TRƯỜNG THCS-THPT

NGUYỄN HUỆ

ĐỀ KIỂM TRA THÁNG 10-MÔN TOÁN-LỚP 12

Thời gian làm bài: 90 phút;

(50 câu trắc nghiệm)

Mã đề: ...

Câu 1: Gọi m_1, m_2 là hai giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-mx+m}$ có đúng một tiệm cận đứng. Tính m_1+m_2.

A. -4. **B.** 4. **C.** -6. **D.** 6.

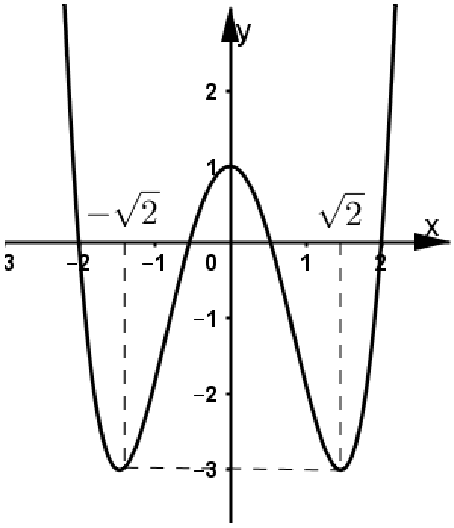
Lời giải

Để đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng khi phương trình $x^2-mx+m=0$ có nghiệm kép hoặc phương trình $x^2-mx+m=0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x=1$.

$$\left[\begin{array}{l} m^2-4m=0 \\ \begin{cases} m^2-4m>0 \\ 1-m+m=0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=4 \end{array}\right..$$

Vậy $m_1+m_2=4$.

Câu 2: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Phát biểu nào sau đây là đúng?



A. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(0;1)$, hai điểm cực tiểu là $\left(-\sqrt{2};-3\right)$, $\left(\sqrt{2};-3\right)$.

B. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1;0)$, hai điểm cực tiểu là $\left(-3;-\sqrt{2}\right)$, $\left(-3;\sqrt{2}\right)$.

C. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(0;1)$, hai điểm cực đại là $\left(-\sqrt{2};-3\right)$, $\left(\sqrt{2};-3\right)$.

D. Đồ thị hàm số không có điểm cực đại và có hai điểm cực tiểu là $\left(-\sqrt{2};-3\right)$, $\left(\sqrt{2};-3\right)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(0;1)$, hai điểm cực tiểu là $\left(-\sqrt{2};-3\right)$, $\left(\sqrt{2};-3\right)$.

Câu 3: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3-(m+1)x^2+3x+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 2(m+1)x + 3$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 9 \leq 0$

$\Leftrightarrow (m+1)^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq m+1 \leq 3 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 2$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ có 7 giá trị của m.

Câu 4: Cho hàm số $y = x^4 + 4x^2 + 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 4x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 5: Hàm số $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

$y = \dfrac{2x+3}{x+1} \Rightarrow y' = \dfrac{-1}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq -1$ nên hàm số không có điểm cực trị.

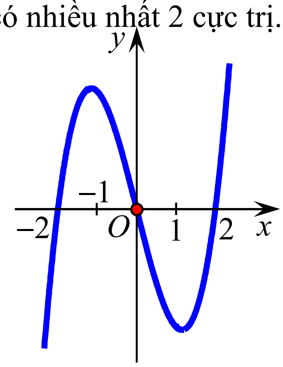
Câu 6: Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a \neq 0)$ có thể có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

$y' = 3ax^2 + 2bx + c$ là phương trình bậc hai nên có tối đa 2 nghiệm và nếu có 2 nghiệm thì $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ luôn đổi dấu qua 2 nghiệm đó, vì thế hàm số có thể có nhiều nhất 2 cực trị.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ là đường cong trong hình. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu, ta có: + Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

+ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right) \cup (1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right);(1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

Lời giải

+ Ta có: TXĐ $D = \mathbb{R}$.

+ $y' = 3x^2 - 4x + 1$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{array}\right.$.

+ Ta có BXD:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

+ Dựa vào BXD, ta có hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

Câu 9: Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		+	||	+	
y	2	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	2

A. $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.   **B.** $y = \dfrac{x-1}{2x+1}$.   **C.** $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$.   **D.** $y = \dfrac{x+2}{1+x}$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số không xác định tại $x=-1$ nên ta loại phương án **B** và **C**.

Mặt khác dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên hàm số phải có $y'>0,(\forall x\neq -1)$.

Xét phương án A: $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,(\forall x\neq -1)$.

Xét phương án D: $y=\dfrac{x+2}{1+x}$ có $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}<0,(\forall x\neq -1)$.

Vậy chọn **A**

Câu 10: Gọi M, n lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-3}{x-2}$ trên đoạn $\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $M+n=\dfrac{7}{2}$. **B.** $M+n=\dfrac{8}{3}$. **C.** $M+n=\dfrac{4}{3}$. **D.** $M+n=\dfrac{13}{6}$.

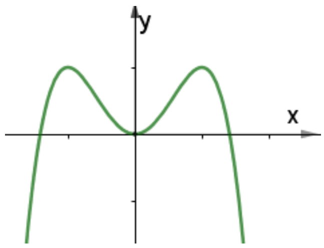
Lời giải

Trên $\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]$ ta có $y'=\dfrac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x^2-4x+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=3\notin\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]\end{array}\right.$.

Ta có $y'(-1)=\dfrac{2}{3}$; $y'(1)=2$; $y'\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{3}{2}$.

Vậy $M=\max\limits_{\left[-1;\frac{3}{2}\right]} y=2$; $n=\min\limits_{\left[-1;\frac{3}{2}\right]} y=\dfrac{2}{3}$ hay ta có $M+n=2+\dfrac{2}{3}=\dfrac{8}{3}$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng $f(x)$ là một trong bốn phương án đưa ra dưới đây. Tìm $f(x)$.



A. $f(x)=x^4+2x^2$. **B.** $f(x)=x^4-2x^2$.

C. $f(x)=-x^4+2x^2-1$. **D.** $f(x)=-x^4+2x^2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có: đồ thị đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ và hệ số $a<0$ nên ta chọn $f(x)=-x^4+2x^2$.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^2+1$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=-2x+1$. **D.** $y=-x^2+1$.

Lời giải

Nhận thấy hàm số $y = 2x+1$ có $y' = 2 > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = 2x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 13. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-1}{2x-1}$?

A. $y = \dfrac{3}{2}$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = \dfrac{1}{3}$. **D.** $y = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{3x-1}{2x-1} = \frac{3}{2}$$

Câu 14. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2+3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -3.
B. Cực tiểu của hàm số bằng 2.
C. Cực tiểu của hàm số bằng -6.
D. Cực tiểu của hàm số bằng 1.

Lời giải

+ Tập xác định : $D = \mathbb{R} \setminus -\{1\}$

$y' = \dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$, $\quad y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right.$

+ Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	
y		↘	-6	↗	‖	↘	2	↗	

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2-4)(x-5)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho có 5 điểm cực trị.
B. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.
C. Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.
D. Hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = \pm 2; x = 5$

Ta thấy $x = 0$ là nghiệm kép và $x = 5$ là nghiệm bội bốn nên $f'(x)$ không đổi dấu khi qua $x = 0$ và $x = 5$ nên hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 16: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{(x+3)^2}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. 13. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 2.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$y=\dfrac{x^2+6x+9}{x}=x+\dfrac{9}{x}+6 \Rightarrow y'=1-\dfrac{9}{x^2}$

Ta có: $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-3 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	12	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất là 12 khi $x=3$.

Câu 17: Cho hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4x^2-x+1}}{2x+1}$. Đồ thị hàm số đó có mấy tiệm cận (ngang và đứng) ?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Tập xác định của hàm số: $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$.

$\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^-} y=-\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{1}{2}$

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4x^2-x+1}}{2x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{|x|\sqrt{4-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x\left(2+\frac{1}{x}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{4-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x\left(2+\frac{1}{x}\right)}=1$$

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2-x+1}}{2x+1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|\sqrt{4-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x\left(2+\frac{1}{x}\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{4-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x\left(2+\frac{1}{x}\right)}=-1$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=-1$

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận (ngang và đứng).

Câu 18: Cho hàm số $y=\sqrt{x^2-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Lời giải

Ta có TXĐ $(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$.

$y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x^2-1}}\left(x^2-1\right)'=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

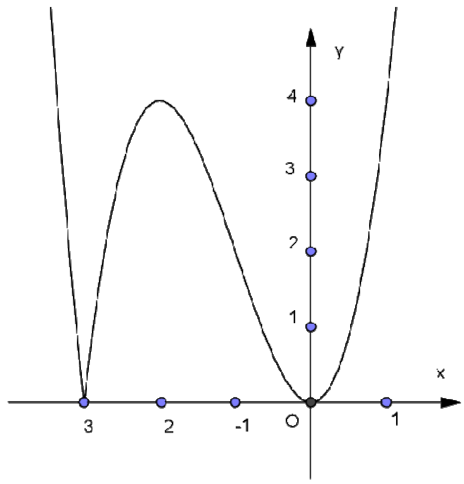
x	$-\infty$		-1	0	1		$+\infty$
y'		$-$				$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$				$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên của hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$

Câu 19: Đồ thị hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có bao nhiêu cực trị?

A. 0 . **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 1.

Lời giải



Dựa vào đồ thị hàm số có 3 cực trị.

Câu 20: Người ta muốn mạ vàng cho bề mặt phía ngoài của một cái hộp có hình dạng hộp đứng không nắp (không nắp trên, các bề mặt là phẳng), có đáy là một hình vuông. Tìm chiều cao của hộp để lượng vàng phải mạ là ít nhất, biết lớp mạ ở mọi nơi như nhau, giao giữa các mặt là không đáng kể và thể tích của hộp là $4\,\text{dm}^3$.

A. $0,5\,\text{dm}$. **B.** $1,5\,\text{dm}$. **C.** $2\,\text{dm}$. **D.** $1\,\text{dm}$.

Lời giải

Ta có $V=\frac{4}{3}\Leftrightarrow 2x^2h=\frac{4}{3}\Leftrightarrow h=\frac{2}{3x^2}$

Diện tích xung quang của bồn nước (không nắp). $S=2\left(xh+2xh\right)+2x^2=6xh+2x^2=\frac{4}{x}+2x^2$

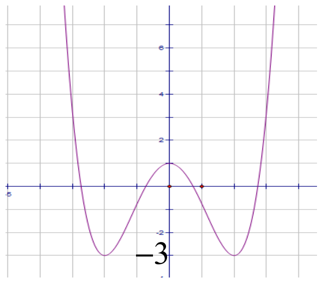
$S'=-\frac{4}{x^2}+4x; S'=0\Leftrightarrow x=1$

BBT

x	0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	6	$\nearrow$	$+\infty$

Để chi phí xây dựng là thấp nhất thì S phải nhỏ nhất. Ta có $MinS = 6\, khi\, x = 1$.

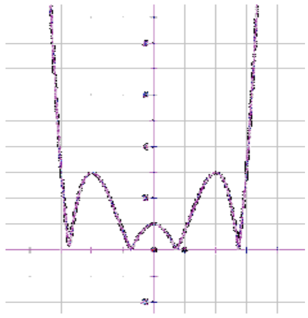
Câu 21. Hình vẽ bên là đồ thị hàm trùng phương. Tìm giá trị của m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right| = m$ có 4 nghiệm phân biệt



A. $m = 0$. **B.** $-3 < m < 1$.

C. $m = 0, m = 3$. **D.** $1 < m < 3$

Lời giải



Đồ thị hàm $y = \left|f\left(x\right)\right|$ có được bằng cách giữ phần đồ thị $f\left(x\right)$ nằm trên Ox và lấy đối xứng phần đồ thị của $f\left(x\right)$ nằm phía dưới Ox lên trên như hình vẽ.

$\Rightarrow$ Phương trình $\left|f\left(x\right)\right| = m$ có 4 nghiệm phân biệt khi $m = 0, m = 3$.

Câu 22. Gọi m_0 là giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 4$ có 3 điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m_0 \in \left(-5;-3\right)$. **B.** $m_0 \in \left(-\frac{3}{2};0\right)$. **C.** $m_0 \in \left(-3;-\frac{3}{2}\right)$. **D.** $m_0 \in \left(1;3\right)$.

Lời giải

$y = x^4 + 2mx^2 + 4 \Rightarrow y' = 4x^3 + 4mx$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4mx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = 4 \\ x = \sqrt{-m} \Rightarrow y = 4 - m^2 \\ x = -\sqrt{-m} \Rightarrow y = 4 - m^2 \end{array}\right. ;\ (m < 0)$$

Yêu cầu bài toán xảy ra khi $4 - m^2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2 \Rightarrow m = -2\,(m < 0)$

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $\left[-2017;2017\right]$ để hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$.

A. 2018. **B.** 2005. **C.** 2030. **D.** 2006.

Lời giải.

Ta có: $y' = 3x^2 - 12x + m$.

Hàm số đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$ khi và chỉ khi

$y' \geq 0, \forall x \in \left(0;+\infty\right) \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + m \geq 0, \forall x \in \left(0;+\infty\right)$.

Do đó $m \geq -3x^2 + 12x, \forall x \in \left(0;+\infty\right) \Leftrightarrow m \geq \max\limits_{(0;+\infty)} g\left(x\right)$ với $g\left(x\right) = -3x^2 + 12x$.

Ta có: $g(x)=-3(x-2)^2+12\le 12,\forall x\in(0;+\infty)$ nên $\max\limits_{(0;+\infty)} g(x)=12=g(2)$.

Vậy $m\ge 12$.

Số các số nguyên m cần tìm là: $2017-12+1=2006$.

Câu 24. Tìm các giá trị thực của m để đường thẳng $y=x+m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=2\sqrt{3}$.

A. $m=2\pm\sqrt{3}$. **B.** $m=4\pm\sqrt{3}$. **C.** $m=4\pm\sqrt{10}$. **D.** $m=2\pm\sqrt{10}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x+1}=x+m-1\Leftrightarrow\begin{cases}2x+1=(x+1)(x+m-1)\\ x\ne -1\end{cases}$

$$\Leftrightarrow x^2+(m-2)x+m-2=0 \quad (1)$$

Hai đồ thị đã cho cắt nhau tại hai điểm phân biệt A,B khi

$$\Delta=(m-2)^2-4(m-2)>0\Leftrightarrow m>6\vee m<2 \qquad (*)$$

Gọi $A(x_1;x_1+m-1),B(x_2;x_2+m-1)$.

Khi đó: $AB=2\sqrt{3}\Leftrightarrow AB^2=12\Leftrightarrow 2(x_2-x_1)^2=12\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=6$

$\Leftrightarrow (m-2)^2-4(m-2)=6\Leftrightarrow m^2-8m+6=0\Leftrightarrow m=4\pm\sqrt{10}$ (**)

Từ (*) và (**) suy ra $m=4\pm\sqrt{10}$.

Câu 25: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=x^4+2(m+2)x^2-4(m+3)x+1$ có ba cực trị

A. $m>-\dfrac{13}{4}$. **B.** $m<\dfrac{13}{4}$. **C.** $m\in(-\infty,-5)\cup(-5,-\dfrac{11}{4})$. **D.** $m<-\dfrac{11}{4}$.

Lời giải

Ta có : $y'=4x^3+4(m+2)x-4(m+3)=4(x-1)(x^2+x+m+3)$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ g(x)=x^2+x+m+3=0(*)\end{array}\right.$

ycbt $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ m+5\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-4m-12>0\\ m\ne -5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<-\dfrac{11}{4}\\ m\ne -5\end{cases}$.

Câu 26: Tính thể tích khối lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{3}$

A. $V=\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=27a^3$. **C.** $V=9a^3$. **D.** $V=3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Ta có $V = \left(a\sqrt{3}\right)^3 = 3\sqrt{3}a^3$

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = DB = DC$, tam giác ABC vuông tại A. Chân đường cao của tứ diện xuất phát từ đỉnh D là điểm nào ?

A. Điểm B.
B. Điểm A.
C. Trọng tâm tam giác ABC.
D. Trung điểm BC.

Lời giải:

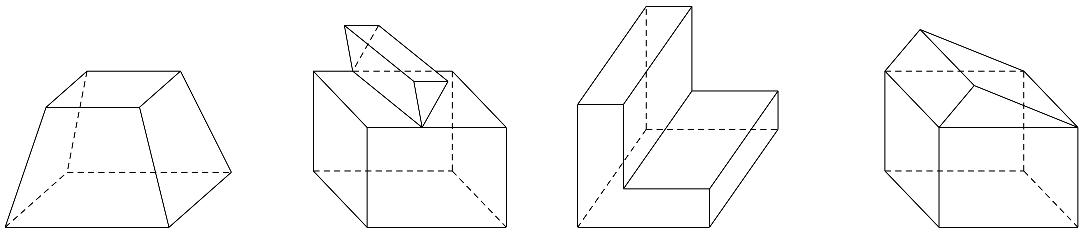
Gọi H là chân đường cao của tứ diện xuất phát từ đỉnh D $\Rightarrow DH \perp (ABC)$

Suy ra các tam giác vuông $\Delta DHA = \Delta DHB = \Delta DHC$

$\Rightarrow HA = HB = HC \Rightarrow H$ là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông ABC.

Vậy H là trung điểm BC.

Câu 28: Cho các hình khối sau:



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

Hỏi có bao nhiêu khối đa diện lồi?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải:

Ta thấy Hình 1 và Hình 4 là các khối đa diện lồi.

Câu 29: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Tồn tại khối chóp tứ giác đều là khối đa diện đều.
B. Tồn tại khối hộp là khối đa diện đều.
C. Tồn tại khối tứ diện là khối đa diện đều.
D. Tồn lại khối lăng trụ đều là khối đa diện đều.

Lời giải

Phương án A sai vì mặt đáy là tứ giác đều còn mặt bên là tam giác đều (vi phạm tính chất mỗi mặt là một đa giác đều của cùng 1 số cạnh).
Phương án B, D đúng vì tồn tại khối lập phương là khối đa diện đều loại $\{4;3\}$.
Phương án C đúng vì tồn tại khối tứ diện đều là khối đa diện đều loại $\{3;3\}$.

Câu 30: Cho hình 20 mặt đều có cạnh bằng 2. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $S = 10\sqrt{3}$. **B.** $S = 20\sqrt{3}$. **C.** $S = 10$. **D.** $S = 20$.

Lời giải

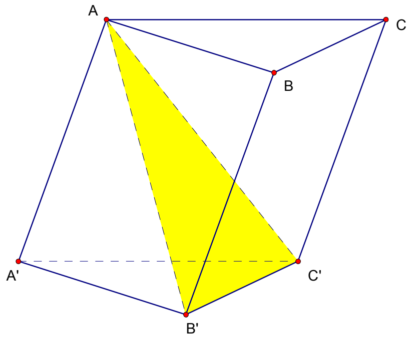
Khối đa diện 20 mặt đều có mỗi mặt là một tam giác đều cạnh bằng 2. Do đó tổng diện tích tất cả các mặt là : $S=20.\frac{\sqrt{3}}{4}2^2=20\sqrt{3}$.

Câu 31: Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các loại khối đa diện nào?

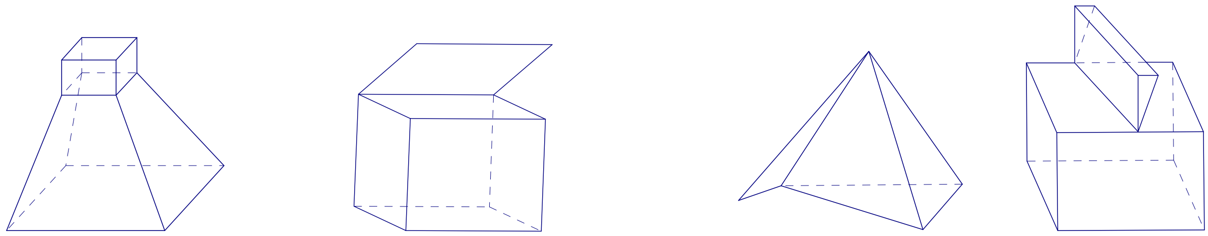
A. Hai khối chóp tam giác.
B. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
C. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
D. Hai khối chóp tứ giác.

Lời giải

Từ hình vẽ suy ra mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành một khối chóp tam giác $A.A'B'C'$ và một khối chóp tứ giác $A.BCC'B'$



Câu 32: Cho các hình khối sau:



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

Hình nào là hình đa diện ?

A. Hình 2. **B.** Hình 1. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải

Hình 2 và hình 3 tồn tại một cạnh không là cạnh chung của đúng hai đa giác.
Hình 4 tồn tại một cạnh là cạnh chung của 4 đa giác.

Câu 33: Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

A. 14. **B.** 12. **C.** 13. **D.** 11.

Lời giải

Đếm cẩn thận số mặt ta được 12 mặt.

Câu 34: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng S; chiều cao bằng h và thể tích bằng V. Trong các đẳng thức dưới đây, hãy tìm đẳng thức đúng ?

A. $S=\frac{3V}{h}$. **B.** $S=\frac{1}{3}V.h$. **C.** $S=\frac{V}{h}$. **D.** $S=V.h$.

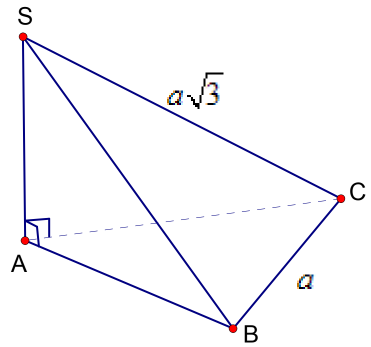
Lời giải

Ta có đối với khối lăng trụ $V=S.h\Rightarrow S=\frac{V}{h}$.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC=a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải



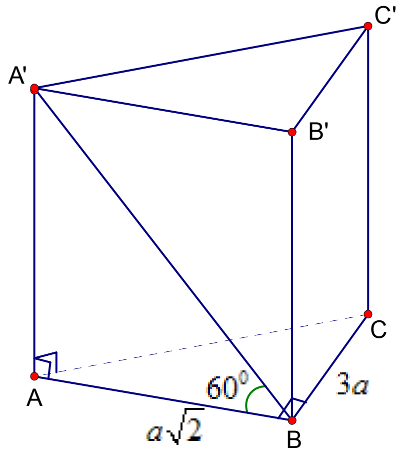
Có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABC)\\(SAC)\perp(ABC)\\(SAB)\cap(SAC)=SA\end{cases}\Rightarrow SA\perp(\text{ABC})$.

Vậy $V_{SABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}\sqrt{SC^2-AC^2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{1}{3}\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2-a^2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 36. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a\sqrt{2}, BC=3a$. Góc giữa cạnh $A'B$ và mặt đáy là 60^0. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $3a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $4a^3\sqrt{3}$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} A'B \cap (ABC) = B \\ A'A \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow \widehat{\left(A'B,(ABC)\right)} = \widehat{\left(A'B,AB\right)} = \widehat{A'BA} = 60^0$.

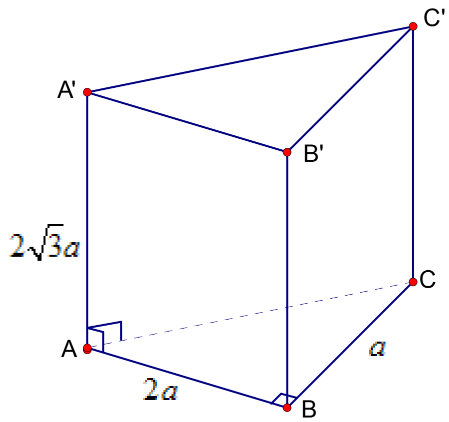
Xét $\Delta A'AB$ vuông tại A, chiều cao khối lăng trụ $h = AA' = AB.\tan 60^0 = a\sqrt{2}.\sqrt{3} = a\sqrt{6}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = h.S_{ABC} = a\sqrt{6}.\frac{1}{2}.\mathrm{BA}.\mathrm{BC} = a\sqrt{6}.\frac{1}{2}.a\sqrt{2}.3a = 3a^3\sqrt{3}$.

Câu 37: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = 2a, BC = a$, $AA' = 2\sqrt{3}a$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $2\sqrt{3}a^3$ **B.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ **D.** $4\sqrt{3}a^3$

Lời giải



Theo giả thuyết ta có $AA' = 2\sqrt{3}a$ là chiều cao của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

ΔABC vuông tại $B \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{1}{2}.2a.a = a^2$

$\Rightarrow$ Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là : $V = AA'.S_{\Delta ABC} = 2\sqrt{3}a.a^2 = 2\sqrt{3}a^3$

Câu 38: ả ếu chiều cao và cạnh đáy của một hình chóp tam giác đều cùng tăng lên hai lần thì thể tích của nó tăng lên mấy lần?

A. 9 lần. **B.** 16 lần. **C.** 8 lần. **D.** 4 lần.

Lời giải

Giả sử hình chóp tam giác đều ban đầu có chiều cao h và cạnh đáy là a

$\Rightarrow$ Diện tích đáy $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow$ Thể tích $V = \dfrac{1}{3}h.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}.a^2.h}{12}$

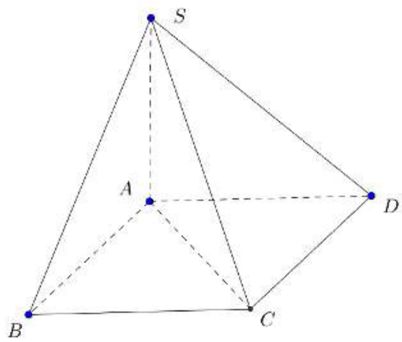
Khi tăng chiều cao lên hai lần và cạnh đáy tăng lên hai lần thì thể tích khối chóp tam giác đều mới là: $V_1 = \dfrac{1}{3}(2h).\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = 8.\dfrac{\sqrt{3}.a^2.h}{12} = 8V$

$\Rightarrow$ Thể tích tăng lên 8 lần

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{5}$, SA vuông góc với đáy, $SA = 2a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a

A. $\dfrac{10a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{10}}{3}$. **D.** $5a^3\sqrt{2}$.

Lời giải



Ta có $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}2a\sqrt{2}.\left(a\sqrt{5}\right)^2 = \dfrac{10\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$. Trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C' sao cho $SA = 2SA'$, $SB = 3SB'$, $SC = 3SC'$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối chóp $S.A'B'C'$, $S.ABC$. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. 9. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** 18. **D.** $\dfrac{1}{18}$.

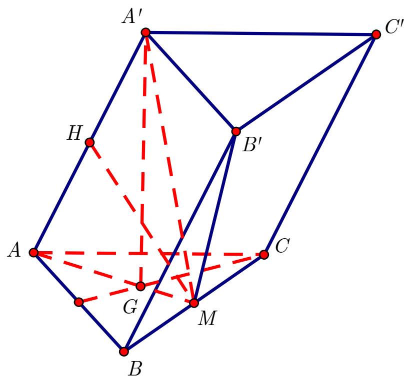
Lời giải

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{3} = \frac{1}{18}$$

Câu 41: Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCA'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải



M là trung điểm của BC thì $BC \perp (AA'M)$.

Gọi MH là đường cao của tam giác $A'AM$ thì $MH \perp A'A$ và $HM \perp BC$ nên HM là khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC.

Ta có: $A'A.HM = A'G.AM \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{3}}{4}.A'A = \frac{a\sqrt{3}}{2}\sqrt{A'A^2 - \frac{a^2}{3}}$

$\Leftrightarrow A'A^2 = 4\left(A'A^2 - \frac{a^2}{3}\right) \Leftrightarrow 3A'A^2 = \frac{4a^2}{3} \Leftrightarrow A'A^2 = \frac{4a^2}{9} \Leftrightarrow A'A = \frac{2a}{3}$.

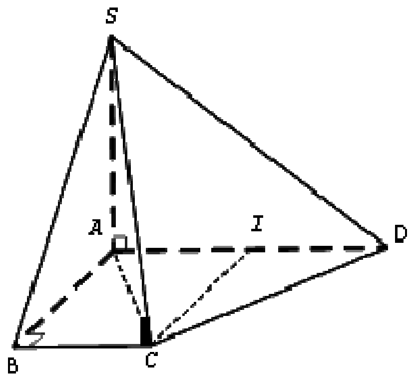
Đường cao của của khối lăng trụ $ABCA'B'C'$ là $A'G = \sqrt{\frac{4a^2}{9} - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a}{3}$.

Thể tích $V_{ABCA'B'C'} = \frac{a}{3}.\frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 42: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$, mặt phẳng (SCD) hợp với đáy một góc 60^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm AD, suy ra $CI = AB = a = \frac{1}{2}AD$.

Do đó tam giác ACD vuông tại C.

Suy ra $CD \perp AC$ nên $\widehat{\left((SCD),(ABCD)\right)} = \widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA} = 60^0$.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông SAC, ta có $SA = AC.\tan\widehat{SCA} = a\sqrt{6}$.

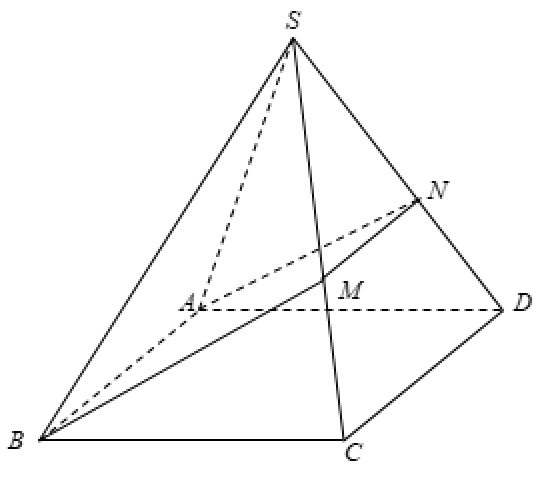
Diện tích hình thang $ABCD$ là: $S_{ABCD} = \frac{(AD+BC)AB}{2} = \frac{3a^2}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.\frac{3a^2}{2}a\sqrt{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (α) đi qua A, B và trung điểm M của SC. Mặt phẳng (α) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 với $V_1 < V_2$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{8}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{8}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$.

Lời giải



Giả sử $MN = (\alpha) \cap (SCD) \Rightarrow MN \,//\, CD$ và $\frac{SM}{SC} = \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}$.

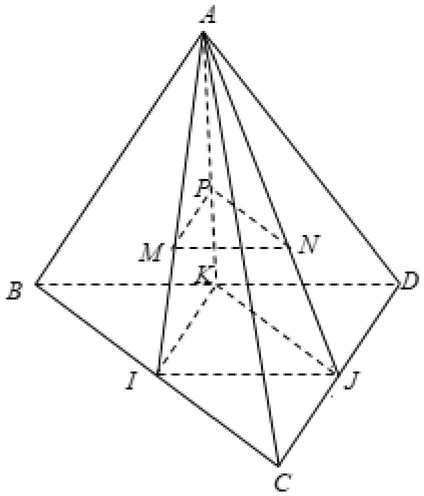
Ta có: $\frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.ABM} + V_{S.AMN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.ABM}}{2V_{S.ABC}} + \frac{V_{S.AMN}}{2V_{S.ACD}} = \frac{1}{2}.\frac{SM}{SC} + \frac{1}{2}\frac{SM}{SC}\frac{SN}{SD} = \frac{3}{8}$.

Suy ra: $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{5}$.

Câu 44: Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB=6a$, $AC=9a$, $AD=3a$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ADB. Tính thể tích của khối tứ diện $AMNP$.

A. $V=8a^3$. **B.** $V=6a^3$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=4a^3$.

Lời giải



Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm BC, CD, DB.

Ta có: $\frac{V_{A.MNP}}{V_{A.IJK}}=\frac{AM}{AI}\cdot\frac{AN}{AJ}\cdot\frac{AP}{AK}=\frac{8}{27}$.

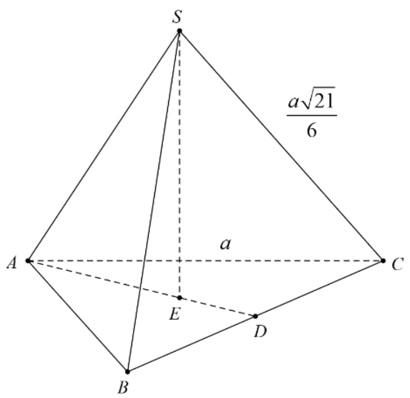
Mặt khác: $S_{\Delta IJK}=\frac{1}{4}S_{\Delta BCD}\Rightarrow V_{A.IJK}=\frac{1}{4}V_{A.BCD}$.

Suy ra: $V_{A.MNP}=\frac{2}{27}V_{A.BCD}=\frac{2}{27}\cdot\frac{1}{6}AB.AC.AD=2a^3$.

Câu 45: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải



Ta có $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

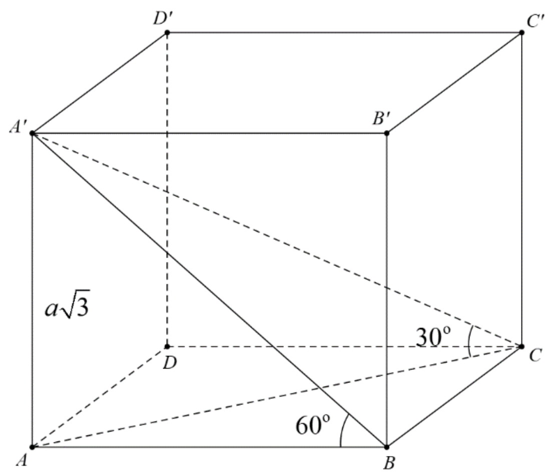
Xét tam giác vuông SEC có $SE = \sqrt{SC^2 - EC^2} = \sqrt{\dfrac{21a^2}{36} - \dfrac{3a^2}{9}} = \dfrac{a}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $V = \dfrac{1}{3}\dfrac{a}{2}\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}(dvtt)$.

Câu 46: Tính theo a thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết rằng mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60^o, $A'C$ hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 30^o và $AA' = a\sqrt{3}$

A. $V = 2a^3\sqrt{6}$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V = 2a^3\sqrt{2}$.

Lời giải



Xét tam giác vuông $A'AB$ c

Xét tam giác vuông $A'AC$ c

AC

Vậy $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a\sqrt{2}$.

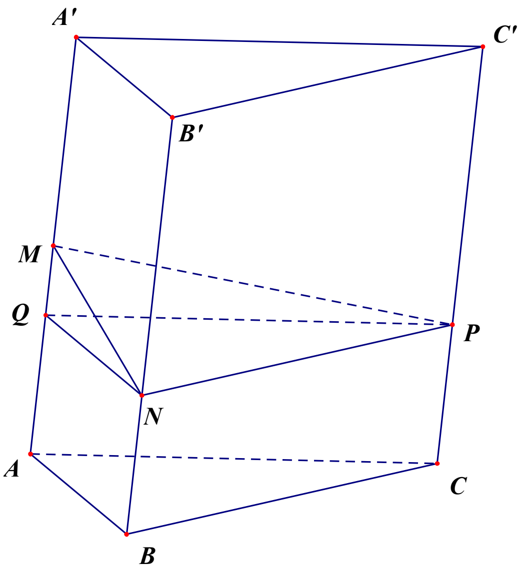
$S_{ABCD} = 2a\sqrt{2}.a = 2a^2\sqrt{2}$.

Vậy $V = 2a^3\sqrt{6}$.

Câu 47: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\dfrac{AM}{AA'} = \dfrac{1}{2}$, $\dfrac{BN}{BB'} = \dfrac{CP}{CC'} = \dfrac{1}{3}$. Tính thể tích V' của khối đa diện $ABC.MNP$ theo V.

A. $V' = \dfrac{7}{18}V$. **B.** $V' = \dfrac{2}{3}V$. **C.** $V' = \dfrac{11}{18}V$. **D.** $V' = \dfrac{9}{16}V$.

Lời giải



Gọi Q là điểm thuộc cạnh AA' sao cho $\frac{AQ}{AA'}=\frac{1}{3}$. Suy ra thể tích khối đa diện $ABC.QNP$ bằng $\frac{1}{3}V$;

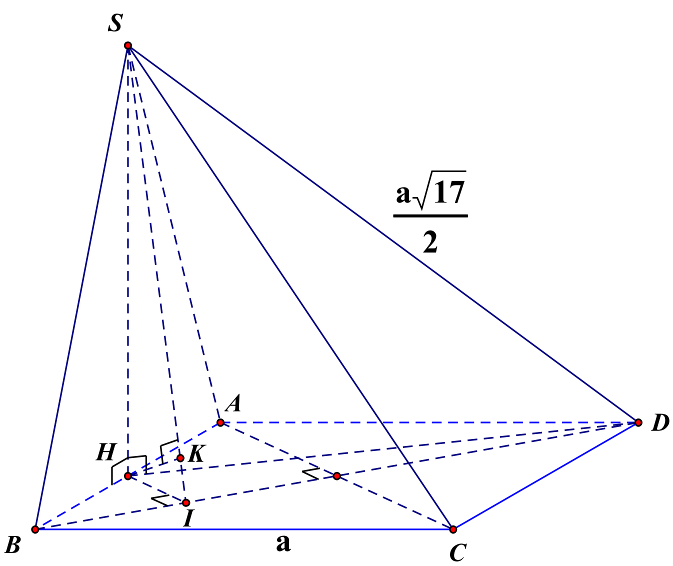
Mặt khác thể tích khối tứ diện $V_{MQNP}=\frac{1}{18}V$ (hai khối $ABC.A'B'C'$ và khối $M.QNP$ có cùng diện tích đáy và chiều cao khối $ABC.A'B'C'$ gấp 6 lần chiều cao khối $M.QNP$).

Vậy $V_{ABC.MNP}=V_{ABC.QNP}-V_{MQNP}=\frac{7}{18}V$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SD=\frac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của cạnh AB. Tính chiều cao của khối chóp $H.SBD$ theo a.

A. $\frac{a\sqrt{21}}{5}$. **B.** $\frac{3a}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải



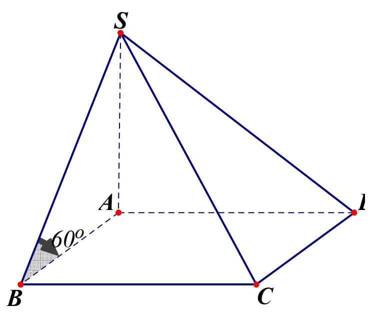
Ta có, $HD=\sqrt{HA^2+AD^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}a$; $SH=\sqrt{SD^2-HD^2}=a\sqrt{3}$. Kẻ HI vuông góc với BD tại I thì hai mặt phẳng (SHI) và (SBD) vuông góc nhau theo giao tuyến SI và $HI=\frac{1}{4}AC=\frac{a\sqrt{2}}{4}$. Kẻ HK vuông góc với SI tại K thì đường cao của hình chóp $H.SBD$ bằng HK.

Mà $\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HI^2}$ $\Rightarrow HK=\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh a, tâm O. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $ABCD$. Cạnh bên SB tạo với đáy (ABC) một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải



góc $(SB,(ABCD))$ =góc$(SB,AB)=\widehat{SBA}=60°$

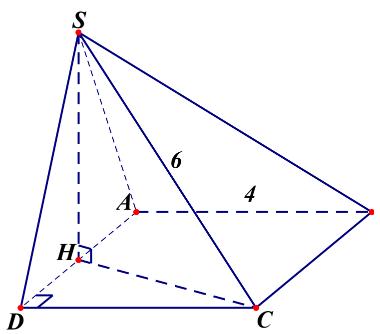
$SA=AB.\tan 60°=a\sqrt{3}$

Thể tích $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có dáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=4$, $SC=6$ và mặt bên (SAD) là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V_{\max}=\frac{80}{3}$. **B.** $V_{\max}=80$. **C.** $V_{\max}=40$. **D.** $V_{\max}=\frac{40}{3}$.

Lời giải



Đặt $x=AD>0$ $\Rightarrow DH=\frac{x}{2}$

$HC=\sqrt{DH^2+DC^2}=\sqrt{\frac{x^2}{4}+16}$

$\Rightarrow SH=\sqrt{SC^2-HC^2}=\sqrt{20-\frac{x^2}{4}}$

Thể tích $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\frac{1}{3}.4x.\sqrt{20-\frac{x^2}{4}}$

$=\frac{4}{3}.2.\sqrt{\frac{x^2}{4}\left(20-\frac{x^2}{4}\right)}$

Theo BĐT Cauchy $2.\sqrt{\frac{x^2}{4}\left(20-\frac{x^2}{4}\right)} \le 20 \Rightarrow V \le \frac{80}{3}$