

Thầy **LÊ BÁ TRẦN PHƯƠNG****CHUẨN BỊ KÌ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2019****Môn: Toán****CHỦ ĐỀ: ĐỀ KIỂM TRA KIẾN THỨC MÔN
TOÁN LỚP 12 – CÓ LỜI GIẢI CHI
TIẾT****Nguồn: Tổng hợp và sưu tầm**

Câu 1: Biết đồ thị $y = \frac{(a-2b)x^2 + bx + 1}{x^2 + x - b}$ có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 0$. Tính $a + 2b$

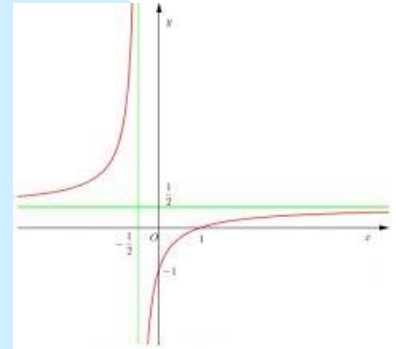
- A. 6 B. 7 C. 8 D. 10

Câu 2: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y = \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3x^2 + 2}{x^2 - x}$ là:

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

Câu 3: Đồ thị trong hình bên là của hàm số nào sau đây

- A. $y = \frac{x-1}{1-2x}$
 B. $y = \frac{x-1}{2x-1}$
 C. $y = \frac{x+1}{2x+1}$
 D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$



Câu 4: Tọa độ điểm cực đạo của đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$ là

- A. (0;1) B. (1;2) C. (-1;6) D. (2;3)

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-1)x - 1$. Tìm mệnh đề **sai**

- A. $\forall m < 1$ thì hàm số có hai điểm cực trị B. Hàm số luôn có cực đại và cực tiểu
 C. $\forall m \neq 1$ thì hàm số có cực đại và cực tiểu D. $\forall m > 1$ thì hàm số có cực trị

Câu 6: Tìm m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 1$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu

- A. $-3 < m < 0$ B. $0 < m < 3$ C. $m < -3$ D. $3 < m$

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 7x^2 + 4$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

Câu 8: Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng

- A. (0;1) B. $(-\infty; 1)$ C. $(1; +\infty)$ D. (1;2)

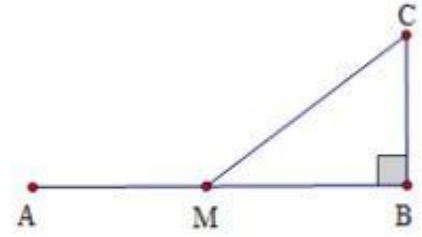
Câu 9: Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{2 - x^2} - x$ là:

- A. $2 - \sqrt{2}$ B. 2 C. $2 + \sqrt{2}$ D. 1

Câu 10: Biết đường thẳng $y = (3m-1)x + 6m + 3$ cắt đồ thị $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại ba điểm phân biệt sao cho có một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây

- A. $(-1; 0)$ B. $(0; 1)$ C. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$

Câu 11: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như hình vẽ. Khoảng cách từ C đến B là 1km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 4km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1km dây điện trên biển là 40 triệu đồng, còn trên đất liền là 20 triệu đồng. Tính tổng chi phí nhỏ nhất để hoàn thành công việc trên (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy)



- A. 106,25 triệu đồng B. 120 triệu đồng C. 164,92 triệu đồng
D. 114,64 triệu đồng

Câu 12: Ông An bắt đầu đi làm với mức lương khởi điểm là 1 triệu đồng một tháng. Cứ sau ba năm thì ông An được tăng lương 40%. Hỏi sau tròn 20 năm đi làm, tổng tiền lương ông An nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?

- A. 726,74 triệu đồng B. 716,74 triệu đồng C. 858,72 triệu đồng D. 768,37 triệu đồng

Câu 13: Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

- A. Hàm số $y = 2^{3-x}$ nghịch biến trên \mathbb{R}
B. Hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ đồng biến trên \mathbb{R}
C. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ đạt cực đại tại $x = 0$
D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^x + 2^{2-x}$ bằng 4.

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3^x - 2)$ là:

- A. $(0; +\infty)$ B. $[0; +\infty)$ C. $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$ D. $(\log_3 2; +\infty)$

Câu 15: Tìm tổng các nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$

- A. 0 B. $\frac{5}{2}$ C. 1 D. 2

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3 \cdot 2^x - 2) < 2x$ là:

- A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ B. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$
C. $\left(\log_2 \frac{2}{3}; 0\right) \cup (1; +\infty)$ D. $(1; 2)$

Câu 17: Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x)$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' > 0$ là:

- A. $(-\infty; 1)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(2; +\infty)$

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = 2^{x^3 - x^2 + mx}$ đồng biến trên $[1; 2]$

- A. $m > \frac{1}{3}$ B. $m \geq \frac{1}{3}$ C. $m \geq -1$ D. $m > -8$

Câu 19: Cho hai số dương a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Chọn đẳng thức đúng?

- A. $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ B. $\log a + \log b = \frac{1}{2} \log 7ab$
C. $\log a^2 + \log b^2 = \log 7ab$ D. $\log a + \log b = \frac{1}{7} \log(a^2 + b^2)$

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Tính giá trị biểu thức $A = f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + \dots + f\left(\frac{100}{100}\right)$

- A. 50 B. 49 C. $\frac{149}{3r}$ D. $\frac{301}{6}$

Câu 21: Một nguồn âm đẳng hướng đặt tại điểm O có công suất truyền âm không đổi. Mức cường độ âm tại điểm M cách O một khoảng R được tính bởi công thức $L_M = \log \frac{k}{R^2}$ (Ben) với k là hằng số.

Biết điểm O thuộc đoạn thẳng AB và mức cường độ âm tại A và B là $L_A = 3$ Ben và $L_B = 5$ Ben.

Tính mức cường độ âm tại trung điểm AB (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy)

- A. 3,59 Ben B. 3,06 Ben C. 3,69 Ben D. 4 Ben

Câu 22: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x-1) \sin 2x dx$. Tìm đẳng thức đúng

- A. $I = -(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$ B. $I = -(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$
 C. $I = -\frac{1}{2}(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$ D. $I = -\frac{1}{2}(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$

Câu 23: Một ô tô đang chạy đều với vận tốc 15 (m/s) thì phía trước xuất hiện chướng ngại vật nên người lái đạp phanh gấp. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $-a$ (m/s²). Biết ô tô chuyển động thêm được 20m thì dừng hẳn. Hỏi a thuộc khoảng nào dưới đây

- A. (3;4) B. (4;5) C. (5;6) D. (6;7)

Câu 24: Hàm số nào sau đây không phải nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$?

- A. $F(x) = \ln|2x+1| + 1$ B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + 2$
 C. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|4x+2| + 3$ D. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(4x^2 + 4x + 1) + 3$

Câu 25: Biết hàm số $F(x) = ax^3 + (a+b)x^2 + (2a-b+c)x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 6x + 2$. Tổng $a+b+c$ là

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

Câu 26: Tính tích phân $I = \int_0^1 e^{2x} dx$

- A. $e^2 - 1$ B. $e - 1$ C. $\frac{e^2 - 1}{2}$ D. $e + \frac{1}{2}$

Câu 27: Có bao nhiêu số $a \in (0; 20\pi)$ sao cho $\int_0^a \sin^5 x \cdot \sin 2x dx = \frac{2}{7}$

- A. 20 B. 19 C. 9 D. 10

Câu 28: Cho khối cầu tâm O bán kính R. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng $\frac{R}{2}$ chia khối cầu thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần đó

- A. $\frac{5}{27}$ B. $\frac{5}{19}$ C. $\frac{5}{24}$ D. $\frac{5}{32}$

Câu 29: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-i| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo

- A. 3 B. 1 C. 4 D. 2

Câu 30: Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z}+1+i|$ là

- A. $\sqrt{13} + 2$ B. 4 C. 6 D. $\sqrt{13} + 1$

Câu 31: Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = (1+2i)(3-i)$ là:

- A. 6 B. 10 C. 5 D. 0

Câu 32: Gọi A, B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AB

- A. 6 B. 2 C. 12 D. 4

Câu 33: Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{C}$) có một nghiệm là $z = -2 + i$. Tính $a - b$

- A. 9 B. 1 C. 4 D. -1

Câu 34: Cho A, B, C là các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn $z^3 + i = 0$. Tìm phát biểu sai

- A. Tam giác ABC đều
 B. Tam giác ABC có trọng tâm là $O(0;0)$
 C. Tam giác ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp là $O(0;0)$

D. $S_{\Delta ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

Câu 35: Cho khối nón đỉnh O, trục OI. Mặt phẳng trung trục OI chia khối nón thành hai phần. Tỉ số thể tích của hai phần là

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{7}$

Câu 36: Cho hình trụ có trục là OO' , có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cánh trục một khoảng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi (P)

- A. $a^2\sqrt{3}$ B. a^2 C. $2\sqrt{3}a^2$ D. πa^2

Câu 37: Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với đáy. Tam giác ABC vuông cân tại B, biết $SA = AC = 2a$. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$ B. $\frac{1}{3}a^3$ C. $\frac{2}{3}a^3$ D. $\frac{4}{3}a^3$

Câu 38: Cho khối chóp S.ABCD có thể tích bằng a^3 . Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy, biết đáy ABCD là hình bình hành. Tính theo a khoảng cách giữa SA và CD.

- A. $2\sqrt{3}a$ B. $a\sqrt{3}$ C. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{a}{2}$

Câu 39: Cho hình lập phương có tổng diện tích các mặt bằng $12a^2$. Tính theo a thể tích khối lập phương đó.

- A. $\sqrt{8}a^3$ B. $\sqrt{2}a^3$ C. a^3 D. $\frac{a^3}{3}$

Câu 40: Khối chóp S.ABCD có đáy là hình thoi cạnh a. $SA = SB = SC = a$, cạnh SD thay đổi. Thể tích lớn nhất của khối chóp S.ABCD là

- A. $\frac{a^3}{8}$ B. $\frac{a^3}{4}$ C. $\frac{3a^3}{8}$ D. $\frac{a^3}{2}$

Câu 41: Một chiếc xô hình nón cụt đựng hóa chất ở phòng thí nghiệm có chiều cao 20 cm, đường kính hai đáy lần lượt là 10cm và 20 cm. Cô giáo giao cho bạn An sơn mặt ngoài của xô (trừ đáy). Tính diện tích bạn An phải sơn (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy)

- A. 1942,97 cm^2 B. 561,25 cm^2 C. 971,48 cm^2 D. 2107,44 cm^2

Câu 42: Một cốc nước hình trụ có chiều cao 9cm, đường kính 6cm, mặt đáy phẳng và dày 1cm, thành cốc dày 0,2cm. Đổ vào cốc 120ml nước, sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính 2cm. Hỏi mặt nước trong cốc cách mép cốc bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy)?

- A. 3,67 cm B. 2,67 cm C. 3,28 cm D. 2,28 cm

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): $2x + y - z - 1 = 0$ và

(Q): $x - 2y + z - 5 = 0$. Khi đó giao tuyến của (P) và (Q) có một véc tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u} = (1; 3; 5)$ B. $\vec{u} = (-1; 3; -5)$ C. $\vec{u} = (2; 1; -1)$ D. $\vec{u} = (1; -2; 1)$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1;2;1), B(3;0;-1)$ và mặt phẳng (P): $x + y - z - 1 = 0$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A và B trên (P). Độ dài đoạn thẳng MN là

- A. $2\sqrt{3}$ B. $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D. 4

Câu 45: Trong không gian hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1;2;1)$ và mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z - 1 = 0$. Gọi B là điểm đối xứng với A qua (P). Độ dài đoạn thẳng AB là

- A. 2 B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 4

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $\vec{a} = (1;2;1), \vec{b} = (-2;3;4), \vec{c} = (0;1;2)$ và $\vec{d} = (4;2;0)$. Biết $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$. Tổng $x + y + z$ là:

- A. 2 B. 3 C. 5 D. 4

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1;2;1)$ và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$. Phương trình mặt phẳng chứa A và vuông góc với d là

- A. $x - y + z - 1 = 0$ B. $x - y + z + 1 = 0$
C. $x - y + z = 0$ D. $x - y + z - 2 = 0$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$. Mặt phẳng (P) chứa A và d. Phương trình mặt cầu tâm O tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{12}{5}$ B. $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ C. $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ D. $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{24}{5}$

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1;2;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M lần lượt cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C. Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện OABC là

- A. 54 B. 6 C. 9 D. 18

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và mặt cầu (S) có phương trình (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S). Gọi M và N là tiếp điểm. Độ dài đoạn thẳng MN là

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\frac{4}{\sqrt{3}}$ C. $\sqrt{6}$ D. 4

H O C M A I

Đáp án

1-C	2-A	3-D	4-B	5-B	6-C	7-C	8-D	9-A	10-A
11-D	12-D	13-B	14-D	15-A	16-C	17-B	18-C	19-A	20-D
21-C	22-C	23-A	24-A	25-A	26-C	27-D	28-A	29-C	30-D
31-B	32-A	33-D	34-D	35-D	36-C	37-C	38-A	39-A	40-B
41-C	42-D	43-B	44-B	45-B	46-A	47-C	48-D	49-C	50-B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

Ta thấy:

- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $x=1 \Rightarrow$ pt $x^2+x-b=0$ có nghiệm $x=1$ và

$$(a-2b)x^2+bx+1=0 \text{ không có nghiệm } x=1 \Rightarrow \begin{cases} 1+1-b=0 \\ a-2b+b+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ a \neq 1 \end{cases} \text{ . Hàm số có dạng}$$

$$y = \frac{(a-4)x^2+2x+1}{x^2+x-2} \text{ .}$$

- Hàm số có tiệm cận ngang $y=0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} y = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a-4)x^2+2x+1}{x^2+x-2} = 0$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a-4) + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a-4}{1} = 0 \Leftrightarrow a-4=0 \Rightarrow a=4 \Rightarrow a+2b=8$$

Câu 2: Đáp án A

Tập xác định của hàm số là $D = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{1\}$. Khi đó

- $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x} = 3 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x} = 3 \end{cases} \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=3$

- Số tiệm cận đứng là số nghiệm PT $x^2-x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \setminus \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \\ \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow x=1 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có

tiệm cận đứng $x=1$

Suy ra đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Cách 2: $D = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{1\}$. Nhập $y = \frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$

CALC $x = 0,0000001 \Rightarrow y = \text{ERORR}$; CALC $x = 1,000000001 \Rightarrow y \rightarrow +\infty$

CALC $x = 10^9$; $x = -10^9 \Rightarrow y \rightarrow 3$ do đó suy ra tiệm cận đứng $x=1$ tiệm cận ngang và tiệm cận ngang $y=3$.

Câu 3: Đáp án D

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:

- Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$. Loại A
- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\frac{1}{2}$. Loại B
- Đồ thị hàm số đi qua các điểm có tọa độ $(1;0), (0;-1)$. Loại C.

Câu 4: Đáp án B

Ta có: $y' = (-2x^3 + 3x^2 + 1)' = -6x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow -6x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Mặt khác $y'' = -12x + 6 \Rightarrow \begin{cases} y''(0) = 6 > 0 \\ y''(1) = -6 < 0 \end{cases} \Rightarrow$ tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;2)$

Câu 5: Đáp án B

Ta có: $y' = x^2 + 2mx + (2m-1) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2mx + (2m-1) = 0$

Khi đó $\Delta'_{y'} = 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 = (m-1)^2$

Với $m = 1 \Rightarrow y' = 0$ có nghiệm kép suy ra hàm số không có điểm cực trị

Với $m \neq 1 \Rightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt suy ra hàm số có 2 điểm cực trị

Câu 6: Đáp án C

Ta thấy:

- Hàm số có hai cực đại và một cực tiểu khi $\begin{cases} a = m < 0 \\ \frac{-b}{2a} > 0 \end{cases}$

- Khi đó $y' = 4mx^3 + 2(m^2 - 9)x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 4mx^3 + 2(m^2 - 9)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{-b}{2a} = \frac{9 - m^2}{2m} \end{cases}$

- YCBT $\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \frac{9 - m^2}{2m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -3$

Câu 7: Đáp án C

PT hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là $2x^4 - 7x^2 + 4 = 0 (*)$

$$\text{Đặt } t = x^2, t \geq 0 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 2t^2 - 7t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{7 + \sqrt{17}}{4} \\ t = \frac{7 - \sqrt{17}}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{7 + \sqrt{17}}{4} \\ x^2 = \frac{7 - \sqrt{17}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \sqrt{\frac{7 + \sqrt{17}}{4}} \\ x = \pm \sqrt{\frac{7 - \sqrt{17}}{4}} \end{cases}$$

Suy ra đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.

Câu 8: Đáp án D

Hàm số xác định khi và chỉ khi $2x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2 \Rightarrow D = [0; 2]$

Khi đó $y' = (\sqrt{2x - x^2})' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}} < 0 \Leftrightarrow x > 1$

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 9: Đáp án A

Hàm số xác định khi và chỉ khi $2 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \Rightarrow D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$

Khi đó $y' = (\sqrt{2-x^2} - x)' = -\frac{x + \sqrt{2-x^2}}{\sqrt{2-x^2}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x + \sqrt{2-x^2} = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 = 2 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_{(-\sqrt{2})} = \sqrt{2} \\ y_{(-1)} = 2 \\ y_{(\sqrt{2})} = -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \max y = y_{(-1)} = 2 \\ \min y = y_{(\sqrt{2})} = -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \max y + \min y = 2 - \sqrt{2}$$

Cách 2: sử dụng chức năng TABLE (MODE7)

Câu 10: Đáp án A

Điều kiện cần: giả sử d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt A, B, C suy ra B là trung điểm của AC

$\Rightarrow 2x_B = x_A + x_C$ suy ra phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 - (3m-1)x - 6m - 2 = 0$ có 2

nghiệm x_A, x_B, x_C thỏa mãn $2x_B = x_A + x_C \Leftrightarrow 3x_B = x_A + x_B + x_C = \frac{-b}{a} = \frac{3}{1} = 3$ (Định lý Viet cho PT

bậc 3) $\Rightarrow x_B = 1$ thế $x_B = 1$ vào PT ta được

$$1 - 3 - (3m - 1) - 6m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-1}{3}$$

Điều kiện đủ: với $m = \frac{-1}{3}$ thế vào phương trình thấy PT có 3 nghiệm $x = 0; x = 1; x = 2$ thỏa mãn

$$2x_B = x_A + x_C$$

Giải nhanh bài này: Cho điểm uốn của (C) thuộc d suy ra $m = -\frac{1}{3}$

Câu 11: Đáp án D

Đặt $MB = x$ khi đó $AM = 4 - x$ và $MC = \sqrt{MB^2 + CB^2} = \sqrt{x^2 + 1}$

Khi đó chi phí nối điện từ A đến C là $f(x) = 20(4 - x) + 40\sqrt{x^2 + 1}$

Ta có: $f'(x) = -20 + \frac{40x}{\sqrt{x^2 + 1}} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (km)

GTNN của $f(x)$ đạt được khi $x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 114,64$ (triệu đồng).

Câu 12: Đáp án D

Tổng số tiền ông An kiếm được trong 3 năm đầu là: $3 \cdot 12 = 36$ triệu đồng

Số tiền ông An có được sau 18 năm đi làm là:

$$S_1 = 36 + 36(1 + 40\%)^1 + \dots + 36(1 + 40\%)^5 + 36(1 + 40\%)^6$$

Số tiền ông An nhận sau 2 năm cuối (năm thứ 19 và 20) là $S_2 = 2 \cdot 12(1 + 40\%)^6$

Do đó tổng số tiền ông An thu được là: $S = 36 \frac{1 - (1,4)^6}{1 - 1,4} + 24(1,4)^6 \approx 763,37$ triệu đồng.

Câu 13: Đáp án B

Dựa vào đáp án ta thấy:

- $(2^{3-x})' = -2^{3-x} \cdot \ln 2 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số $y = 2^{3-x}$ nghịch biến trên \mathbb{R}
- $[\log_2(x^2 + 1)]' = \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 2} > 0 \Leftrightarrow x > 0 \Rightarrow$ hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ **không** đồng biến trên \mathbb{R}
- $[\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)]' = -\frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 2}$ nên y' đổi dấu từ dương sang âm khi qua điểm $x = 0$ nên hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ đạt cực đại tại $x = 0$
- $y = 2^x + 3^{2-x} = 2^x + \frac{4}{2^x} \geq 2\sqrt{2^x \cdot \frac{4}{2^x}} = 4 \Rightarrow \min y = 4 \Rightarrow$ giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^x + 2^{2-x}$ bằng 4.

Câu 14: Đáp án D

Hàm số xác định khi và chỉ khi $3^x - 2 > 0 \Leftrightarrow 3^x > 2 \Leftrightarrow x > \log_3 2 \Rightarrow D = (\log_3 2; +\infty)$

Câu 15: Đáp án A

$$\text{Đặt } t = 2^x, t > 0 \Rightarrow \text{pt} \Leftrightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$$

Câu 16: Đáp án C

$$\text{ĐK: } 3 \cdot 2^x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > \log_2 \frac{2}{3}$$

$$\text{BPT } 3 \cdot 2^x - 2 < 2^{2x} \Leftrightarrow (2^x)^2 - 3 \cdot 2^x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x > 2 \\ 0 < 2^x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow S = \left(\log_2 \frac{2}{3}; 0\right) \cup (1; +\infty)$$

Câu 17: Đáp án B

$$\text{Hàm số xác định khi và chỉ khi } x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty) \quad (1)$$

$$\text{Khi đó } y' > 0 \Leftrightarrow \left[\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x)\right]' > 0 \Leftrightarrow \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x)\ln \frac{1}{3}} > 0 \Leftrightarrow \frac{x - 1}{x(x - 2)} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 1 < x < 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow y' > 0 \Leftrightarrow x < 0 \Rightarrow S = (-\infty; 0)$$

Câu 18: Đáp án C

$$\text{Ta có: } y' = (3x^2 - 2x + m)2^{x^3 - x^2 + mx} \cdot \ln 2$$

$$\text{Hàm số đã cho đồng biến trên } [1; 2] \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + m \geq 0 (\forall x \in [1; 2]) \Leftrightarrow m \geq -3x^2 + 2x \quad \forall x \in [1; 2]$$

$$\Leftrightarrow m \geq \max_{[1; 2]}(-3x^2 + 2x) = -1$$

Câu 19: Đáp án A

$$\text{Ta có } a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a + b)^2 = 9ab \Leftrightarrow a + b = 3\sqrt{ab} \quad . \text{ Khi đó}$$

- $\log \frac{a+b}{3} = \log \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

- $\log a + \log b = \log ab$
- $\log a^2 + \log b^2 = \log(ab)^2$
- $\log a + \log b = \log ab = \log \frac{a^2 + b^2}{7} = \log(a^2 + b^2) - \log 7$

Câu 20: Đáp án D

$$\text{Ta có: } \bar{A} = \frac{1}{1 - \frac{1}{100}} \int_{\frac{1}{100}}^1 f(x) dx = \frac{1}{1 - \frac{1}{100}} \int_{\frac{1}{100}}^1 \frac{4^x}{4^x + 2} dx \Rightarrow A = \frac{100}{1 - \frac{1}{100}} \int_{\frac{1}{100}}^1 \frac{4^x}{4^x + 2} dx$$

$$\text{Ta có } \int_{\frac{1}{100}}^1 \frac{4^x}{4^x + 2} dx = \frac{1}{\ln 4} \int_{\frac{1}{100}}^1 \frac{d(4^x + 2)}{4^x + 2} = \frac{1}{\ln 4} \ln(4^x + 2) \Big|_{\frac{1}{100}}^1 = \frac{1}{\ln 4} \ln \frac{6}{4^{\frac{1}{100}} + 2}$$

$$\text{Suy ra } A = \frac{100}{1 - \frac{1}{100}} \frac{1}{\ln 4} \ln \frac{6}{4^{\frac{1}{100}} + 2} \approx \frac{301}{6} \text{ (hoặc bấm máy tính CASIO tính tích phân)}$$

$$\text{Cách 2: ta có: } f(x) + f(1-x) = \frac{4^x}{4^x + 2} + \frac{4^{1-x}}{4^{1-x} + 2} = \frac{4^x}{4^x + 2} + \frac{\frac{4}{4^x}}{\frac{4}{4^x} + 2} = \frac{4^x}{4^x + 2} + \frac{2}{4^x + 2} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó } A &= f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + \dots + f\left(\frac{100}{100}\right) = f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{99}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + f\left(\frac{98}{100}\right) + \dots \\ &+ f\left(\frac{49}{100}\right) + f\left(\frac{51}{100}\right) + f\left(\frac{50}{100}\right) + f\left(\frac{100}{100}\right) = 49 + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(1) = \frac{301}{6} \end{aligned}$$

Câu 21: Đáp án C

$$\text{Ta có } \begin{cases} L_A = \log \frac{k}{OA^2} = 3 \\ L_B = \log \frac{k}{OB^2} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OA = \frac{\sqrt{10k}}{100} \\ OB = \frac{\sqrt{10k}}{1000} \end{cases} \Rightarrow AB = \frac{\sqrt{10k}}{100} + \frac{\sqrt{10k}}{1000} = \frac{11\sqrt{10k}}{1000}$$

$$\text{Gọi N là trung điểm AB} \Rightarrow ON = \frac{AB}{2} - OB = \frac{11\sqrt{10k}}{2000} - \frac{\sqrt{10k}}{1000} = \frac{9\sqrt{10k}}{2000}$$

$$\text{Suy ra mức cường độ âm tại N bằng } L_N = \log \frac{k}{ON^2} = \log \frac{2000^2 k}{81 \cdot 10k} \approx 3,69 \text{ Ben.}$$

Câu 22: Đáp án C

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x - 1 \\ dv = \sin 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{cases} \Rightarrow I = -\frac{1}{2} (x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$$

Câu 23: Đáp án C

$$\text{Ta có } v(t) = 15 - a \cdot t \text{ (m/s)} \Rightarrow v(t) = 0 \Leftrightarrow 15 - a \cdot t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{15}{a} \text{ (s)}$$

Ô tô đi được thêm được 20m, suy ra $\int_0^{\frac{15}{a}} v(t) dt = 20 \Leftrightarrow \int_0^{\frac{15}{a}} (15 - a.t) dt = 20 \Leftrightarrow \left(15t - \frac{1}{2} a.t^2 \right) \Big|_0^{\frac{15}{a}} = 20$

$\Leftrightarrow 15 \frac{15}{a} - \frac{1}{2} a \cdot \frac{15^2}{a^2} = 20 \Leftrightarrow \frac{225}{a} - \frac{225}{2a} = 20 \Leftrightarrow a = 5,625 (m/s^2) \Rightarrow a \in (5; 6)$

Câu 24: Đáp án A

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{2x+1} d(2x+1)$
 $= \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C = \frac{1}{4} \ln(4x^2 + 4x + 1) + C$

Câu 25: Đáp án A

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int (3x^2 + 6x + 2) dx = x^3 + 3x^2 + 2x + C$

Mặt khác $F(x) = ax^3 + (a+b)x^2 + (2a-b+c)x + 1 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a+b=3 \\ 2a-b+c=2 \\ C=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=2 \\ C=1 \end{cases}$

$\Rightarrow a+b+c=5.$

Câu 26: Đáp án C

Ta có $I = \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} d(2x) = \frac{1}{2} e^{2x} \Big|_0^1 = \frac{e^2 - 1}{2}$

Câu 27: Đáp án D

Ta có $\int_0^a \sin^5 x \sin 2x dx = \frac{2}{7} \Leftrightarrow 2 \int_0^a \sin^6 x \cos x dx = \frac{2}{7} \Leftrightarrow \int_0^a \sin^6 d(\sin x) = \frac{1}{7}$

$\Leftrightarrow \frac{\sin^7 x}{7} \Big|_0^a = \frac{1}{7} \Leftrightarrow \sin^7 a = 1 \Leftrightarrow \sin a = 1 \Leftrightarrow a = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Mặt khác $a \in (0; 20\pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{2} + k2\pi < 20\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} < k2\pi < \frac{39\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{39}{4}$

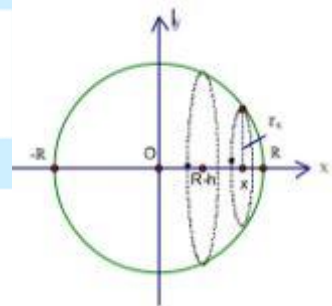
$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Suy ra có 10 số a thỏa mãn đề bài.

Câu 28: Đáp án A

Chú ý: Công thức thể tích khối chỏm cầu là: $V_c = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right)$

Thể tích khối chỏm cầu có chiều cao h là

$V = \int_{R-h}^R S(x) dx = \int_{R-h}^R \pi (r_x)^2 dx = \pi \int_{R-h}^R (R^2 - x^2) dx$
 $= \pi \left(R^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{R-h}^R = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right)$



Khi đó $V = \frac{4}{3} \pi R^3; V_1 = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) = \pi \left(\frac{R}{2} \right)^2 \left(R - \frac{R}{6} \right) = \frac{5}{24} \pi R^3$

Do đó $\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{V - V_1} = \frac{5}{27}$

Câu 29: Đáp án C

Đặt $z = a + bi; a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow z^2 = (a^2 - b^2) + 2abi$. Ta có z^2 là số thuần ảo nên $\begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \\ ab \neq 0 \end{cases} \quad (1)$

Mặt khác $|z - i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |a + (b-1)i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 + (b-1)^2 = 2 \quad (2)$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 \\ a^2 + (b-1)^2 = 2 \\ ab \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \\ b = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ a^2 = b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \\ a = \pm \frac{1+\sqrt{3}}{2} \\ b = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ a = \pm \frac{1-\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Suy ra có bốn điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn đề bài

Câu 30: Đáp án D

Đặt $z = a + bi; a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow |z - 2 - 3i| = 1 \Leftrightarrow |(a-2) + (b-3)i| = 1 \Leftrightarrow (a-2)^2 + (b-3)^2 = 1$

Đặt $a-2 = \sin t; b-3 = \cos t$. Khi đó $|\bar{z} + 1 + i| = |(a+1) + (1-b)i| = \sqrt{(a+1)^2 + (1-b)^2}$

Ta có $(a+1)^2 + (1-b)^2 = (\sin t + 3)^2 + (\cos t + 2)^2$

$= 14 + 6\sin t + 4\cos t \geq 14 + \sqrt{6^2 + 4^2} = 14 + 2\sqrt{13}$. Do đó $|\bar{z} + 1 + i| \geq 1 + \sqrt{13}$

Câu 31: Đáp án B

Ta có $z = (1+2i)(3-i) = 3-i+6i-2i^2 = 5+5i$. Suy ra tổng phần thực và phần ảo của z bằng 10.

Câu 32: Đáp án A

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1-3i \\ z = -1+3i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(-1;-3) \\ B(-1;3) \end{cases} \Rightarrow AB = 6$$

Câu 33: Đáp án D

Ta có $(-2+i)^2 + a(-2+i) + b = 0 \Leftrightarrow i^2 - 4i + 4 - 2a + ai + b = 0 \Leftrightarrow 3 - 2a + b + ai - 4i = 0$

$$\Leftrightarrow (3-2a+b) + i(a-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2a+b=0 \\ a-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=5 \end{cases} \Rightarrow a-b=1$$

Câu 34: Đáp án D

$$\text{Ta có } z^3 + i = 0 \Leftrightarrow z^3 - i^3 = 0 \Leftrightarrow (z-i)(z^2 + iz + i^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = i \\ \left(z + \frac{i}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = i \\ z = \frac{\pm\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \end{cases}$$

Vậy $A(0;1); B\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right); C\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. Do $AB = BC = CA = \sqrt{3} \Rightarrow \Delta ABC$ đều nên các đáp án A,

B, C đúng. Lại có $S_{ABC} = \frac{(\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ nên D sai.

Câu 35: Đáp án D

Gọi r là bán kính đáy của khối nón và h là chiều cao của khối nón

- Khối nón ban đầu có thể tích là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
- Khối nón sau khi bị cắt có thể tích là $V_1 = \frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{8}\left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right) = \frac{V}{8}$

Vậy tỉ số thể tích của hai phần khi bị cắt là $\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{V - V_1} = \frac{V_1}{8V_1 - V_1} = \frac{1}{7}$

Câu 36: Đáp án C

Thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$ nên ta có

- Bán kính đường tròn đáy bằng a
- Chiều cao của hình trụ là $2a$

Gọi thiết diện của hình trụ bị cắt bởi mặt phẳng (P) song song với trục là hình chữ nhật ABCD

Ta có

$$d = d(O; AB) = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{AB}{2} = \sqrt{R^2 - d^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = a\sqrt{3}$$

Vậy diện tích của hình chữ nhật là

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC = a\sqrt{3} \cdot 2a = 2\sqrt{3}a^2$$

Câu 37: Đáp án C

Ta có $BA = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$

Thể tích của khối chóp S.ABC là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}2a \cdot \frac{1}{2}(a\sqrt{2})^2 = \frac{2}{3}a^3$

Câu 38: Đáp án A

Gọi O là trung điểm của AB, ΔSAB đều

$$\Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow SA \perp (ABCD)$$

$$\Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = a^3 \Rightarrow S_{ABCD} = 2a^2\sqrt{3}$$

Gọi H là hình chiếu của C lên AB suy ra $CH \perp AB$

Mà $SO \perp CH$ nên ta được $CH \perp (SAB)$

Xét ΔABC có diện tích

$$S = a^2\sqrt{3} \Rightarrow d(C; AB) = \frac{2S}{AB} = 2a\sqrt{3}$$

Mặt khác

$$CD \parallel (SAB) \Rightarrow d(SA; CD) = d(C; (SAB)) = 2a\sqrt{3}$$

Câu 39: Đáp án A

Diện tích toàn phần của khối lập phương phương trình $S_{tp} = 6x^2 = 12a^2 \Rightarrow x = a\sqrt{2}$

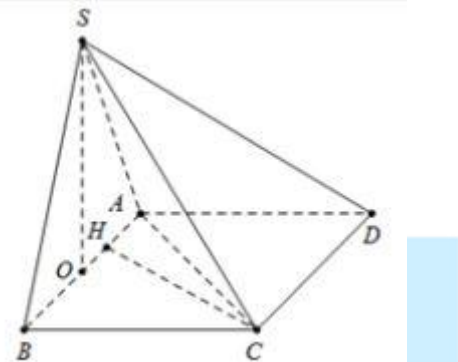
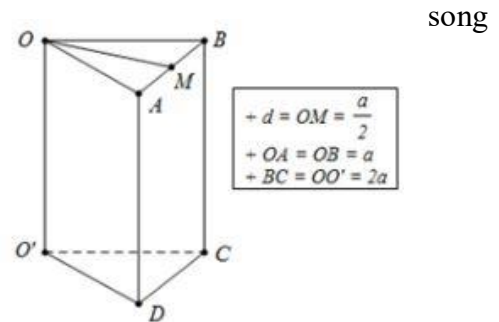
Thể tích của khối lập phương cạnh $x = a\sqrt{2}$ là $V = x^3 = (a\sqrt{2})^3 = a^3\sqrt{8}$

Câu 40: Đáp án B

Gọi O là tâm của hình thoi ABCD, H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC mà

$$SA = SB = SC \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

Đặt $AC = 2x$, khi đó $S_{ABCD} = AC \cdot BD = 2x\sqrt{a^2 - x^2}$



Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC

Công thức

$$S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4S_{\Delta ABC}} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{2 \cdot BO \cdot AC} = \frac{a^2}{2\sqrt{a^2 - x^2}}$$

ΔSBH vuông tại H, có

$$SH = \sqrt{SB^2 - HB^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^4}{4(a^2 - x^2)}}$$

$$= \frac{a\sqrt{3a^2 - 4x^2}}{2\sqrt{a^2 - x^2}} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}ax\sqrt{3a^2 - 4x^2}$$

Ta có

$$2x \cdot \sqrt{3a^2 - 4x^2} \leq \frac{4x^2 + 3a^2 - 4x^2}{2} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} \leq \frac{a^3}{4}$$

Câu 41: Đáp án C

Kí hiệu mặt phẳng thiết diện qua trục như hình vẽ

- $\Delta AO'C$ và ΔAOB đồng dạng nên $\frac{l_2}{l_1 + l_2} = \frac{a}{b} \Rightarrow l_2 = \frac{a}{b-a}l_1$
- Diện tích xung quanh của hình nón lớn là $S_{xq1} = \pi b(l_1 + l_2)$
- Diện tích xung quanh của hình nón nhỏ là $S_{xqn} = \pi a l_2$
- Diện tích xung quanh của hình nón cụt là:

$$S_{xqnc} = S_{xq1} - S_{xqn} = \pi b(l_1 + l_2) - \pi a l_2$$

Áp dụng bài toán trên, với $a = 5\text{cm}$, $b = 10\text{cm}$ và $l_1 = 5\sqrt{17}\text{cm}$

Diện tích bạn An cần phải sơn là $S = \pi \cdot 10 \cdot 2 \cdot 3\sqrt{17} - \pi \cdot 5 \cdot 5\sqrt{17} = 75\pi\sqrt{17}\text{cm}^2$

Câu 42: Đáp án D

Thể tích của 5 viên bi có bán kính $R = 1\text{cm}$ và $V_{bi} = 5 \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{20\pi}{3}\text{cm}^3$

Tổng thể tích mà cốc nước chứa được là $V = 120 + \frac{20\pi}{3} = \frac{360 + 20\pi}{3}\text{cm}^3$

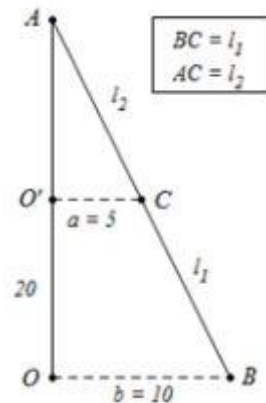
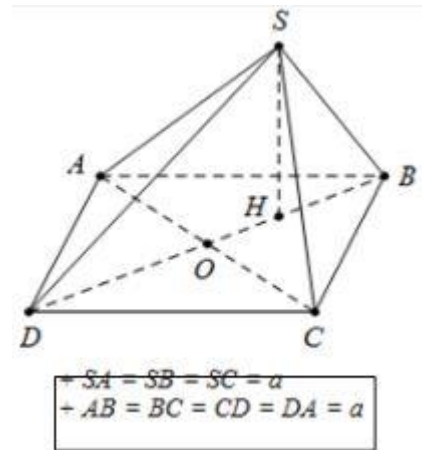
Chiều cao của khối nước sau khi thả 5 viên bi là $h = \frac{V}{\pi r^2}$ với $r = 2,8\text{cm}$

Vậy mặt nước cách mép cốc một đoạn bằng $8 - h = 8 - \frac{360 + 20\pi}{3 \cdot (2,8)^2} \approx 2,28\text{cm}$

Câu 43: Đáp án A

Vecto chỉ phương của giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) là $\vec{u} = [\vec{n}_{(P)}; \vec{n}_{(Q)}] = (1; 3; 5)$

Câu 44: Đáp án B



Đặt $f(x; y; z) = x + y - z - 1 \Rightarrow f(A) \cdot f(B) > 0$ suy ra A, B cùng phía so với mặt phẳng (P)

Ta có $AM = d(A; (P)) = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $BN = d(B; (P)) = \sqrt{3}$ và

$$AB = 2\sqrt{3}$$

Gọi H là hình chiếu của A trên BN

Khi đó

$$AH = MN = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{AB^2 - (BN - AM)^2} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

Tham khảo: Ngoài cách làm trên, ta có thể tìm tọa độ hình chiếu của A, B là M, N sau đó tính khoảng cách.

Câu 45: Đáp án B

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là $d(A; (P)) = \frac{2}{3}$

Vậy độ dài đoạn thẳng AB là $AB = 2 \cdot d(A; (P)) = \frac{4}{3}$

Câu 46: Đáp án A

Yêu cầu bài toán trở thành
$$\begin{cases} 4 = x - 2y \\ 2 = 2x + 3y + z \\ 0 = x + 4y + 2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow x + y + z = 2$$

Câu 47: Đáp án C

Ta có $\vec{u}_{(d)} = (1; -1; 1)$ chính là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và có $\vec{n} = (1; -1; 1)$ là $x - y + z = 0$

Câu 48: Đáp án D

Điểm $M(1; 2; 0) \in (d) \Rightarrow \vec{AM} = (-1; 1; -3)$ và $\vec{u}_{(d)} = (2; -2; 1)$ suy ra $\vec{n}_{(P)} = [\vec{AM}; \vec{u}] = (2; 5; 1)$

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và nhận làm vectơ pháp tuyến là $2x + 5y + z - 12 = 0$

Khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (P) là $d = \frac{|2 \cdot 0 + 5 \cdot 0 + 0 - 12|}{\sqrt{2^2 + 5^2 + 1^2}} = \frac{12}{5\sqrt{6}}$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{24}{5}$

Câu 49: Đáp án C

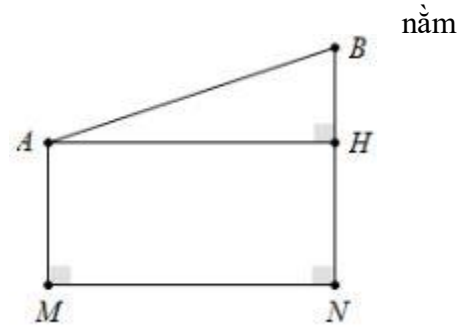
Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$, khi đó phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Mà $M(1; 2; 1) \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Theo bất đẳng thức Cosi, ta có

$$1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{abc}} \Leftrightarrow abc \geq 54$$

Thể tích của khối tứ diện O.ABC bằng $V_{O.ABC} = \frac{abc}{6} \geq 9$

Vậy giá trị nhỏ nhất của khối tứ diện O.ABC là 9.

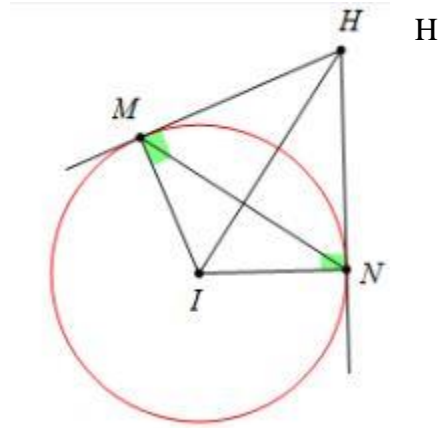


Câu 50: Đáp án B

Xét mặt phẳng thiết diện đi qua tâm I , điểm M, N và cắt d tại H
 Khi đó IH chính bằng khoảng cách từ điểm $I(1;2;1)$ đến đường thẳng d

Điểm $K(2;0;0) \in d \Rightarrow \overrightarrow{IK} = (1; -2; -1)$ và $\overrightarrow{u}_{(d)} = (2; -1; 4)$

Suy ra $[\overrightarrow{IK}; \overrightarrow{u}_{(d)}] = \left(\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \right) = (-9; -6; 3)$



$$\Rightarrow d(I; (d)) = \frac{|\overrightarrow{IK} \cdot \overrightarrow{u}_{(d)}|}{|\overrightarrow{u}_{(d)}|} = \frac{\sqrt{126}}{\sqrt{21}} = \sqrt{6} \Rightarrow IH = \sqrt{6}, IM = IN = R = \sqrt{2}$$

$$\text{Gọi } O \text{ là trung điểm của } MN \Rightarrow MO = \frac{MH \cdot MI}{IH} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow MN = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

H O C M A I