ĐỀ THÁNG 10 - TRƯỜNG THPT NGUYỄN THÁI HỌC – VĨNH PHÚC

Câu 1. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x-2}$ và đường thẳng $y=x+1$ là

A. $(2;-3)$. **B.** $(3;1)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 2. Hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đồng biến trên các khoảng

A. $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$ và $(0;+\infty)$.

C. $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 3. Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{2x-\sqrt{2x-1}}$ là:

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x-2}{x-1}$.

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x+3}{2x-1}$. Biết số nguyên dương m là giá trị để đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+mx-2m}$ có đúng một đường tiệm cận đứng. Khi đó giá trị của $f(m)$ gần với giá trị nào nhất sau đây?

A. 5. **B.** 1. **C.** -3. **D.** -11.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{2a^3}{9}$. Tính SA?.

A. $\dfrac{2a}{3}$. **B.** $\dfrac{a}{3}$. **C.** $\dfrac{2a}{9}$. **D.** $\dfrac{3a}{2}$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^3(x-3)^2(2x-1)$. Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 9. Số giao điểm của đường thẳng $y=x+2$ và đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x-1}$ là.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 10. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x-1}$ tại giao điểm của nó với trục tung có phương trình là.

A. $y=-x+2$. **B.** $y=x-2$. **C.** $y=x+2$. **D.** $y=-x-2$.

Câu 11. Nhân dịp chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20/11/2017 đoàn trường THPT Nguyễn Thái Học tổ chức giải bóng đá nam theo thể thức vòng tròn tính điểm, mỗi đội gặp nhau đúng 1 lần. Hỏi cần tổ chức bao nhiêu trận đấu ? Biết rằng mỗi khối thành lập 3 đội tham gia.

A. 9. **B.** 18. **C.** 72. **D.** 36.

Câu 12. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+(m+1)x+1$ có đồ thị (C). Tìm m để đường thẳng $d: y=x+1$ cắt (C) tại ba điểm phân biệt $P(0;1)$; M ; N sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN bằng $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ (với O là gốc tọa độ). Giá trị m cần tìm là

A. $m=-2$. **B.** $m=\frac{9}{4}$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-3$.

Câu 13. Điểm cực tiểu của hàm số $y=-x^3+3x^2+1$ là:

A. $(0;1)$. **B.** $x=0$. **C.** $(2;5)$. **D.** $x=2$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $20a^3$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh BC, SC. Tính thể tích V của khối tứ diện $BAMN$.

A. $V=\frac{20a^3}{3}$. **B.** $V=5a^3$. **C.** $V=4a^3$. **D.** $V=\frac{20a^3}{6}$.

Câu 15. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-8x^2+5$ trên đoạn $[-1;1]$ là

A. $\max\limits_{[-1;1]} y=5, \min\limits_{[-1;1]} y=-11$. **B.** $\max\limits_{[-1;1]} y=5, \min\limits_{[-1;1]} y=-2$.

C. $\max\limits_{[-1;1]} y=-2, \min\limits_{[-1;1]} y=-11$. **D.** $\max\limits_{[-1;1]} y=14, \min\limits_{[-1;1]} y=-2$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-5$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=5$ và $y=-5$.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=5$ và $x=-5$.

Câu 17. Giả sử hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1

Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt là:

A. $(-2;0)\cup\{1\}$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-2;0]\cup\{1\}$. **D.** $(-2;0]$.

Câu 18. Hàm số $y=\frac{3x-1}{x+1}$ có đồ thị (H). Goi M là điểm bất kì và M thuộc (H). Khi đó tích các khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của (H) bằng:

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 19. Cho hàm số $y=-x^3+(2m-1)x^2-(2-m)x-2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có cực đại, cực tiểu.

A. $m \in \left(-1;\dfrac{5}{4}\right)$.

B. $m \in (-\infty;-1)$.

C. $m \in (-\infty;-1) \cup \left(\dfrac{5}{4};+\infty\right)$.

D. $m \in (-1;+\infty)$.

Câu 20. Tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=(mx+1)(x^2-2x-3)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt là:

A. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \\ m \neq 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 1 \\ m \neq -\dfrac{1}{3} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 1 \\ m \neq -3 \end{cases}$.

D. $m \neq 0$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $4a^3$.

B. $\dfrac{a^3}{3}$.

C. $\dfrac{2a^3}{3}$.

D. $\dfrac{4a^3}{3}$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	↘	1	↗	2	↘	1	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $x_0=1$ được gọi là điểm cực đại của hàm số.

B. $f(-1)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.

C. $M(0;2)$ được gọi là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 23. Tính giá trị của biểu thức $C_{2018}^0+C_{2018}^2+C_{2018}^4+....+C_{2018}^{2018}$

A. 2^{2016}.

B. 2^{2018}.

C. 2^{2017}.

D. 2^{1007}.

Câu 24. Hàm số $y=\sin 2x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

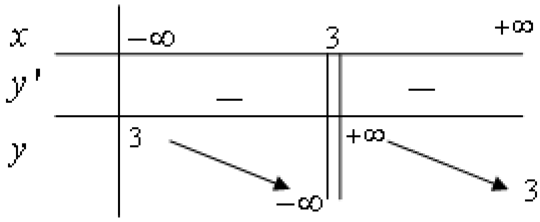
A. $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$.

B. $\left(\pi;\dfrac{3\pi}{2}\right)$.

C. $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

D. $\left(\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right)$.

Câu 25. Hàm số có bảng biến thiên như hình bên là

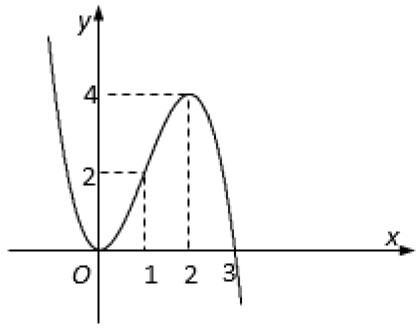


A. $y=\dfrac{3x-10}{x-3}$. **B.** $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$. **C.** $y=\dfrac{3x-3}{x+3}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{x-3}$.

Câu 26. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+m^2-m+1$ (1). Tìm tập các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị A,B sao cho diện tích tam giác ABC bằng 21 với $C(-2;4)$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=-4 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-5 \\ m=4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=4 \end{array}\right.$.

Câu 27. Đồ thị sau đây là của hàm số nào ?



A. $y=x^3-3x^2$. **B.** $y=-x^3+3x^2$. **C.** $y=x^3+3x^2$. **D.** $y=-x^3-3x^2$.

Câu 28. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-x+5$ tại điểm có hoành độ bằng 1 .

A. $y=2x+3$. **B.** $y=-2x+8$. **C.** $y=2x+5$. **D.** $y=2x-8$.

Câu 29. Đường thẳng $y=-3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

A. $y=\dfrac{1+x}{1-3x}$. **B.** $y=\dfrac{3x+3}{3+x}$. **C.** $y=\dfrac{3-3x}{x+3}$. **D.** $y=\dfrac{-3x+2}{1-x}$

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+2}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số không có điểm cực trị.

B. Hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $A(0;2)$.

D. Đồ thị hàm số luôn nhận điểm $I(-2;1)$ làm tâm đối xứng.

Câu 31. Biết rằng $b>0, a+b=5$ và $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=2$. Khẳng định nào dưới đây ***sai***?

A. $1 \le a \le 3$. **B.** $b > 1$. **C.** $a^2 + b^2 > 10$. **D.** $a - b < 0$.

Câu 32. Cho số phức $z = \dfrac{i-m}{1-m(m-2i)}$, trong đó m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho $|z-i| \le \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Hỏi tập S có tất cả bao nhiêu phần tử nguyên?

A. 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 33. Một ban đại diện gồm 5 người được thành lập từ 10 người có tên sau đây:
Liên, Hoa, Hằng, Thu, Nhi, An, Hà, Thanh, Hạnh, Kim. Xác suất để ít nhất ba người trong ban đại diện có tên bắt đầu bằng chữ H là:

A. $\dfrac{5}{252}$. **B.** $\dfrac{5}{21}$. **C.** $\dfrac{53}{84}$. **D.** $\dfrac{11}{42}$.

Câu 34. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hình chóp tam giác đều là hình chóp có bốn mặt là các tam giác đều.

B. Mỗi khối đa diện đều là một khối đa diện lồi.

C. Chỉ có năm loại khối đa diện đều.

D. Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của đúng hai mặt.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, sao cho ba điểm $A(0;0;1)$, $B(-1;-2;0)$ và $C(2;1;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = \dfrac{1}{3} + 5t \\ y = -\dfrac{1}{3} - 4t \\ z = 3t \end{cases};(t \in R)$.

B. $\begin{cases} x = \dfrac{1}{3} - 5t \\ y = -\dfrac{1}{3} - 4t \\ z = 3t \end{cases};(t \in R)$.

C. $\begin{cases} x = \dfrac{1}{3} + 5t \\ y = -\dfrac{1}{3} + 4t \\ z = 3t \end{cases};(t \in R)$.

D. $\begin{cases} x = \dfrac{1}{3} - 5t \\ y = -\dfrac{1}{3} - 4t \\ z = -3t \end{cases};(t \in R)$.

Câu 36. Biết rằng phương trình $2\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}}\left(1-\sqrt{x}\right) = \dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}\left(x - 2\sqrt{x} + 2\right)$ có nghiệm duy nhất có dạng $a + b\sqrt{3}$ với $a, b \in Z$. Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 2$. **B.** $S = -2$. **C.** $S = -6$. **D.** $S = 6$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh $2a$, góc $\widehat{BAD}=120^o$ Các mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. Hãy tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng SB và AC theo a.

A. $h=\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $h=\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $h=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 38. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a,b,c thì độ dài đường chéo là

A. $\sqrt{a^2+b^2-c^2}$. **B.** $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. **C.** $\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$. **D.** $\sqrt{a^2+b^2-2c^2}$.

Câu 39. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Mặt phẳng (AB'C') tạo với mặt đáy góc $60°$ và điểm G là trọng tâm tam giác ABC. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $G.A'B'C'$ bằng:

A. $\frac{85a}{108}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{31a}{36}$.

Câu 40. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=e^{3\log_x y}+\frac{12}{y^{\frac{1}{\ln x}}}$ với $0<x\neq 1$ và $y>0$.

A. $P_{\min}=8\sqrt{3}$. **B.** $P_{\min}=e^2\sqrt{3}$. **C.** $P_{\min}=8\sqrt{2}$. **D.** $P_{\min}=4\sqrt{6}$.

Câu 41. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\frac{3}{x}-\left(1+\sqrt{3}\right)^2$ trên khoảng $(0;+\infty)$

A. $-1+\sqrt{3}$. **B.** Không tồn tại. **C.** 0. **D.** -4.

Câu 42. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60^0, cạnh $AB=a$.Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\sqrt{3}a^3$ **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

Câu 43. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$y'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$y(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Cho các mệnh đề:

(I) Hệ số $b<0$ (II) Hàm số có $y_{CD}=2; y_{CT}=-2$ (III) $y''(0)<0$ (IV) Hệ số $c=0; d=1$

Có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 2 **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=60^0, \widehat{BSC}=90^0, \widehat{CSA}=120^0$ và các cạnh $SA=2$, $SB=3$, $SC=4$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **B.** 12. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 8.

Câu 45. Cho hình lập phương $ABCDA'B'C'D'$ cạnh a. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCA'B'C'$?

A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** a^3.

Câu 46. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC. Biết tam giác SBC là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa SA và (ABC)?

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 75^0.

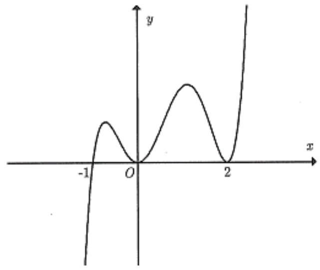
Câu 47: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc, góc $\widehat{OCB}=60^0$, góc $\widehat{ABO}=30^0$ và $AC=a\sqrt{6}$. Điểm M nằm trên cạnh AB sao cho $AM=2\ BM$. Tính góc giữa hai đường thẳng CM và OA.

A. $\arctan\sqrt{21}$. **B.** $\arctan\dfrac{1}{\sqrt{21}}$. **C.** $\arctan\dfrac{1}{\sqrt{7}}$. **D.** $\arctan\dfrac{\sqrt{21}}{3}$.

Câu 48: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng K.

Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên khoảng K.

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ trên là).



A. 0 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 1

Câu 49. Cho hàm số $y=\dfrac{3\sin 2x+\cos 2x}{\sin 2x+4\cos^2 x+1}$. Tìm m để $y\le m+1$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m\ge\dfrac{\sqrt{65}-9}{2}$. **B.** $m\ge\dfrac{\sqrt{65}}{4}$. **C.** $m\ge\dfrac{\sqrt{65}-9}{4}$. **D.** $m\ge\dfrac{\sqrt{65}+9}{4}$.

Câu 50. Một viên đạn được bắn ra với vận tốc ban đầu $v_0>0$ từ một nòng súng đặt ở gốc tọa độ O nghiêng một góc α với mặt đất (nòng súng nằm trong mặt phẳng thẳng đứng Oxy và tạo với trục hoành Ox góc α). Biết quỹ đạo chuyển động của viên đạn là parabol (Γ)

$(\gamma_\alpha): y=-\dfrac{g}{2v_0^2}\left(1+\tan^2\alpha\right)x^2+x\tan\alpha$ (với g là gia tốc trọng trường) và giả sử rằng quỹ đạo lấy luôn tiếp xúc với parabol *an toàn* $(\Gamma): y=-\dfrac{g}{2v_0^2}x^2+\dfrac{v_0^2}{2g}$. Tọa độ tiếp điểm khi $\alpha\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ là:

A. $M\left(-\dfrac{v_0^2}{g\tan\alpha};\dfrac{v_0^2}{2g}\left(1-\cot^2\alpha\right)\right)$. **B.** $M\left(\dfrac{v_0^2}{g\tan\alpha};\dfrac{v_0^2}{2g}\left(1-\dfrac{1}{\tan^2\alpha}\right)\right)$.

C. $M\left(\dfrac{v_0^2}{\tan\alpha};\dfrac{v_0^2}{2}\left(\dfrac{-g}{\tan^2\alpha}+\dfrac{1}{g}\right)\right)$. **D.** $M\left(\dfrac{v_0^2}{\tan\alpha};\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{v_0^2}{g}-\dfrac{g}{\tan\alpha}\right)\right)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.B	4.C	5.A	6.A	8.A	9.A	10.A	11.D
12.D	13.B	14.B	15.B	16.C	17.D	18.D	19.C	20.B	21.D
22.A	23.C	24.C	25.B	26.A	27.B	28.A	29.C	30.C	31.D
32.D	33.D	34.A	35.A	36.A	37.B	38.B	39.D	40.C	41.D
42.C	43.C	44.C	45.B	46.B	47.A	48.D	49.C	50.B	

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x-2}$ và đường thẳng $y=x+1$ là

A. $(2;-3)$. **B.** $(3;1)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x-2}$ và đường thẳng $y=x+1$ là nghiệm của phương trình

$$\frac{x^2-2x-3}{x-2}=x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ x=-1 \end{cases} \Leftrightarrow x=-1 \Rightarrow y=0$$

Vậy tọa độ giao điểm là $(-1;0)$.

Câu 2. Hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đồng biến trên các khoảng

A. $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$ và $(0;+\infty)$.

C. $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-6x$, $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$, $(2;+\infty)$.

Câu 3. Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{2x-\sqrt{2x-1}}$ là:

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x+1}{2x-\sqrt{2x-1}}=2$ do đó hàm số chỉ có 1 tiệm cận ngang.

Câu 4. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x-2}{x-1}$.

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to1^-}(x-1)=0;\lim\limits_{x\to1^-}(x-2)=-1<0$ mà $x-1<0$ nên $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x-2}{x-1}=+\infty$

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x+3}{2x-1}$. Biết số nguyên dương m là giá trị để đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+mx-2m}$ có đúng một đường tiệm cận đứng. Khi đó giá trị của $f(m)$ gần với giá trị nào nhất sau đây?

A. 5. **B.** 1. **C.** -3. **D.** -11.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+mx-2m}$ có đúng một đường tiệm cận

khi $x^2+mx-2m=0$ có nghiệm duy nhất khác -1 và -2 hoặc $x^2+mx-2m=0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng -1 hoặc -2.

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m^2+8m=0\\ -\dfrac{m}{2}\neq-1\\ -\dfrac{m}{2}\neq-2\end{cases}\\ \begin{cases}m^2+8m>0\\ 1-m-2m=0\end{cases}\\ \begin{cases}m^2+8m>0\\ 4-2m-2m=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=-8\\ m=\dfrac{1}{3}\\ m=1\end{array}\right.\Leftrightarrow m\in\left\{0;-8;1;\dfrac{1}{3}\right\}$$

Vậy $f(m)=f(1)=5$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{2a^3}{9}$. Tính SA?.

A. $\dfrac{2a}{3}$. **B.** $\dfrac{a}{3}$. **C.** $\dfrac{2a}{9}$. **D.** $\dfrac{3a}{2}$.

Lời giải

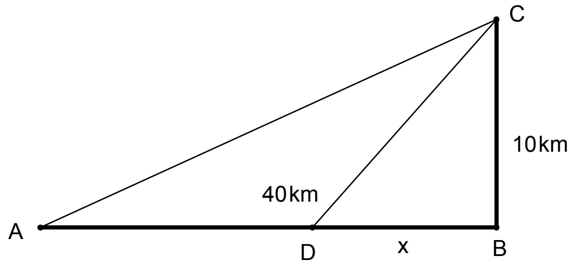
Chọn A

$S_{ABCD} = a^2$

SA vuông góc với đáy nên SA là đường cao của khối chóp

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} \Leftrightarrow \frac{2a^3}{9} = \frac{1}{3}a^2.SA \Leftrightarrow SA = \frac{2a}{3}$.

Câu 7. Một người cần đi từ khách sạn A bên bờ biển đến hòn đảo C. Biết rằng khoảng cách từ đảo C đến bờ biển là $10km$, khoảng cách từ khách sạn A đến điểm ngắn nhất tính từ đảo C vào bờ là $40km$. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ dưới đây). Biết kinh phí đi đường thủy là $5\ USD/km$, đường bộ là $3\ USD/km$ Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? ($AB = 40km$ và $BC = 10km$)



A. $\frac{65}{2}km$ **B.** $\frac{15}{2}km$ **C.** $10km$ **D.** $40km$

Lời giải

Chọn A

Gọi quãng đường người đó phải đi đường bộ là $x(Km)$ $(0<x<40)$

Giả sử đoạn đường đi bộ này là AD; CB là khoảng cách từ đảo C đến bờ biển nên ta có tam giác ABC vuông tại B.

$\Rightarrow CD = \sqrt{BC^2 + BD^2} = \sqrt{10^2 + (40-x)^2} = \sqrt{x^2 - 80x + 1700}$ là quãng đường người đó phải đi đường biển

Ta có hàm số biểu thị chi phí đi đường của người này là $f(x) = 3x + 5\sqrt{x^2 - 80x + 1700}$

Ta có $f'(x) = 3 + \frac{10x - 400}{2\sqrt{x^2 - 80x + 1700}}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 32.5 \\ x = 47,5 \end{array}\right.$ Ta nhận nghiệm $x = 32.5$

Để chi phí nhỏ nhất thì $f_{\min}$, xét bảng biến thiên $f_{\min}$ tại $x = \frac{65}{2}$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^3(x-3)^2(2x-1)$. Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Xét $f'(x)=0$ có nghiệm $x=3;x=2$ là hai nghiệm kép nên $f(x)$ chỉ đổi dấu hai lần ở các khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2};2\right)$; $(2;3)$ và $(3;+\infty)$

Vậy $f(x)$ có hai cực trị.

Câu 9. Số giao điểm của đường thẳng $y=x+2$ và đồ thị hàm số $y=\frac{3x-2}{x-1}$ là.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của $y=x+2$ và $y=\frac{3x-2}{x-1}$ là:

$x+2=\frac{3x-2}{x-1}$ $(*)$. ĐK: $x\neq 1$

Khi đó: $(*)\Leftrightarrow (x+2).(x-1)=3x-2\Leftrightarrow x^2-2x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình có 2 nghiệm

Số giao điểm của đường thẳng $y=x+2$ và đồ thị hàm số $y=\frac{3x-2}{x-1}$ chính là số nghiệm của phương trình $(*)$.

Câu 10. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-2}{x-1}$ tại giao điểm của nó với trục tung có phương trình là.

A. $y=-x+2$. **B.** $y=x-2$. **C.** $y=x+2$. **D.** $y=-x-2$.

Lời giải

Chọn A

Giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-2}{x-1}$ và trục tung $(x=0)$ là: $A(0;2)$

Ta có: $y'=\left(\frac{3x-2}{x-1}\right)'=\frac{-1}{(x-1)^2}\Rightarrow y'(0)=-1$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-2}{x-1}$ tại $A(0;2)$ là:

$y=y'(0).(x-0)+y(0)=-1.x+2$. $\Rightarrow y=-x+2$.

Câu 11. Nhân dịp chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20/11/2017 đoàn trường THPT Nguyễn Thái Học tổ chức giải bóng đá nam theo thể thức vòng tròn tính điểm, mỗi đội gặp nhau đúng 1 lần. Hỏi cần tổ chức bao nhiêu trận đấu ? Biết rằng mỗi khối thành lập 3 đội tham gia.

A. 9. **B.** 18. **C.** 72. **D.** 36.

Lời giải

Chọn D

Chúng ta có tất cả 9 đội bóng

Vì cứ với hai đội chỉ có một trận đấu nên số trận đấu bằng số tổ hợp chập 2 của 9 và bằng $C_9^2 = 36$
.

Câu 12. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 1$ có đồ thị (C). Tìm m để đường thẳng $d: y = x+1$ cắt (C) tại ba điểm phân biệt $P(0;1); M; N$ sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN bằng $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$(với O là gốc tọa độ). Giá trị m cần tìm là

A. $m = -2$. **B.** $m = \dfrac{9}{4}$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = -3$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d:

$$x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 1 = x + 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0\ (y = 1) \\ x^2 - 3x + m = 0\ (1) \end{array}\right.$$

(C) cắt d tại ba điểm phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Rightarrow \text{Điều kiện: } \begin{cases} \Delta = 9 - 4m > 0 \\ 0^2 - 3.0 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \neq m < \frac{9}{4}\ (*)$$

Gọi $M(x_1; x_1+1)$, $N(x_2; x_2+1)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm phương trình (1).

Theo hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1x_2 = m \end{cases}$

khoảng cách từ O đến d là: $h = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Ta có: $S_{OMN} = \dfrac{MN.OM.ON}{4R} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}MN.h = \dfrac{MN.OM.ON}{4R} \Leftrightarrow OM.ON = 5$

$\Leftrightarrow (2x_1^2 + 2x_1 + 1)(2x_2^2 + 2x_2 + 1) = 25$

$\Leftrightarrow 4(x_1x_2)^2 + 4x_1x_2(x_1 + x_2) + 2(x_1 + x_2)^2 + 2(x_1 + x_2) = 24$

$\Leftrightarrow 4m(m+3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -3 \end{array}\right.$ Đối chiếu (*) ta được $m = -3$.

Câu 13. Điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ là:

A. $(0;1)$. **B.** $x = 0$. **C.** $(2;5)$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

• $y' = -3x^2 + 6x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

• $y'' = -6x + 6$

$y''(0) = 6 > 0$. Vậy $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số y

$y''(2) = -6 < 0$

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $20a^3$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh BC, SC. Tính thể tích V của khối tứ diện $BAMN$.

A. $V = \dfrac{20a^3}{3}$. **B.** $V = 5a^3$. **C.** $V = 4a^3$. **D.** $V = \dfrac{20a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V_{BAMN} = \dfrac{1}{3}d\left(A,(BMN)\right).S_{BMN} = \dfrac{1}{3}d\left(A,(SBC)\right).\dfrac{1}{4}S_{SBC} = \dfrac{1}{4}V_{SABC} = 5a^3$.

Câu 15. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 5$ trên đoạn $[-1;1]$ là

A. $\max\limits_{[-1;1]} y = 5, \min\limits_{[-1;1]} y = -11$. **B.** $\max\limits_{[-1;1]} y = 5, \min\limits_{[-1;1]} y = -2$.

C. $\max\limits_{[-1;1]} y = -2, \min\limits_{[-1;1]} y = -11$. **D.** $\max\limits_{[-1;1]} y = 14, \min\limits_{[-1;1]} y = -2$.

Lờigiải

Chọn B

Ta thấy hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 5$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$

Hơn nữa, $y' = 4x^3 - 16x$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0(n) \\ x = -2(l) \\ x = 2(l) \end{array}\right.$.

Lại có $f(-1) = -2, f(0) = 5, f(1) = -2.$

Từ đó suy ra $\max\limits_{[-1;1]} y = 5, \min\limits_{[-1;1]} y = -2.$

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 5$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -5$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 5$ và $y = -5$.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 5$ và $x = -5$.

Lờigiải

ChọnC

Sử dụng định nghĩa tiệm cận, đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x)$ nếu $\lim\limits_{x\to-\infty} y = y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to+\infty} y = y_0$.

Câu 17. Giả sử hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty \;\|\; +\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1

Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt là:

A. $(-2;0)\cup\{1\}$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-2;0]\cup\{1\}$. **D.** $(-2;0]$.

Lời giải.

Chọn D.

Phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Từ bảng biến thiên ta có kết quả $-2<m\le 0$.

Câu 18. Hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+1}$ có đồ thị (H). Gọi M là điểm bất kì và M thuộc (H). Khi đó tích các khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của (H) bằng:

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải.

Chọn D.

Vì $M\in(H)$ nên $M\left(m;\dfrac{3m-1}{m+1}\right), m\ne -1$.

(H) có tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=3$.

Khoảng cách từ M tới tiệm cận đứng là $d_1=|m+1|$.

Khoảng cách từ M tới tiệm cận ngang là $d_2=\left|\dfrac{3m-1}{m+1}-3\right|=\dfrac{4}{|m+1|}$.

Ta có $d_1.d_2=4$.

Câu 19. Cho hàm số $y=-x^3+(2m-1)x^2-(2-m)x-2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có cực đại, cực tiểu.

A. $m\in\left(-1;\dfrac{5}{4}\right)$. **B.** $m\in(-\infty;-1)$.

C. $m\in(-\infty;-1)\cup\left(\dfrac{5}{4};+\infty\right)$. **D.** $m\in(-1;+\infty)$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có $y'=-3x^2+2(2m-1)x-(2-m)$.

Để hàm số có cực đại cực tiểu thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta=4m^2-m-5>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\dfrac{5}{4} \\ m<-1 \end{array}\right.$..

Câu 20. Tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=(mx+1)(x^2-2x-3)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt là:

A. $\begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq -1 \\ m\neq 3 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 1 \\ m\neq -\dfrac{1}{3} \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 1 \\ m\neq -3 \end{cases}$. **D.** $m\neq 0$.

Lời giải.

Chọn B.

Hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi phương trình

$(mx+1)(x^2-2x-3)=0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} mx+1=0 \\ x^2-2x-3=0 \end{array}\right.$ có 3 nghiệm phân biệt

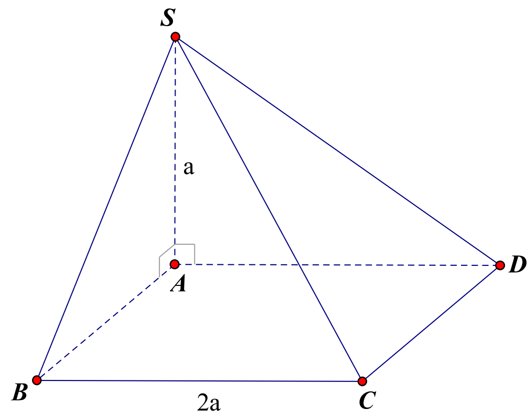
$\Leftrightarrow mx+1=0$ có 1 nghiệm khác -1 và $3 \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 1 \\ m\neq -\dfrac{1}{3} \end{cases}$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $4a^3$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{4a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.a.(2a)^2=\dfrac{4a^3}{3}$ (đvtt).

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	↘	1	↗	2	↘	1	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $x_0=1$ được gọi là điểm cực đại của hàm số.

B. $f(-1)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.

C. $M(0;2)$ được gọi là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$x_0=1$ được gọi là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 23. Tính giá trị của biểu thức $C_{2018}^0+C_{2018}^2+C_{2018}^4+....+C_{2018}^{2018}$

A. 2^{2016}. **B.** 2^{2018}. **C.** 2^{2017}. **D.** 2^{1007}.

Lời giải

Chọn C

Đặt: $A=C_n^0+C_n^2+........$

$B=C_n^1+C_n^3+........$

Ta có: $\begin{cases} A+B=2^n \\ A-B=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=2^{n-1} \\ B=2^{n-1} \end{cases}$

Vậy: $A=2^{2018-1}=2^{2017}$

Câu 24. Hàm số $y=\sin 2x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

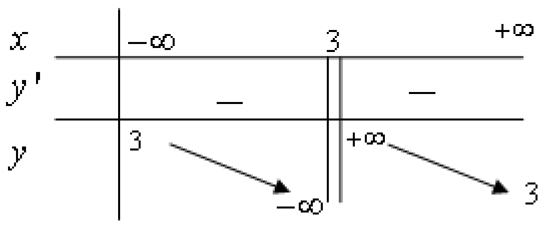
A. $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$. **B.** $\left(\pi;\dfrac{3\pi}{2}\right)$. **C.** $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$, suy ra hàm số $y=\sin 2x$ đồng biến trên $\left[-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right]$. Mà $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)\subset\left[-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right]$ nên chọn đáp án C.

Câu 25. Hàm số có bảng biến thiên như hình bên là



A. $y=\dfrac{3x-10}{x-3}$. **B.** $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$. **C.** $y=\dfrac{3x-3}{x+3}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{x-3}$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ có TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

$\lim\limits_{x\to 3^+} y=+\infty;\quad \lim\limits_{x\to 3^-} y=-\infty \Rightarrow x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=3 \Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$y'=\dfrac{-8}{(x-3)^2}<0,\quad \forall x\neq 3$ nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 26. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+m^2-m+1$ (1). Tìm tập các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị A,B sao cho diện tích tam giác ABC bằng 21 với $C(-2;4)$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=-4 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-5 \\ m=4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=4 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn A.

$y = x^3 - 3x^2 + m^2 - m + 1$; $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$.

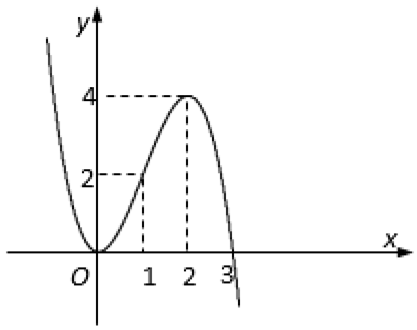
Với $\forall m \in \mathbb{R}$, đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị: $A(0; m^2 - m + 1)$; $B(2; m^2 - m - 3)$.

Do đó $\overrightarrow{AB}(2; -4)$; $\overrightarrow{AC}(-2; -m^2 + m + 3)$.

Diện tích tam giác ABC bằng 21

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left|2(-m^2 + m + 3) - (-2)(-4)\right| = 21 \Leftrightarrow \left|m^2 - m + 1\right| = 21 \Leftrightarrow m^2 - m - 20 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 5 \\ m = -4 \end{array}\right.$.

Câu 27. Đồ thị sau đây là của hàm số nào ?



A. $y = x^3 - 3x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2$. **C.** $y = x^3 + 3x^2$. **D.** $y = -x^3 - 3x^2$.

Lời giải

Chọn B.

Từ hình dáng đồ thị ta được $a < 0$ nên loại đáp án A và C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 2)$ nên ta chọn đáp án B.

Câu 28. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - x + 5$ tại điểm có hoành độ bằng 1 .

A. $y = 2x + 3$. **B.** $y = -2x + 8$. **C.** $y = 2x + 5$. **D.** $y = 2x - 8$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Từ giả thiết ta có $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 5$

$y' = 3x^2 - 1 \Rightarrow y'(1) = 2$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 2(x - 1) + 5 \Leftrightarrow y = 2x + 3$.

Câu 29. Đường thẳng $y = -3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

A. $y = \frac{1 + x}{1 - 3x}$. **B.** $y = \frac{3x + 3}{3 + x}$. **C.** $y = \frac{3 - 3x}{x + 3}$. **D.** $y = \frac{-3x + 2}{1 - x}$

Lời giải

Chọn C

Ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3-3x}{x+3}=-3$.

Vậy $y=-3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-3x}{x+3}$.

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+2}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số không có điểm cực trị.

B. Hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $A(0;2)$.

D. Đồ thị hàm số luôn nhận điểm $I(-2;1)$ làm tâm đối xứng.

Lời giải

Chọn C

- $y=\dfrac{x-2}{x+2}\Rightarrow y'=\dfrac{4}{(x+2)^2}>0,\forall x\in D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Vậy A, B đúng.

- Xét hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+2}$: thế $x=0$ ta được $y=-1$.

Vậy đồ thị hàm số không đi qua điểm $A(0;2)$. Phương án C sai.

Câu 31. Biết rằng $b>0, a+b=5$ và $\lim\limits_{x-0}\dfrac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=2$. Khẳng định nào dưới đây ***sai***?

A. $1\le a\le 3$. **B.** $b>1$. **C.** $a^2+b^2>10$. **D.** $a-b<0$.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x-0}\frac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=\lim_{x\to0}\frac{\sqrt[3]{ax+1}-1}{x}+\lim_{x\to0}\frac{1-\sqrt{1-bx}}{x}$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{a}{\sqrt[3]{(ax+1)^2}+\sqrt[3]{(ax+1)}+1}+\lim_{x\to0}\frac{b}{1+\sqrt{1-bx}}=\frac{a}{3}+\frac{b}{2}.$$

Theo đề ta có: $\begin{cases}\dfrac{a}{3}+\dfrac{b}{2}=2\\ a+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+3b=12\\ a+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=2\end{cases}$.

Câu 32. Cho số phức $z=\dfrac{i-m}{1-m(m-2i)}$, trong đó m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho $|z-i|\le\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Hỏi tập S có tất cả bao nhiêu phần tử nguyên?

A. 1. **B**. 5. **C**. 2. **D**. 3.

Lời giải

Chọn D

$$z=\frac{i-m}{1-m(m-2i)}=\frac{i(1+mi)}{(1+mi)^2}=\frac{i}{1+mi}=\frac{i(1-mi)}{(1+mi)(1-mi)}=\frac{m+i}{1+m^2}\quad\Rightarrow z-i=\frac{m}{1+m^2}+\frac{m^2}{1+m^2}i$$

Do đó $|z-i|\le\frac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\frac{m^2+m^4}{(1+m^2)^2}\le\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{m^2}{1+m^2}\le\frac{1}{2}\Leftrightarrow|m|\le1$.

Vậy tập S có 3 phần tử nguyên.

Câu 33. Một ban đại diện gồm 5 người được thành lập từ 10 người có tên sau đây: Liên, Hoa, Hằng, Thu, Nhi, An, Hà, Thanh, Hạnh, Kim. Xác suất để ít nhất ba người trong ban đại diện có tên bắt đầu bằng chữ H là:

A. $\frac{5}{252}$. **B.** $\frac{5}{21}$. **C.** $\frac{53}{84}$. **D.** $\frac{11}{42}$.

Lời giải

Chọn D

Có 4 người có tên bắt đầu bằng chữ H.

Cách chọn 5 người tùy ý trong 10 người là C_{10}^5.

Ban đại diện có 5 người có ít nhất 3 người có tên bắt đầu bằng chữ H sẽ có hai khả năng có 3 người có tên bắt đầu bằng chữ H hoặc có 4 người có tên bắt đầu bằng chữ H.

- Số cách chọn 3 người có tên bắt đầu bằng chữ H và 2 người tên không bắt đầu bằng chữ H là $C_4^3.C_6^2$.

- Số cách chọn 4 người có tên bắt đầu bằng chữ H và 1 người tên không bắt đầu bằng chữ H là $C_4^4.C_6^1$.

Theo quy tắc cộng số cách chon ban đại diện 5 người có ít nhất 3 người có tên bắt đầu bằng chữ H là $C_4^3.C_6^2.+C_4^4.C_6^1$.

Xác suất để ít nhất ba người trong ban đại diện có tên bắt đầu bằng chữ H là: $\frac{C_4^3.C_6^2.+C_4^4.C_6^1}{C_{10}^5}=\frac{11}{42}$.

Câu 34. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hình chóp tam giác đều là hình chóp có bốn mặt là các tam giác đều.

B. Mỗi khối đa diện đều là một khối đa diện lồi.

C. Chỉ có năm loại khối đa diện đều.

D. Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của đúng hai mặt.

Lời giải

Chọn A

Vì hình chóp tam giác đều là hình chóp có đáy là tam giác đều và các cạnh bên bằng nhau nhưng không bằng cạnh đáy nên các mặt bên chỉ là các tam giác cân.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, sao cho ba điểm $A(0;0;1)$, $B(-1;-2;0)$ và $C(2;1;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=\frac{1}{3}+5t \\ y=-\frac{1}{3}-4t \\ z=3t \end{cases};(t\in R)$.

B. $\begin{cases} x=\frac{1}{3}-5t \\ y=-\frac{1}{3}-4t \\ z=3t \end{cases};(t\in R)$.

C. $\begin{cases} x=\frac{1}{3}+5t \\ y=-\frac{1}{3}+4t \\ z=3t \end{cases};(t\in R)$.

D. $\begin{cases} x=\frac{1}{3}-5t \\ y=-\frac{1}{3}-4t \\ z=-3t \end{cases};(t\in R)$.

Lời giải

Chọn A

Do G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow G\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{3};0\right)$

Gọi $\vec{u}$ là một vtcp của Δ. Do $\Delta \perp (ABC)$ nên ta có: $\begin{cases} \vec{u}\perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{u}\perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(5;-4;3)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $G\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{3};0\right)$, nhận vectơ $\vec{u}=(5;-4;3)$ là một vtcp.

Phương trình đường thẳng Δ cần tìm là: $\begin{cases} x=\frac{1}{3}+5t \\ y=-\frac{1}{3}-4t \\ z=3t \end{cases}$

Câu 36. Biết rằng phương trình $2\log_2 x+\log_{\frac{1}{2}}\left(1-\sqrt{x}\right)=\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}\left(x-2\sqrt{x}+2\right)$ có nghiệm duy nhất có dạng $a+b\sqrt{3}$ với $a,b\in Z$. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=2$. **B.** $S=-2$. **C.** $S=-6$. **D.** $S=6$.

Lời giải

Chọn A

Đk: $0<x<1$

$\text{PT} \Leftrightarrow \log_2 x - \log_2\left(1-\sqrt{x}\right) = \log_2\left(x-2\sqrt{x}+2\right) - \log_2 x$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{1-\sqrt{x}} = \frac{x-2\sqrt{x}+2}{x} \Leftrightarrow \frac{x}{1-\sqrt{x}} = 1 + \frac{2\left(1-\sqrt{x}\right)}{x}\ (1)$$

Đặt: $t = \dfrac{x}{1-\sqrt{x}} > 1$

PT (1) trở thành: $t = 1 - \dfrac{2}{t} \Leftrightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1(l) \\ t=2 \end{array}\right.$

Với $t=2$ ta có: $\dfrac{x}{1-\sqrt{x}} = 2 \Leftrightarrow x + 2\sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x} = -1-\sqrt{3}\,(l) \\ \sqrt{x} = -1+\sqrt{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 4-2\sqrt{3}$

Khi đó: $a=4; b=-2 \Rightarrow S=2$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh $2a$, góc $\widehat{BAD} = 120^o$ Các mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. Hãy tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng SB và AC theo a.

A. $h = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $h = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $h = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Theo bài ra thì $SA \perp (ABCD)$

Từ B ta kẻ đường thẳng Bx song song với AC $\Rightarrow d(SB;AC) = d(AC;(SBx)) = d(A;(SBx))$

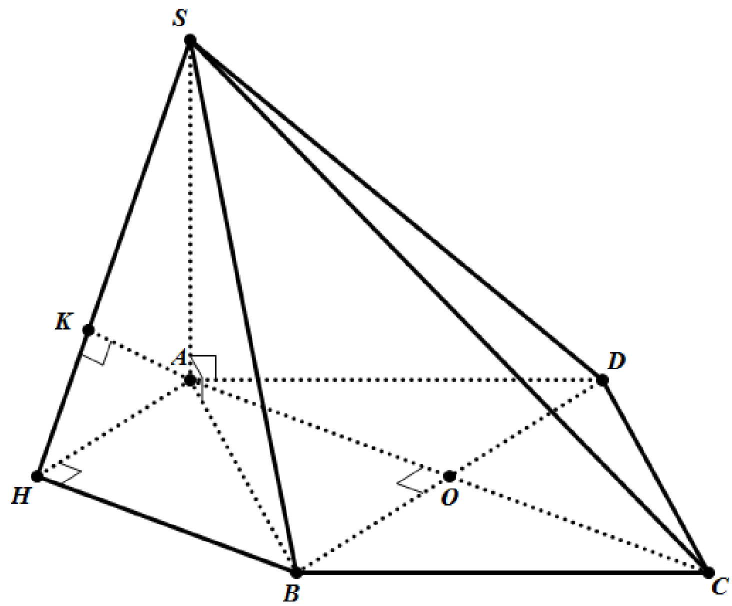
Từ A kẻ đường thẳng song song với OB cắt Bx tại H $\Rightarrow AOBH$ là hình chữ nhật và

$AH = OB = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ (Vì tam giác ABC đều).

Do $BH \perp AH; BH \perp SA \Rightarrow BH \perp \left(SAH\right)$.

Kẻ $AK \perp SH \Rightarrow AK \perp BH \Rightarrow AK \perp \left(SBx\right) \Rightarrow h = d\left(A;\left(SBx\right)\right) = AK$ mà $\dfrac{1}{AK^2} = \dfrac{1}{AH^2} + \dfrac{1}{AS^2}$.

$$AS = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = \frac{3.\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}}{\dfrac{4a^2\sqrt{3}}{2}} = a \Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Câu 38. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c thì độ dài đường chéo là

A. $\sqrt{a^2+b^2-c^2}$. **B.** $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. **C.** $\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$. **D.** $\sqrt{a^2+b^2-2c^2}$.

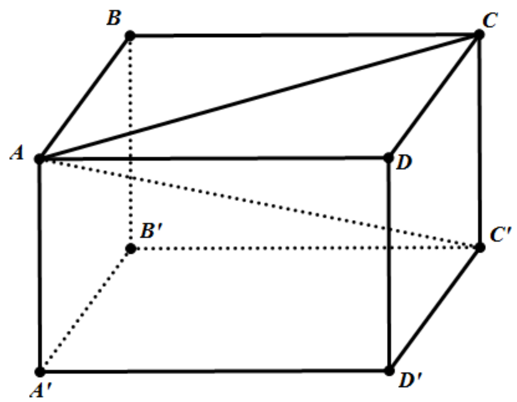
Lời giải

Chọn B

Giả sử hình hộp chữ nhật là $ABCD.A'B'C'D'$ và $AB=a$, $BC=b$, $CC'=c$.

Ta có : $AC^2 = AB^2 + BC^2$, $AC'^2 = AC^2 + CC'^2 = AB^2 + BC^2 + CC'^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

$$\Rightarrow AC' = \sqrt{a^2+b^2+c^2}.$$

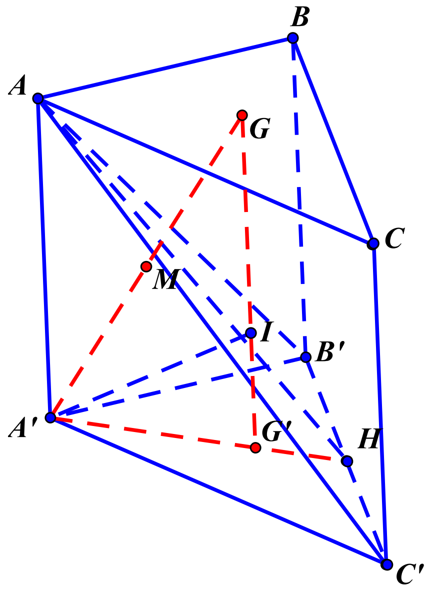


Câu 39. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Mặt phẳng (AB'C') tạo với mặt đáy góc $60°$ và điểm G là trọng tâm tam giác ABC. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $G.A'B'C'$ bằng:

A. $\frac{85a}{108}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{31a}{36}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $(AB'C')\cap(A'B'C') = B'C'$

Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow \begin{cases} AH \perp B'C' \\ A'H' \perp B'C' \end{cases}$ (Do tam giác $AB'C'; A'B'C'$ là tam giác cân)

$\Rightarrow \widehat{A'HA} = \widehat{((AB'C');(ABC))} = 60° \Rightarrow AA' = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}\tan 60° = \dfrac{3a}{2}$

Gọi G' là trọng tâm của $A'B'C'$

Goi M là trung điểm $A'G$, từ M dựng d vuông góc với $A'G$ cắt GG' tại I

$\Rightarrow IG = IA'$ (1)

Mặt khác $I \in GG'$ suy ra $IA' = IB' = IC'$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $G.A'B'C'$

Xét tam giác $AA'G$ vuông tại A ta có : $A'G = \sqrt{AA'^2 + AG^2} = \sqrt{\dfrac{31}{12}}a$

Xét tam giác $G'A'G$ vuông tại G' ta có: $\cos(\widehat{A'GG'}) = \dfrac{GG'}{A'G} = \sqrt{\dfrac{27}{31}}$

Xét tam giác MGI vuông tại M ta có: $IG = \dfrac{GM}{\cos(\widehat{A'GG'})} = \dfrac{31a}{36}$

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp $G.A'B'C'$ là $\dfrac{31}{36}a$.

Câu 40. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = e^{3\log_x y} + \dfrac{12}{y^{\frac{1}{\ln x}}}$ với $0 < x \neq 1$ và $y > 0$.

A. $P_{\min} = 8\sqrt{3}$. **B.** $P_{\min} = e^2\sqrt{3}$. **C.** $P_{\min} = 8\sqrt{2}$. **D.** $P_{\min} = 4\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Xét $y \neq 1$

Đặt $t = y^{\frac{1}{\ln x}}$

$\Rightarrow \log_y t = \log_y y^{\frac{1}{\ln x}} \Rightarrow \log_y t = \dfrac{1}{\ln x}$

$\Rightarrow \dfrac{\log_x t}{\log_x y} = \dfrac{1}{\ln x} \Rightarrow \log_x y = \ln t$

Vậy ta có $P = e^{3\ln t} + \dfrac{12}{t} = t^3 + \dfrac{12}{t}$

Suy ra $P' = 3t^2 - \dfrac{12}{t^2} = \dfrac{3t^4 - 12}{t^2}$

Xét $P' = 0 \Rightarrow t = \sqrt{2}$

t	-∞	0		$\sqrt{2}$		+∞
P'			-	0	+	
P			↘	$8\sqrt{2}$	↗	

Xét $y = 1 \Rightarrow P = 13$

Vậy $P_{\min} = 8\sqrt{2}$

Câu 41. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \dfrac{3}{x} - \left(1+\sqrt{3}\right)^2$ trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$

A. $-1+\sqrt{3}$. **B.** Không tồn tại. **C.** 0. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y = x + \dfrac{3}{x} - \left(1+\sqrt{3}\right)^2 \geq 2\sqrt{x.\dfrac{3}{x}} - \left(1+\sqrt{3}\right)^2 = -4$, dấu bằng xảy ra khi $x = \sqrt{3}$

(BĐT AM_GM).

Do đó $\min\limits_{(0;+\infty)} \mathrm{y} = -4$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ và $\left(ABC\right)$ bằng 60^0, cạnh $AB = a$ .Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\sqrt{3}a^3$ **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

Lời giải

Chọn C

Vì lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp (ABC)$.

Gọi M là trung điểm BC, do tam giác ABC đều

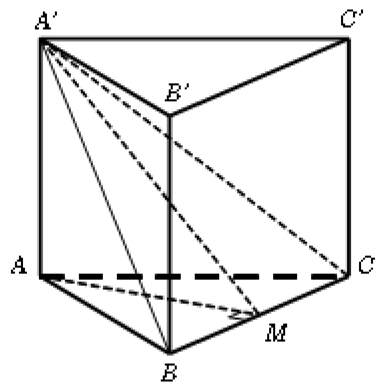
Nên suy ra $AM \perp BC$.

Khi đó $60^0 = \widehat{((A'BC),(ABC))} = \left(\widehat{AM, A'M}\right) = \widehat{AMA'}$.

Tam giác $AA'M$, có $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $AA' = AM.\tan \widehat{AMA'} = \dfrac{3a}{2}$.

Diện tích tam giác đều $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V = S_{\Delta ABC}.AA' = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.



Câu 43. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$y'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$y(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Cho các mệnh đề:

(I) Hệ số $b < 0$ (II) Hàm số có $y_{CD} = 2; y_{CT} = -2$ (III) $y''(0) < 0$ (IV) Hệ số $c = 0; d = 1$

Có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 2 **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c; f''(x) = 6ax + 2b$

Dựa vào bảng biến thiên ta có các kết quả sau: $y_{CD} = 2; y_{CT} = -2$

$$\begin{cases} f(0)=2 \\ f(2)=-2 \\ f'(0)=0 \\ f'(2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=2 \\ 8a+4b+2c+d=-2 \\ c=0 \\ 12a+4b+c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=2 \\ 8a+4b+2c+d=-2 \\ c=0 \\ 12a+4b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=2 \end{cases}$$

Vậy các mệnh đề (I), (II), (III) là đúng.

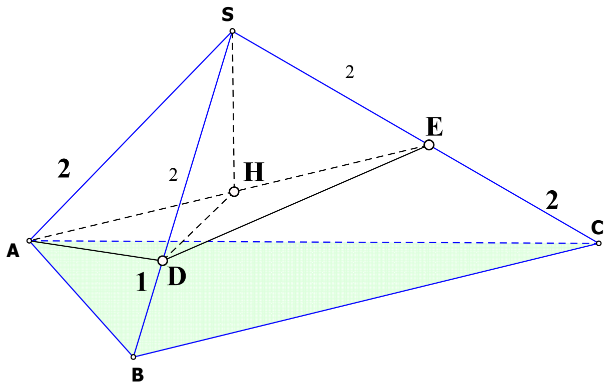
Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=60^0, \widehat{BSC}=90^0, \widehat{CSA}=120^0$ và các cạnh $SA=2$, $SB=3$, $SC=4$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **B.** 12. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Gọi D, E lần lượt là hai điểm thuộc hai cạnh SB, SC sao cho $SD=SE=SA=2$.



Khi đó, ta có :

$AD=2$ (vì tam giác SAD cân có một góc bằng 60°)

$DE=2\sqrt{2}$ (vì tam giác SDE vuông cân tại S)

$AE=\sqrt{2^2+2^2-2.2.2.\cos 120^\circ}=2\sqrt{3}$

Ta thấy : $AE^2=AD^2+DE^2$ nên tam giác ADE vuông tại D, suy ra:

$S_{\Delta ADE}=\frac{1}{2}DE.AD=2\sqrt{2}$ (đvdt)

Mặt khác, do hình chóp $S.ADE$ có các cạnh bên bằng nhau nên chân đường cao H của hình chóp là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE nên H là trung điểm của AE. Suy ra:

$$SH=\sqrt{SE^2-HE^2}=\sqrt{SE^2-\left(\frac{AE}{2}\right)^2}=1$$

Vậy $V_{S.ADE}=\frac{1}{3}SH.S_{\Delta ADE}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (đvtt)

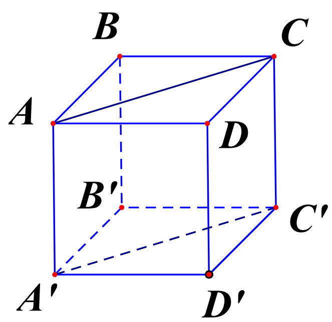
Lại có : $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.ADE}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SB}{SD}.\frac{SC}{SE}=\frac{3}{2}.\frac{4}{2}=3 \Rightarrow V_{S.ABC}=3.V_{S.ADE}=2\sqrt{2}$

Câu 45. Cho hình lập phương $ABCDA'B'C'D'$ cạnh a. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCA'B'C'$?

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn B



Ta có thể tích hình lập phương là $V=a^3$

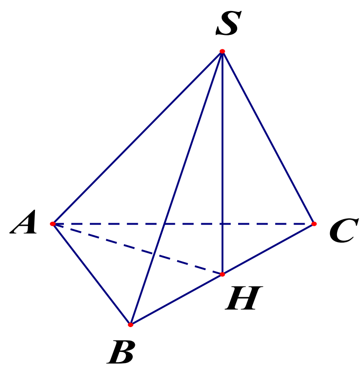
Thể tích khối lăng trụ $ABCA'B'C'$ là $V_{ABCA'B'C'}=\frac{1}{2}V=\frac{a^3}{2}$

Câu 46. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC. Biết tam giác SBC là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa SA và (ABC)?

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 75^0.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $SA \cap (ABC) = A$ và H là hình chiếu của S trên mp (ABC) nên góc giữa SA và (ABC) là góc $\widehat{SAH}$

Mà tam giác ABC đều cạnh $a\sqrt{3}$ có AH là chiều cao nên $AH = a\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}$

Mặt khác tam giác SBC đều cạnh $a\sqrt{3}$ có SH là chiều cao nên $SH = \frac{3a}{2}$

Xét tam giác SAH vuông tại H có $AH = SH = \frac{3a}{2}$ nên là tam giác vuông cân

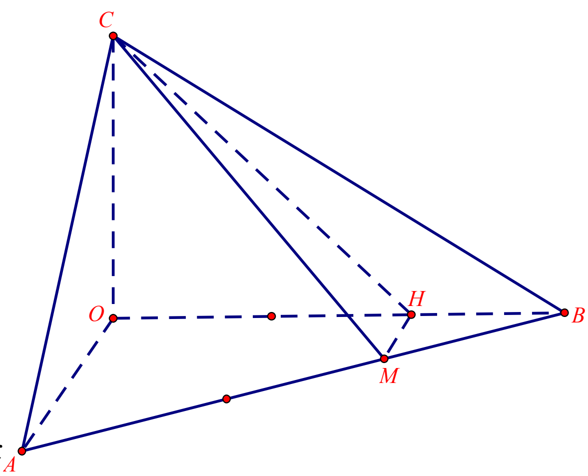
Vậy $\widehat{SAH} = 45^0$

Câu 47: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc, góc $\widehat{OCB} = 60^0$, góc $\widehat{ABO} = 30^0$ và $AC = a\sqrt{6}$. Điểm M nằm trên cạnh AB sao cho $AM = 2\ BM$. Tính góc giữa hai đường thẳng CM và OA.

A. $\arctan\sqrt{21}$. **B.** $\arctan\frac{1}{\sqrt{21}}$. **C.** $\arctan\frac{1}{\sqrt{7}}$. **D.** $\arctan\frac{\sqrt{21}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Qua M kẻ MH vuông góc với OB tại H.

Khi đó góc giữa hai đường thẳng CM và OA. là góc $\widehat{CMH}$

Đặt $MH = x$

Do góc $\widehat{ABO} = 30^0 \Rightarrow BH = \sqrt{3}x$ và $MB = 2x$

Do đó $OA = 3x$; $OB = 3\sqrt{3}x$ và $AB = 6x$

Vì $OB = 3\sqrt{3}x$ và $\widehat{OCB} = 60^0$ nên ta suy ra $OC = 3x$

Tam giác vuông OAC có $OA = OC$ nên là tam giác vuông cân. Mà $AC = a\sqrt{6}$.

Suy ra $OA = a\sqrt{3}$

Vậy $3x = a\sqrt{3} \Rightarrow x = \dfrac{\sqrt{3}a}{3}$

$$OH = \frac{2}{3}OB = \frac{2}{3}3\sqrt{3}x = \frac{2}{3}3\sqrt{3}\frac{\sqrt{3}}{3}a = 2a$$

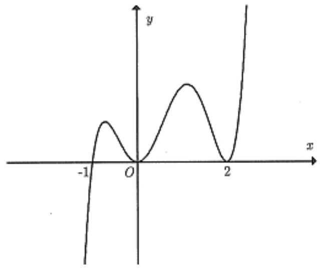
$$CH = \sqrt{OC^2 + OH^2} = \sqrt{7}a$$

$\tan\widehat{CMH} = \dfrac{CH}{MH} = \dfrac{a\sqrt{7}}{\dfrac{\sqrt{3}}{3}a} = \sqrt{21}$. Vậy $\widehat{CMH} = \arctan\sqrt{21}.$

Câu 48: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng K.

Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên khoảng K.

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ trên là).



A. 0 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 1

Lời giải:

Chọn D

Dựa vào đồ thị của $f'(x)$, ta có bảng biến thiên sau đây.

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	+	0	+	
y		↘			↗				

Vì $f'(x)$ chỉ đổi dấu có 1 lần tại vị trí $x = -1$ nên hàm số chỉ có 1 cực trị

Câu 49. Cho hàm số $y = \dfrac{3\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 4\cos^2 x + 1}$. Tìm m để $y \le m+1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m \ge \dfrac{\sqrt{65}-9}{2}$. **B.** $m \ge \dfrac{\sqrt{65}}{4}$. **C.** $m \ge \dfrac{\sqrt{65}-9}{4}$. **D.** $m \ge \dfrac{\sqrt{65}+9}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$

Hàm số đã cho viết lại dạng $y = \dfrac{3\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 2\cos 2x + 3}$

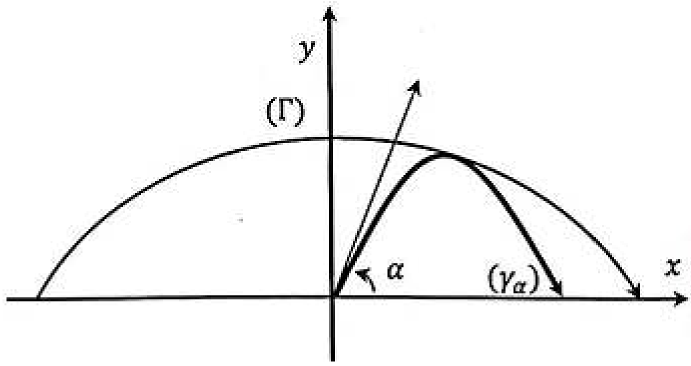
Ta đi tìm điều kiện của y để phương trình sau có nghiệm đối với ẩn x

$$y = \frac{3\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 2\cos 2x + 3} \Leftrightarrow (y-3)\sin 2x + (2y-1)\cos 2x = -3y \, (1)$$

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow (y-3)^2 + (2y-1)^2 \ge (-3y)^2 \Leftrightarrow \dfrac{-5-\sqrt{65}}{4} \le y \le \dfrac{\sqrt{65}-5}{4}$

Vậy Max $y=\dfrac{\sqrt{65}-5}{4}$, khi đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{65}-5}{4}\le m+1 \Leftrightarrow m\ge \dfrac{\sqrt{65}-9}{4}$.

Câu 50. Một viên đạn được bắn ra với vận tốc ban đầu $v_0>0$ từ một nòng súng đặt ở gốc tọa độ O nghiêng một góc α với mặt đất (nòng súng nằm trong mặt phẳng thẳng đứng Oxy và tạo với trục hoành Ox góc α). Biết quỹ đạo chuyển động của viên đạn là parabol (Γ)



$(\gamma_\alpha): y=-\dfrac{g}{2v_0^2}\left(1+\tan^2\alpha\right)x^2+x\tan\alpha$

(với g là gia tốc trọng trường) và giả sử rằng quỹ đạo lấy luôn tiếp xúc với parabol *an toàn* $(\Gamma): y=-\dfrac{g}{2v_0^2}x^2+\dfrac{v_0^2}{2g}$. Tọa độ tiếp điểm khi $\alpha\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ là:

A. $M\left(-\dfrac{v_0^2}{g\tan\alpha};\dfrac{v_0^2}{2g}\left(1-\cot^2\alpha\right)\right)$.

B. $M\left(\dfrac{v_0^2}{g\tan\alpha};\dfrac{v_0^2}{2g}\left(1-\dfrac{1}{\tan^2\alpha}\right)\right)$.

C. $M\left(\dfrac{v_0^2}{\tan\alpha};\dfrac{v_0^2}{2}\left(\dfrac{-g}{\tan^2\alpha}+\dfrac{1}{g}\right)\right)$.

D. $M\left(\dfrac{v_0^2}{\tan\alpha};\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{v_0^2}{g}-\dfrac{g}{\tan\alpha}\right)\right)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (γ_α) và (Γ) là:

$$-\frac{g}{2v_0^2}\left(1+\tan^2\alpha\right)x^2+x\tan\alpha=-\frac{g}{2v_0^2}x^2+\frac{v_0^2}{2g}\Leftrightarrow -\left(g\tan\alpha\right)^2x^2+2v_0^2g\tan\alpha x-v_0^4=0 \quad (1)$$

Do parabol (γ_α) và (Γ) tiếp xúc nên phương trình (1) có nghiệm kép $x=\dfrac{v_0^2}{g\tan\alpha}$

Khi đó $y\left(\dfrac{v_0^2}{g\tan\alpha}\right)=\dfrac{v_0^2}{2g}\left(1-\dfrac{1}{\tan^2\alpha}\right)$. Vậy tọa độ tiếp điểm $M\left(\dfrac{v_0^2}{g\tan\alpha};\dfrac{v_0^2}{2g}\left(1-\dfrac{1}{\tan^2\alpha}\right)\right)$.