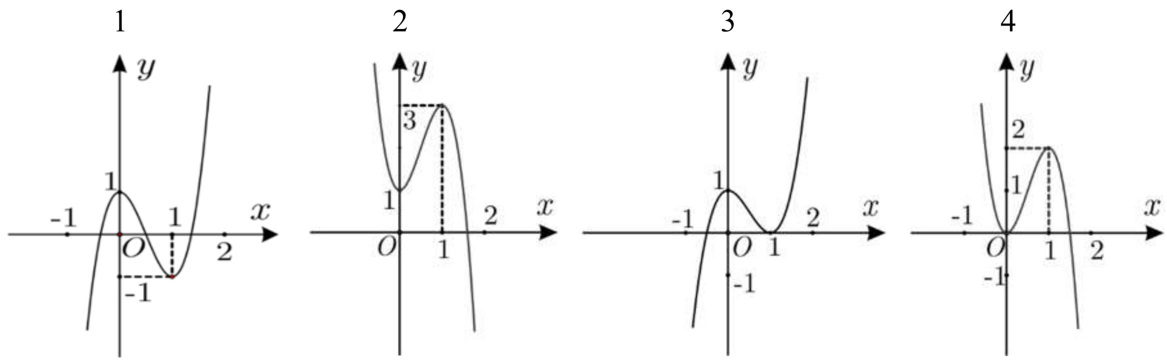
Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

$y' = \dfrac{-m^2+2m+3}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định
$\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow -m^2 + 2m + 3 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 3$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow S = \{0;1;2\}$.

Câu 19: Đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ có dạng:



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

$y = 4x^3 - 6x^2 + 1$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$y' = 12x^2 - 12x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$	1	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

$-\infty$	-1

Từ bảng biến thiên suy ra chọn hình 1

Câu 20: Hàm số $y=-x^3+3x-2$ trên đoạn $[-3;\ 0]$ có giá trị lớn nhất M, giá trị nhỏ nhất m. Tính giá trị của $M+m$.

A. -6. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 16.

Lời giải

$y=-x^3+3x-2$

$y'=-3\text{x}^2+3$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\notin[-3;\ 0] \\ x=-1\in[-3;\ 0] \end{array}\right.$

Ta có: $y(-3)=16; y(-1)=-4; y(0)=-2$

$\Rightarrow M=\max\limits_{[-3;\ 0]} y=16; m=\min\limits_{[-3;\ 0]} y=-4 \Rightarrow M+m=12$

Câu 21: Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào? Chọn một câu

x	$-\infty$		2		$+$
y'		$-$	||	$-$	
y	1 ↘	$-\infty$	||	$+$ ↘	1

A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$.

Lời giải

.

$y=\dfrac{x+1}{x-2}$ có tiệm cận đứng là $x=2$ và tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)=2+\sqrt{2x^2+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}; f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0.$

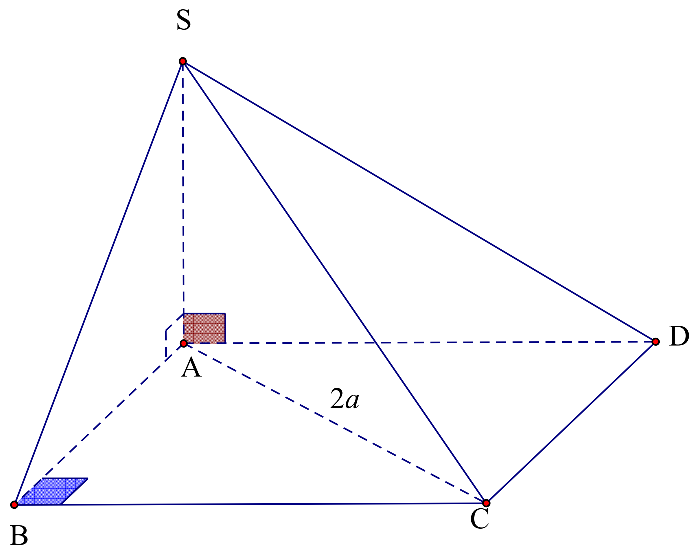
x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với đường chéo $AC=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là.

A. $\dfrac{a}{\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải



Ta có: $BC\perp AB, BC\perp SA \longrightarrow BC\perp(SAB)$, mà $SB\subset(SAB)\longrightarrow BC\perp SB$ tại B (1)

Và $BC\perp CD$ tại C (2). Từ (1) và $(2)\longrightarrow d(SB,CD)=BC=\dfrac{AC}{\sqrt{2}}=a\sqrt{2}$.

Câu 24: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+3x-2$. Tìm các giá trị của a và b để hàm số đạt cực trị tại $x=3$ và $y(3)=-2$.

A. $a=\dfrac{1}{4}, b=2$. **B.** $a=\dfrac{1}{3}, b=-2$. **C.** $a=3, b=-2$. **D.** $a=1, b=-\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+3$.

Để hàm số có cực trị $\longrightarrow \Delta'>0 \leftrightarrow b^2-9a>0 (1)$

Vì $A(3;-2)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số nên: $\begin{cases} y'(3)=0 \\ y(3)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 27a+6b=-3 \\ 27a+9b=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{3} \\ b=-2 \end{cases}$.

Đối chiếu với điều kiện $(1) \longrightarrow a=\dfrac{1}{3}, b=-2$.

Câu 25: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-3}{3x-4}$ có các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là:

A. $x=\dfrac{4}{3}; y=\dfrac{-4}{3}$. **B.** $x=\dfrac{-4}{3}; y=\dfrac{-4}{3}$. **C.** $x=\dfrac{4}{3}; y=\dfrac{4}{3}$. **D.** $x=-\dfrac{4}{3}; y=\dfrac{4}{3}$

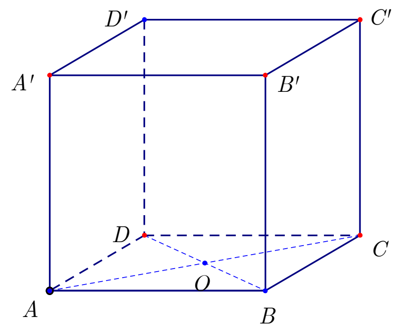
Lời giải

Đồ thị có hai tiệm cận là TCĐ $x=\dfrac{4}{3}$ và TCN $y=\dfrac{4}{3}$.

Câu 26: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, $AC=6a, BD=8a$. Chu vi của một đáy bằng 4 lần chiều cao của khối hộp. Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$?

A. $240a^3$. **B.** $120a^3$. **C.** $40a^3$. **D.** $80a^3$.

Lời giải



Diện tích hình thoi: $S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}AC.BD=24a^2$.

Xét tam giác OAB vuông tại O. $AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=5a$

Chu vi hình thoi $ABCD=20a$.

Suy ra đường cao khối hộp: $5a$.

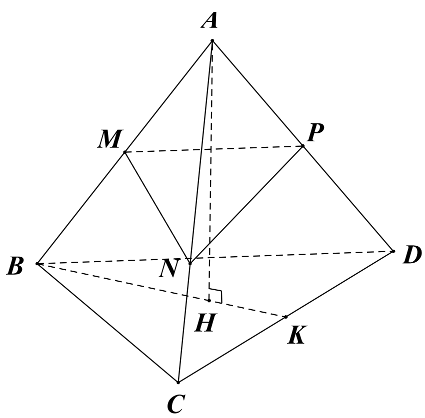
Thể tích khối hộp là: $V=24a^2.5a=120a^3$.

Câu 27: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a, trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $AB=2AM, AN=2NC, AD=2AP$. Thể tích khối tứ diện $AMNP$ là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{72}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{48}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

.



+) Ta có $\frac{V_{AMNP}}{V_{ABCD}} = \frac{AM}{AB}.\frac{AN}{AC}.\frac{AP}{AD} = \frac{1}{2}.\frac{2}{3}.\frac{1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{V_{ABCD}}{6}$.

+) Gọi H là tâm của tam giác $BCD \Rightarrow AH \perp (BCD)$.

$$\left.\begin{array}{l} AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \\ S_{\Delta BCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{array}\right\} \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3}.AH.S_{\Delta BCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Vậy $V_{AMNP} = \frac{V_{ABCD}}{6} = \frac{\frac{a^3\sqrt{2}}{12}}{6} = \frac{a^3\sqrt{2}}{72}$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là 30^0. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

.

+) Gọi H lần lượt là trung điểm của $AD \Rightarrow SH \perp AD$ (vì ΔSAD đều).

Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow HM \perp SH$ (vì (SAD) và $(ABCD)$ vuông góc với nhau).

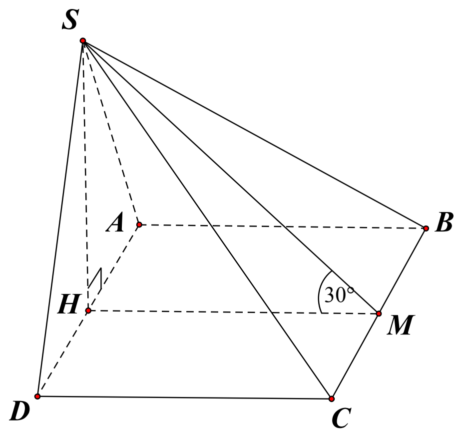
Suy ra $SH \perp (ABCD)$

+) Tam giác SBC cân tại $S \Rightarrow SM \perp BC$, mà $HM \perp BC \Rightarrow$ góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa hai đường thẳng HM, SM chính là góc $\angle SMH$. Theo bài ra có $\angle SMH = 30^0$.

+) Vì SAD là tam giác đều cạnh $2a$ nên ta có $SH = a\sqrt{3} \Rightarrow HM = \frac{a\sqrt{3}}{\tan 30^0} = a$.

$S_{ABCD} = AB.AD = 2a^2$. Vậy thể tích của của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3}.SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.2a^2 = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Câu 29: Số giao điểm n của hai đồ thị $y = x^4 - x^2 + 3$ và $y = 3x^2 - 1$ là:

A. $n=2$.　　　　**B.** $n=4$　　　　**C.** $n=3$.　　　　**D.** $n=0$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4-x^2+3=3x^2-1$

$$\Leftrightarrow x^4-4x^2+4=0$$

$$\Leftrightarrow x^2=2 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}.$$

Câu 30: Tìm m để phương trình $x^4-4x^2+m-1=0$ vô nghiệm.

A. $m<5$.　　　　**B.** $m>-1$.　　　　**C.** $m>-5$.　　　　**D.** $m>5$.

Lời giải

Có $x^4-4x^2+m-1=0 \Leftrightarrow x^4-4x^2-1=-m$

Số nghiệm của phương trình $x^4-4x^2+m-1=0$ là số điểm chung của hai đồ thị $(C): y=x^4-4x^2-1$ và $d: y=-m$

Xét hàm số $y=x^4-4x^2-1$. Có $y'=4x^3-8x^2$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có, phương trình $x^4-4x^2+m-1=0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow -m<-5 \Leftrightarrow m>5$.

Câu 31: Hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{2x-3}$ có bao nhiêu cực trị?

A. 2.　　　　**B.** 0.　　　　**C.** 1.　　　　**D.** 3.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$.

$y'=\dfrac{7}{(2x-3)^2}>0, \forall x\in D \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên từng khoảng của tập xác định.

Vậy hàm số không có cực trị.

Câu 32: Tìm giá trị m để đường thẳng $(d): y=(2m+1)x-m+3$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

A. $m=-\dfrac{1}{2}$.　　　　**B.** $m=\dfrac{3}{2}$.　　　　**C.** $m=-\dfrac{1}{4}$.　　　　**D.** $m=\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

$y' = 3x^2 - 6x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;1), B(2;-3)$.

Đường thẳng qua hai điểm A, B là $y = -2x + 1$.

$d \perp (AB) \Leftrightarrow -2.(2m+1) = -1 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{4}$.

Chú ý: Ta có thể tìm đường thẳng qua hai điểm cực trị như sau:

Ta có $y = \frac{1}{3}y'.(x-1) - 2\text{x} + 1 \Rightarrow$ đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y = -2x + 1$.

Câu 33: Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

A. $m = 2$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -2$.

Lời giải

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1$, $y'' = 2x - 2m$.

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$ thì $y'(1) = 0$

$\Leftrightarrow 1 - 2m + m^2 - m + 1 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 2 \end{array}\right.$.

Với $m = 1$, ta có $y' = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \geq 0$ nên hàm số không có cực trị.

Với $m = 2$, ta có $y''(1) = 2.1 - 2.2 = -2 < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\frac{1}{2}a.2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35: Tiếp tuyến song song với $(d): y = x + 1$ của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$ có phương trình là:

A. $\left[\begin{array}{l} y = x + 2 \\ y = x + 8 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} y = x \\ y = x - 2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} y = x \\ y = x + 8 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} y = x - 2 \\ y = x + 2 \end{array}\right.$.

Lời giải

Ta có $y' = \dfrac{3(x+1) - 1.(3x-1)}{(x+1)^2} = \dfrac{4}{(x+1)^2}$.

Giả sử tiếp tuyến tiếp xúc tại điểm $(x_0; y_0)$ thì phương trình tiếp tuyến có dạng:

$$y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0.$$

Tiếp tuyến song song với đường thẳng có phương trình $y = x + 1$ nên có hệ số góc $y'(x_0) = 1$.

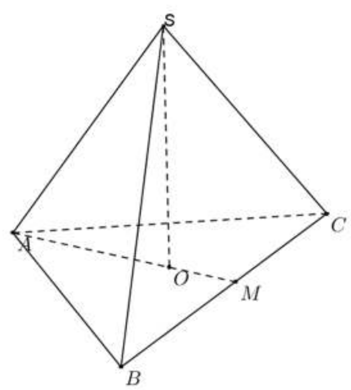
Vậy $\dfrac{4}{(x_0+1)^2} = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 1 \\ x_0 = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y_0 = 1 \\ y_0 = 5 \end{array}\right.$.

Hai phương trình tiếp tuyến có dạng $y = x$ và $y = x + 8$.

Câu 36: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{12}$.

Lời giải



Do tam giác ABC đều, $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABC) \Leftrightarrow O$ là trọng tâm tam giác ABC.

Vậy, $AO = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{2}{3}.\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right) = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Tam giác đều ABC cạnh a có diện tích $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Trong tam giác vuông SAO, $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2 - \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{15}}{3}$.

Do đó, $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SO.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{15}}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{5}}{12}$.

Câu 37: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^4+1}}$. **B.** $y = \dfrac{5}{x^2 - 2x + 2}$. **C.** $y = \dfrac{1}{x^2+1}$. **D.** $y = \dfrac{3}{\sqrt{x-2}}$.

Lời giải

Các hàm số ở phương án **A, B, C** đều có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên không có tiệm cận đứng.

Xét **D.** $\lim\limits_{x\to 2^+} y = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{3}{\sqrt{x-2}} = +\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng.

Câu 38: Cho hàm số $y=(x-1)(x^2-3x+3)$ có đồ thị là (C). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

B. (C) cắt trục hoành tại một điểm.

C. (C) cắt trục hoành tại hai điểm.

D. (C) không cắt trục hoành.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

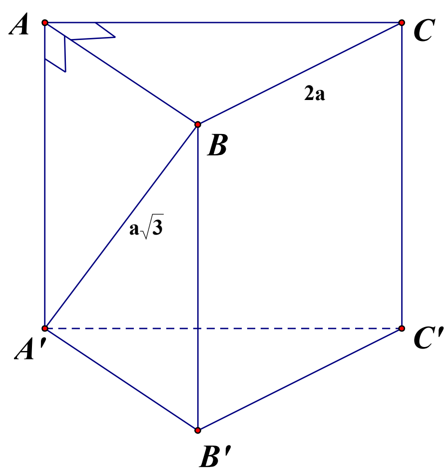
$(x-1)(x^2-3x+3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-3x+3=0\,(VN) \end{array}\right.$

Chứng tỏ (C) cắt trục hoành tại một điểm.

Câu 39: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $BC=2a$, $A'B=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là V. Tỉ số $\dfrac{a^3}{V}$ có giá trị là

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 2.

Lời giải



Diện tích đáy $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}a.2a=a^2$, đường cao khối lăng trụ là $AA'=\sqrt{A'B^2-AB^2}=\sqrt{3a^2-\left(a\sqrt{2}\right)^2}=a$. Vậy thể tích khối lăng trụ là $V=a^2.a=a^3$.

Câu 40: Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+7$, m là tham số. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. 7. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

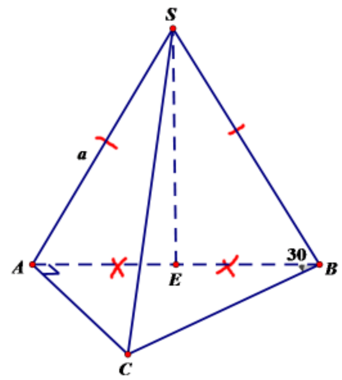
Lời giải

Hàm số bậc ba nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} b^2-3ac\le 0 \\ a<0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2+12m+27\le 0 \Leftrightarrow -9\le m\le -3$. Vậy có 7 giá trị nguyên m.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC}=30^0$, SAB là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm AB. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **B.** $\dfrac{a^3}{18}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\dfrac{a^3}{12}$.

Lời giải



$$V_{SABC}=\frac{1}{6}.SE.S_{ABC}=\frac{1}{3}.SE.\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{3}.SE.\frac{1}{2}AB.AB.\tan 30^0$$
$$=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}a.\frac{a}{\sqrt{3}}=\frac{a^3}{12}$$

Chọn đáp án D.

Câu 42: Cho hàm số $y=\dfrac{mx+3}{4x-2n+5}$. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=2$ và nhận trục tung là tiệm cận đứng. Khi đó tổng $m+n$ bằng:

A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** $\dfrac{21}{2}$. **C.** $\dfrac{11}{2}$. **D.** $\dfrac{13}{2}$.

Lời giải

Tiệm cận ngang: $y=2\Leftrightarrow \dfrac{m}{4}=2\Leftrightarrow m=8$

Tiệm cận đứng: $x=\dfrac{2n-5}{4}=0\Leftrightarrow n=\dfrac{5}{2}$

$\Rightarrow m+n=\dfrac{21}{2}$.

Chọn đáp án B.

Câu 43: Tìm m để đồ thị hàm số $y=x^3+(m-1)x^2+(m+1)x-(2m+1)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương.

A. $\left[\begin{array}{l} -\frac{1}{2}<m<4-2\sqrt{5} \\ m>0 \end{array}\right.$. **B.** $-\dfrac{1}{2}<m<0$. **C.** $m>4+2\sqrt{5}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}<m<4-2\sqrt{5}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành:

$x^3+(m-1)x^2+(m+1)x-(2m+1)=0$

$\Leftrightarrow x=1\vee f(x)=x^2+mx+2m+1=0$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f\left(x\right)=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\P>0\\S>0\\f\left(1\right)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-8m-4>0\\m<0\\2m+1>0\\3m+2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow -\frac{1}{2}<m<4-2\sqrt{5}.$$

Câu 44: Số mặt phẳng đối xứng của hình đa diện đều loại $\{3;4\}$ là:

A. 3. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

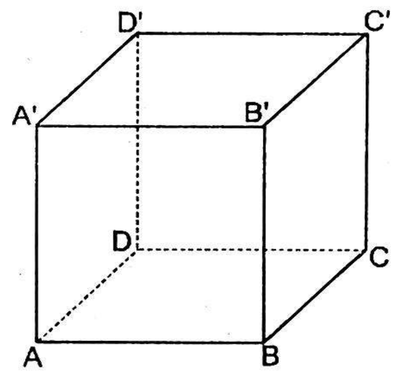
Lời giải

Hình đa diện đều loại $\{3;4\}$ là hình bát diện đều, hình có 9 mặt phẳng đối xứng.

Câu 45: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'C=3a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là:

A. $9a^3\sqrt{3}$. **B.** $27a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3.

Lời giải



Ta có: $A'C^2=AA'^2+AC^2=AA'^2+AD^2+AB^2=3AB^2$

$$\Rightarrow A'C=AB.\sqrt{3}\Rightarrow AB=\frac{A'C}{\sqrt{3}}=3a$$

Do đó, $V_{ABCD.A'B'C'D'}=\left(3a\right)^3=27a^3$.

Câu 46: Giả sử M là điểm nằm trên đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-x-1$ mà tiếp tuyến tại M có hệ số góc nhỏ nhất. Khi đó, tọa độ M là:

A. $\left(0;-1\right)$. **B.** $\left(-1;2\right)$. **C.** $\left(1;2\right)$. **D.** $\left(-2;5\right)$.

Lời giải

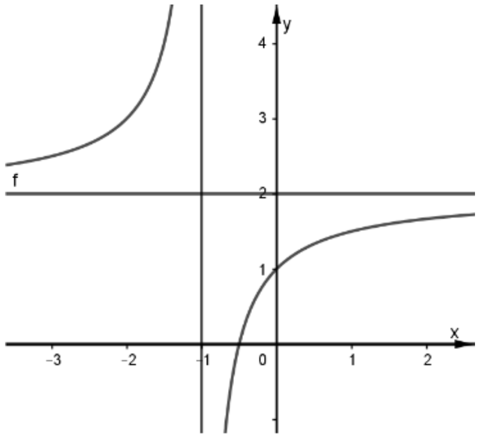
Gọi $M\left(x_0;y_0\right)$ là điểm nằm trên đồ thị. Hệ số góc của tiếp tuyến tại M là:

$$k_{tt}=f'(x_0)=3x_0^2+6x_0-1=3\left(x_0^2+2x_0+1\right)-4=3\left(x_0+1\right)^2-4\geq -4,\forall x_0$$

Do đó, hệ số góc nhỏ nhất bằng -4 khi $x_0=-1\Rightarrow y_0=2$.

Câu 47: Đồ thị sau đây là của hàm số nào? Chọn 1 câu đúng?

A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+3}{1-x}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.



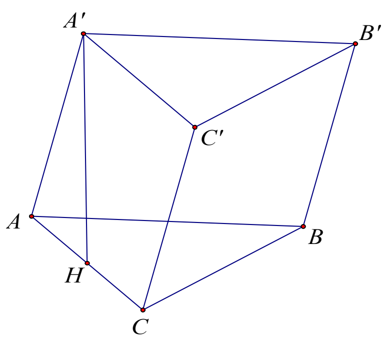
Lời giải

Đồ thị có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$ nên chỉ có phương án C thỏa mãn.

Câu 48: Cho lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AA'=a\sqrt{3}$, hình chiếu A' lên (ABC) là trung điểm AC. Biết góc AA' và (ABC) bằng $45°$. Tính thể khối lăng trụ $ABCA'B'C'$

A. $a^3\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



Ta có góc AA' và (ABC) là $\widehat{A'AH}=45°$. Mặt khác $AA'=a\sqrt{3}$ nên $AH=AA'\cos 45°=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

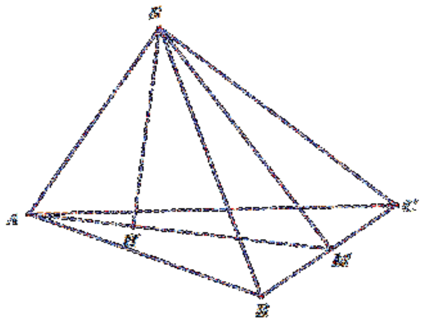
Do đó $AC=AB=2AH=a\sqrt{6}$. Vậy $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC=3a^2$. $A'H=AH=a\sqrt{6}$.

$V_{ABCA'B'C'}=A'H.S_{ABC}=\dfrac{3a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh SA,SB,SC đôi một vuông góc với nhau và $SA=a,SB=2a,SC=3a$. Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC).

A. $\dfrac{5a}{6}$. **B.** $\dfrac{6a}{7}$. **C.** $\dfrac{7a}{6}$. **D.** $\dfrac{6a}{5}$.

Lời giải



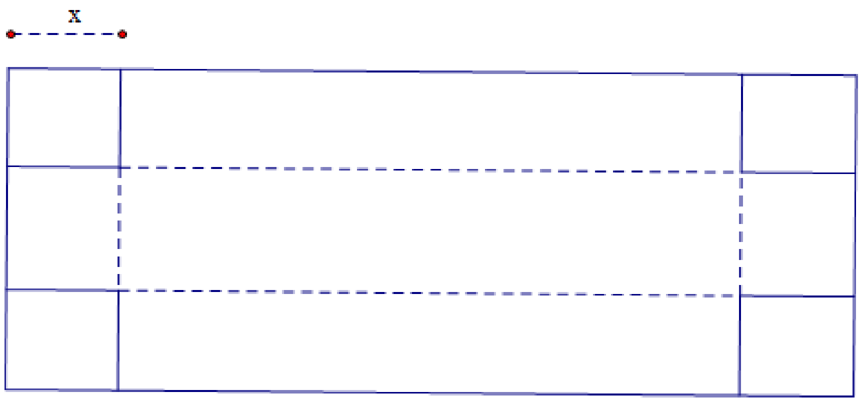
Kẻ $SM \perp BC$ và $SH \perp AM$, ta có: $SH \perp (ABC) \Rightarrow d\left(S;(ABC)\right) = SH$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:

$$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SM^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{9a^2} = \frac{49}{36a^2} \Rightarrow SH = \frac{6a}{7}$$

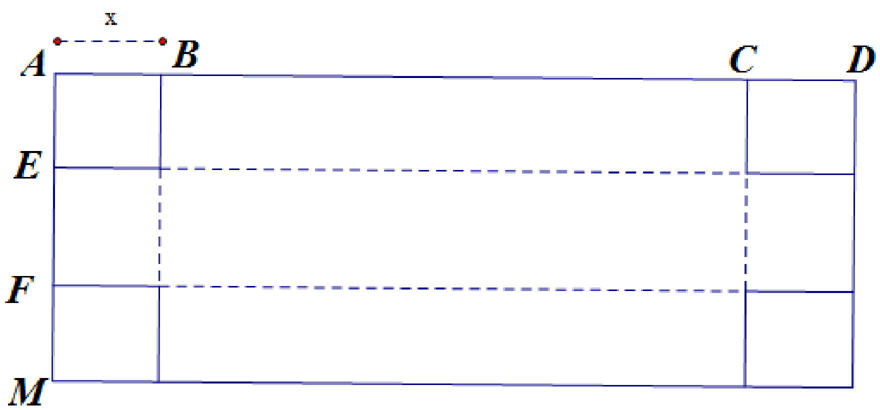
Vậy $d\left(S;(ABC)\right) = \frac{6a}{7}$.

Câu 50: Một tấm bìa cứng có kích thước $3\text{m} \times 8\text{m}$. Người ta cắt mỗi góc của tấm bìa một hình vuông có cạnh là x để tạo ra hình hộp không nắp. Với giá trị nào của x thì thể tích hình hộp chữ nhật đạt giá trị lớn nhât.



A. $x = 1\text{m}$. **B.** $x = \frac{2}{3}\text{m}$. **C.** $x = \frac{1}{3}\text{m}$. **D.** $x = \frac{4}{3}\text{m}$.

Lời giải



Ta có $AB = CD = AE = FM = x \Rightarrow \begin{cases} BC = 8 - 2x \\ EF = 3 - 2x \end{cases}, 0 < x < \frac{3}{2}$.

Do đó thể tích khối hộp không nắp là: $V = x(3-2x)(8-2x) = 4x^3 - 22x^2 + 24x$.

Xét hàm số $f\left(x\right)=4x^3-22x^2+24x, \forall x\in\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$

$f'\left(x\right)=12x^2-44x+24$

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{2}{3}$ do $x\in\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$

Lập bảng biến thiên, ta có:

$max\,V=\max\limits_{\left(0;\frac{3}{2}\right)}f\left(x\right)=f\left(\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{200}{27}$, xảy ra tại $x=\dfrac{2}{3}$.