ĐỀ 2 Nguyễn Phú Khánh

Câu 1. Có bao nhiêu phát biểu **đúng** về hàm số $f\left(x\right)=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$?

I. Hàm số $y=f\left(x\right)+2017$ đồng biến trong khoảng $\left(-1;0\right)$.

II. Hàm số $y=2017.f\left(x\right)$ đồng biến trong khoảng $\left(-1;0\right)$.

III. Hàm số $y=-2017.f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-1;0\right)$.

IV. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(c;d\right)$ thì $c^{2017}+d^{2017}<0$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 2. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=x^4-4x^2-2$. Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. Đường thẳng $y=-3$ cắt đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ tại bốn điểm phân biệt, trong đó có một điểm có hoành độ lớn hơn 2, còn ba điểm còn lại có hoành độ nhỏ hơn 1.

B. Đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ và trục hoành có hai điểm chung đối xứng nhau qua gốc O.

C. Hàm số có 2 cực trị và có 3 điểm cực trị.

D. Qua điểm $\left(0;-2\right)$ kẻ được 3 tiếp tuyến đến đồ thị hàm số.

Câu 3. Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen đươc đánh số $7,8,9$. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

A. 27. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 4. Hình bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$.Phân tích hình bên, phát biểu nào sau đây **sai** về hàm số $f(x)$?

A. Hàm số $f(\mathrm{x})$ có ba điểm cực trị.

B. Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $x=0,\ x=2$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;a\right)$ và $\left(b;c\right)$.

D. $f\left(a\right)<f\left(b\right)$ và $f\left(c\right)<f\left(b\right)$.

Câu 5. Cho hình đa diện đều loại $\left\{4;3\right\}$ cạnh a. Gọi S là tổng diên tích tất cả các mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=4\mathrm{a}^2$. **B.** $S=6\mathrm{a}^2$. **C.** $S=8\mathrm{a}^2$. **D.** $S=10\mathrm{a}^2$.

Câu 6. Cho hàm số $y=x^3-3\mathrm{x}^2+2$. Viết phương tình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết cosin góc tạo bởi tiếp tuyến và đường thẳng $\Delta:4\mathrm{x}-3y=0$ bằng $\dfrac{3}{5}$.

A. $y=2;y=1$. **B.** $y=-2;y=1$. **C.** $y=-2;y=-1$. **D.** $y=2;y=-2$.

Câu 7. Với giá trị nào của a thì đẳng thức $\sqrt{a.\sqrt[3]{a.\sqrt[4]{a}}}=\sqrt[24]{2^5}.\dfrac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$ đúng?

A. $a=1$. **B.** $a=2$. **C.** $a=0$. **D.** $a=3$.

Câu 8. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y=x^4+\cos\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$. **B.** $y=x^{2017}+\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$.

C. $y=2015+\cos x+\sin^{2018}x$. **D.** $y=\tan^{2017}x+\sin^{2018}x$.

Câu 9. Biết rằng phương trình $3^{2018}-2^{x\log_8 9}=0$ có nghiệm duy nhất $x=x_0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. x_0 là số nguyên tố. **B.** x_0 là số chính phương.

C. x_0 chia hết cho 3. **D.** x_0 là số chẵn.

Câu 10. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^3-\dfrac{1}{x^2}+3x$ và thỏa mãn

$5F(1)+F(2)=43$. Tính $F(2)$.

A. $F(2)=\dfrac{151}{4}$. **B.** $F(2)=23$. **C.** $F(2)=\dfrac{45}{2}$. **D.** $F(2)=\dfrac{86}{7}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I,J lần lượt là trung điểm SA,SB. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $IJCD$ là hình thang.

B. $(SAB)\cap(IBC)=IB$.

C. $(SBD)\cap(JCD)=JD$.

D. $(IAC)\cap(JBD)=AO$ với O là tâm $ABCD$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có tập xác định là $D=(-3;3)\setminus\{-1;1\}$, liên tục trên các khoảng của tập D và có

$$\lim_{x\to -3^+} f(x)=-\infty;\ \lim_{x\to -1^-} f(x)=-\infty;\ \lim_{x\to -1^+} f(x)=-\infty;$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=+\infty;\ \lim_{x\to 1+} f(x)=+\infty;\ \lim_{x\to 3^-} f(x)=+\infty$$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=-3$ và $x=3$.

B. Đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=-1$ và $x=1$.

C Đồ thị hàm số có đúng bốn tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=\pm1$ và $x=\pm3$.

D. Đồ thị hàm số có sáu tiệm cận đứng.

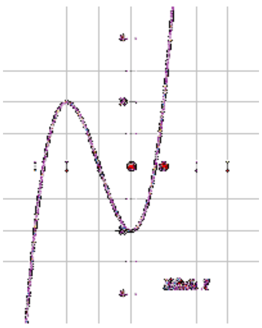
Câu 13. Tính giá trị biểu thức $P=\log_a\left(a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}\right)$ với $0<a\neq 1$.

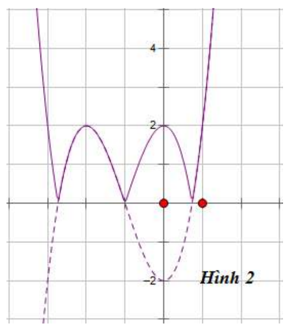
A. $\dfrac{1}{3}$ **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** 3.

Câu 14. Đa thức $P(x)=32x^5-80x^4+80x^3-40x^2+10x-1$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

Câu 15. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-2$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?





A. $y=|x|^3+3|x|^2-2$. **B.** $y=\left|x^3+3x^2-2\right|$.

C. $y=\left||x|^3+3x^2-2\right|$. **D.** $y=-x^3-3x^2+2$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_1^3 f(x)dx=2016$ và $\int_4^3 f(x)dx=2017$. Tính tích phân $I=\int_1^4 f(x)dx$.

A. $I=4023$. **B.** $I=1$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=0$.

Câu 17. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a}=\overrightarrow{AA'}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{c}=\overrightarrow{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vectơ $\overrightarrow{AG'}$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}(\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c})$. **B.** $\dfrac{1}{3}(3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$.

C. $\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+3\vec{c})$. **D.** $\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$.

Câu 18. Khi nói về hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+(m+1)x+m+1}{x+1}$, m là tham số, phát biểu nào sau đây sai?.

A. Đồ thị hàm số luôn có điểm cực đại, cực tiểu và khoảng cách giữa hai điểm đó bằng $2\sqrt{5}$.

B. Gọi y_1 và y_2 là các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số, khi đó số trị biểu thức y_2-y_1 không phụ thuộc tham số m.

C. Tồn tại duy nhất giá trị thực của m để điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị cách đều gốc tọa độ O .

D. Tồn tại duy nhất giá trị thực của m để điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị cùng với góc tọa độ tạo thành tam giác vuông tại O.

Câu 19. Tìm tất cả các số thực x, y thỏa mãn $(2x-y)i+y(1-2i)^2=3+7i$

A. $x=1; y=-1$. **B.** $x=1; y=1$. **C.** $x=-1; y=1$. **D.** $x=-1; y=-1$.

Câu 20. Gọi x_0 là nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\cos\left(5x-45^o\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0\in\left(-30^o;0^o\right)$. **B.** $x_0\in\left(-45^o;-30^o\right)$. **C.** $x_0\in\left(-60^o;-45^o\right)$. **D.** $x_0\in\left(-90^o;-60^o\right)$.

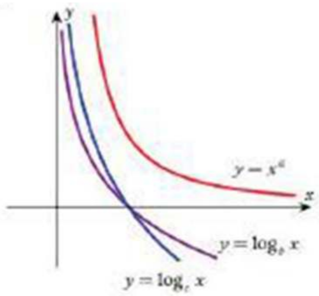
Câu 21. Mặt phẳng qua trục hình trụ cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh a. Thể tích khối trụ bằng:

A. πa^3. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{4}$.

Câu 22. Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn $4^a=25^b=10^c$. Tính $T=\dfrac{c}{a}+\dfrac{c}{b}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{10}$.

Câu 23. Cho a là số thực tùy ý và b, c là số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số $y=\log_b x$, $y=\log_a x$ và $y=x^c, x>0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a<c<b$ **B.** $a<b<c$.

C. $a>c>b$. **D.** $a>b>c$.

Câu 24. Biết các số $C_n^1; C_n^2; C_n^3$ theo thứ tự lập thành cấp số công với $n>3$. Tìm n .

A. $n=5$. **B.** $n=7$. **C.** $n=9$. **D.** $n=11$.

Câu 25. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$, $y=2x$ và các đường thẳng $x=-1; x=1$ được xác định bởi công thức nào sau đây.

A. $S=\left|\int_{-1}^{1}(3x-x^3)\mathrm{d}x\right|$ **B.** $S=\int_{-1}^{1}(3x-x^3)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-1}^{0}(x^3-3x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{1}(3x-x^3)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_{-1}^{0}(3x-x^3)\mathrm{d}x+\int_{0}^{1}(x^3-3x)\mathrm{d}x$

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3;-1;2)$. Trong các phát biểu sau phát biểu nào sai?

A. Tọa độ hình chiếu của M lên mặt phẳng (xOy) là $M'(3;-1;0)$

B. Tọa độ của M lên Oz là $M'(0;0;2)$

C. Tọa độ hình chiếu của M qua gốc tọa độ O là $M'(-3;1;-2)$

D. Khoảng cách từ M đến gốc tọa độ O bằng $\sqrt[3]{14}$

Câu 27. Cho 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 câu bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề như trên?

A. 69 **B.** 88 . **C.** 96 . **D.** 100 .

Câu 28. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C, cạnh huyền $AB=3$. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC và $SB=\frac{\sqrt{14}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $SABC$?

A. $V=\frac{3}{2}$. **B.** $V=\frac{1}{4}$. **C.** $V=\frac{3}{4}$. **D.** $V=1$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC}=60^0$, tam giác SBC là tam giác đều có cạnh bằng $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\alpha=60^0$. **B.** $\tan\alpha=2\sqrt{3}$. **C.** $\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\tan\alpha=\frac{1}{2}$.

Câu 30. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2-16z+17=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=iz_0$?

A. $M_1\left(\frac{1}{2};2\right)$. **B.** $M_2\left(-\frac{1}{2};2\right)$. **C.** $M_3\left(-\frac{1}{4};1\right)$. **D.** $M_4\left(\frac{1}{4};1\right)$.

Câu 31. Biết rằng $b>0, a+b=5$ và $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=2$. Khẳng định nào dưới đây ***sai***?

A. $1\le a\le 3$. **B.** $b>1$. **C.** $a^2+b^2>10$. **D.** $a-b<0$.

Câu 32. Cho số phức $z=\frac{i-m}{1-m(m-2i)}$, trong đó m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho $|z-i|\le\frac{1}{\sqrt{2}}$. Hỏi tập S có tất cả bao nhiêu phần tử nguyên?

A. 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 33. Một hình nón có đường cao bằng 9 cm nội tiếp trong một hình cầu bán kính bằng 5 cm. Tỉ số giữa thể tích khối nón và khối cầu là.

A. $\frac{27}{500}$. **B.** $\frac{81}{500}$. **C.** $\frac{27}{125}$. **D.** $\frac{81}{125}$.

Câu 34. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình $\sin^2 x-\left(\sqrt{3}+1\right)\sin x\cos x+\sqrt{3}\cos^2 x=\sqrt{3}$.

A. $\sin x=0$. **B.** $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=1$.

C. $(\cos x-1)\left(\tan x-\frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}\right)=0$. **D.** $\left(\tan x+2+\sqrt{3}\right)\left(\cos^2 x-1\right)=0$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, sao cho ba điểm $A(0;0;1)$, $B(-1;-2;0)$ và $C(2;1;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=\frac{1}{3}+5t\\ y=-\frac{1}{3}-4t;(t\in R)\\ z=3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=\frac{1}{3}-5t\\ y=-\frac{1}{3}-4t;(t\in R)\\ z=3t\end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=\dfrac{1}{3}+5t \\ y=-\dfrac{1}{3}+4t;(t\in R). \\ z=3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=\dfrac{1}{3}-5t \\ y=-\dfrac{1}{3}-4t;(t\in R). \\ z=-3t \end{cases}$

Câu 36. Biết rằng phương trình $2\log_2 x+\log_{\frac{1}{2}}\left(1-\sqrt{x}\right)=\dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}\left(x-2\sqrt{x}+2\right)$ có nghiệm duy nhất có dạng $a+b\sqrt{3}$ với $a,b\in Z$. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=2$. **B.** $S=-2$. **C.** $S=-6$. **D.** $S=6$.

Câu 37. Trong kỳ thi THPT Quốc Gia, mỗi lớp thi gồm 24 thí sinh được xếp vào 24 bàn khác nhau. Bạn Nam là một thí sinh dự thi, bạn đăng ký 4 môn thi và cả 4 lần thi đều thi tại một phòng duy nhất. Giả sử giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để trong 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí.

A. $\dfrac{253}{1152}$. **B.** $\dfrac{899}{1152}$. **C.** $\dfrac{4}{7}$. **D.** $\dfrac{26}{35}$.

Câu 38. Tìm tất cả giá trị tham số $m\in\mathbb{R}$ để hàm số $y=x^3-3x^2-3(m-1)x+3m+1$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt.

A. $m>1$. **B.** $m>3$. **C.** $m<3$. **D.** $1<m<3$.

Câu 39. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Mặt phẳng (AB'C') tạo với mặt đáy góc $60°$ và điểm G là trọng tâm tam giác ABC. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $G.A'B'C'$ bằng:

A. $\dfrac{85a}{108}$. **B.** $\dfrac{3a}{2}$. **C.** $\dfrac{3a}{4}$. **D.** $\dfrac{31a}{36}$.

Câu 40. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=e^{3\log_x y}+\dfrac{12}{y^{\frac{1}{\ln x}}}$ với $0<x\neq 1$ và $y>0$.

A. $P_{\min}=8\sqrt{3}$. **B.** $P_{\min}=e^2\sqrt{3}$. **C.** $P_{\min}=8\sqrt{2}$. **D.** $P_{\min}=4\sqrt{6}$.

Câu 41. Số giờ có ánh ánh sáng mặt trời của thành phố A trong ngày thứ t của năm 2017 được cho bởi hàm số $y=4\sin\left[\dfrac{\pi}{178}(t-60)\right]+10$ với $t\in\mathbb{Z}$ và $0<t\le 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

A. 28 tháng 5. **B.** 29 tháng 5. **C.** 30 tháng 5. **D.** 31 tháng 5.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P(2;0;-1), Q(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P):3x+2y-z+5=0$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua P,Q và vuông góc với mặt phẳng (P), phương trình mặt phẳng (α) là:

A. $(\alpha):-7x+11y+z-3=0$. **B.** $(\alpha):7x-11y+z-1=0$.

C. $(\alpha):-7x+11y+z+15=0$. **D.** $(\alpha):7x-11y-z+1=0$.

Câu 43. Một hộp sữa hình trụ có thể tích V không đổi được làm từ một tấm tôn có diện tích đủ lớn .Biết hộp sữa chỉ kín một đáy .Để làm hộp sữa tốn ít vật liệu nhất thì hệ thức giữa bán kính R và đường cao h của hình trụ là

A. $h=R$. **B.** $h=\sqrt{2}R$. **C.** $h=\sqrt{3}R$. **D.** $h=2R$.

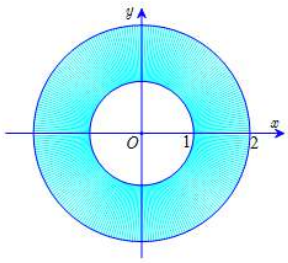
Câu 44. Cho hình hợp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $AA'=2a$ .Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng BD,CD'

A. $d=a\sqrt{2}$. **B.** $d=2a$. **C.** $d=\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $d=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 45. Bác An đem gửi tổng số tiền triệu 320 triệu đồng ở hai loại kỳ hạn khác nhau. Bác gửi 140 triệu đông theo kỳ hạn 3 tháng với lãi suất $2,1\%$ một quý. Số tiền còn lại bác An gửi theo kỳ hạn tháng với lãi suất $0,73\%$ một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi kỳ hạn số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho kỳ hạn tiếp theo. Sau 15 tháng kể từ ngày gửi bác An đi rút tiền. Tính gần đúng đến hàng đơn vị tổng số tiền lãi thu được của bác An.

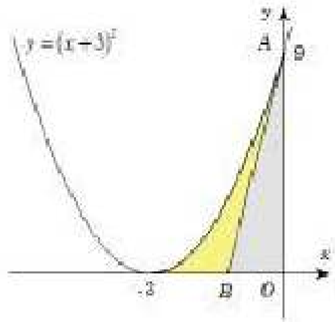
A. 36080251 đồng. **B.** 36080254 đồng.
C. 36080255 đồng. **D.** 36080253 đồng.

Câu 46. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z, biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là phần tô đậm ở hình bên (không kể biên). Mệnh đề nào sau đây đúng:



A. $|z| \le 1$. **B.** $1 < |z| \le 2$. **C.** $1 < |z| < 2$. **D.** $1 \le |z| \le 2$.

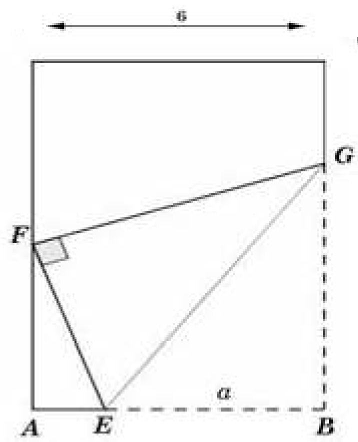
Câu 47. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số , trục hoành và đường thẳng $x = 0$. Gọi $A(0;9), B(b;0)$ $(-3 < b < 0)$. Tính giá trị của tham số b để đoạn thẳng AB chia (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau.



A. $b = -2$. **B.** $b = -\frac{1}{2}$.

C. $b = -1$. **D.** $b = -\frac{3}{2}$.

Câu 48. Một nảnh giấy hình chữ nhật có chiều dài $12cm$ và chiều rộng $6cm$. Thực hiện thao tác gấp góc dưới bên phải sao cho đỉnh được gấp nằm trên cạnh chiều dài còn lại. Hỏi chiều dài L tối thiểu của nếp gấp là bao nhiêu?



A. $\min L = 6\sqrt{2}$. **B.** $\min L = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

C. $\min L = \frac{7\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\min L = 9\sqrt{2}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Trong các số dưới đây, số nào là diện tích của mặt cầu (S)?

A. 12π. **B.** 9π. **C.** 36π. **D.** 36.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;1), B(1;0;1), C(1;1;0), D(2;3;4)$. Hỏi có bao nhiêu điểm P cách đều mặt phẳng $(ABC), (BCD), (CDA), (DAB)$?

A. 5. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.B	4.B	5.B	6.D	7.B	8.B	9.C	10.B
11.D	12.B	13.B	14.C	15.B	16.C	17.B	18.A	19.A	20.C
21.D	22.C	23.D	24.B	25.C	26.D	27.C	28.B	29.B	30.B
31.D	32.D	33.B	34.D	35.A	36.A	37.A	38.A	39.D	40.C
41.B	42.C	43.A	44.D	45.D	46.C	47.A	48.A	49.C	50.C

Câu 1. Có bao nhiêu phát biểu **đúng** về hàm số $f\left(x\right)=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$?

I. Hàm số $y=f\left(x\right)+2017$ đồng biến trong khoảng $\left(-1;0\right)$.

II. Hàm số $y=2017.f\left(x\right)$ đồng biến trong khoảng $\left(-1;0\right)$.

III. Hàm số $y=-2017.f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-1;0\right)$.

IV. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(c;d\right)$ thì $c^{2017}+d^{2017}<0$.

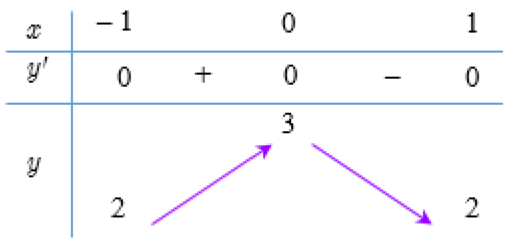
A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f\left(x\right)=x^4-2x^2+3$ trên $\left[-1;1\right]$, ta có $f'\left(x\right)=4x^3-4x$, $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên, rõ ràng hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(-1;0\right)$.

Các khẳng định I, II, III đều đúng (dựa vào tính chất của tính đơn điệu hàm số và tính đơn điệu của hàm số $f\left(x\right)$).

Xét mọi khoảng con $\left(c;d\right)$ của $\left(-1;0\right)$, ta có

$$c<0,\ d\le 0\Rightarrow c^{2017}<0,\ d^{2017}\le 0\Rightarrow c^{2017}+d^{2017}<0$$

Vậy khẳng định IV đúng.

Câu 2. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=x^4-4x^2-2$. Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. Đường thẳng $y=-3$ cắt đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ tại bốn điểm phân biệt, trong đó có một điểm có hoành độ lớn hơn 2, còn ba điểm còn lại có hoành độ nhỏ hơn 1.

B. Đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ và trục hoành có hai điểm chung đối xứng nhau qua gốc O.

C. Hàm số có 2 cực trị và có 3 điểm cực trị.

D. Qua điểm $\left(0;-2\right)$ kẻ được 3 tiếp tuyến đến đồ thị hàm số.

Lời giải

Chọn A

Kiểm tra phương án A: xét phương trình

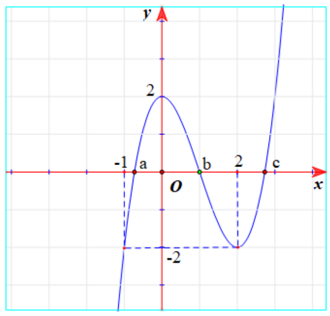
$$x^4-4x^2-2=-3 \Leftrightarrow x^4-4x^2+1=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=2+\sqrt{3} \\ x^2=2-\sqrt{3} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2+\sqrt{3}} \\ x=-\sqrt{2+\sqrt{3}} \\ x=\sqrt{2-\sqrt{3}} \\ x=-\sqrt{2-\sqrt{3}} \end{array}\right.$$

Các nghiệm đều bé hơn 2 nên phương án A được chọn.

Kiểm tra phương án B: Vì hàm trùng phương có $a=1>0,\ c=-2<0$ nên đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nằm phía dưới trục hoành, do đó, đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ O. Không chọn B.



Kiểm tra phương án C: Vì a,c trái dấu và là hàm trùng phương nên hàm số có 2 cực trị và có 3 điểm cực trị. Không chọn C.

Kiểm tra phương án D: Gọi $M\left(x_0;y_0\right)$ là tọa độ tiếp điểm. Ta có $y_0=x_0^4-4x_0^2-2$ và $y'\left(x_0\right)=4x_0^3-8x_0$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại M là

$$y=\left(4x_0^3-8x_0\right)\left(x-x_0\right)+\left(x_0^4-4x_0^2-2\right)$$

Vì tiếp tuyến đi qua điểm $\left(0;-2\right)$ nên

$$\left(4x_0^3-8x_0\right)\left(-x_0\right)+\left(x_0^4-4x_0^2-2\right)=-2 \Leftrightarrow -3x_0^4+4x_0^2=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=\dfrac{2\sqrt{3}}{3} \\ x_0=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3} \end{array}\right.$$

Do đó, có 3 tiếp tuyến của đồ thị hàm số đi qua điểm $\left(0;-2\right)$. Không chọn D.

Câu 3. Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen đươc đánh số $7,8,9$. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

A. 27. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Có tất cả 9 quả cầu, chọn 1 quả cầu $\Rightarrow$ có 9 cách chọn.

Câu 4. Hình bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$.Phân tích hình bên, phát biểu nào sau đây **sai** về hàm số $f(x)$?

A. Hàm số $f(\mathrm{x})$ có ba điểm cực trị.

B. Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $x=0,\ x=2$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;a\right)$ và $\left(b;c\right)$.

D. $f\left(a\right)<f\left(b\right)$ và $f\left(c\right)<f\left(b\right)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị của hàm $f'(x)$ ta có :

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là :

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $x = 0,\ x = 2$ là **sai.**

Câu 5. Cho hình đa diện đều loại $\{4;3\}$ cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = 4a^2$. **B.** $S = 6a^2$. **C.** $S = 8a^2$. **D.** $S = 10a^2$.

Lời giải.

Chọn B.

Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là hình lập phương. Tổng diện tích các mặt là $6a^2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương tình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết cosin góc tạo bởi tiếp tuyến và đường thẳng $\Delta: 4x - 3y = 0$ bằng $\frac{3}{5}$.

A. $y = 2; y = 1$. **B.** $y = -2; y = 1$. **C.** $y = -2; y = -1$. **D.** $y = 2; y = -2$.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có Δ có 1 véctơ pháp tuyến $\vec{n} = (4;-3)$.

Gọi d là tiếp tuyến cần tìm, giả sử d có hệ số góc k $\Rightarrow d$ có 1 véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_d} = (k;-1)$.

Ta có $\cos(\Delta, d) = \left|\cos\left(\vec{n}, \overrightarrow{n_d}\right)\right| \Leftrightarrow \frac{3}{5} = \frac{|4k+3|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}.\sqrt{k^2 + (-1)^2}}$

$$\Leftrightarrow 9\left(k^2+1\right) = (4k+3)^2 \Leftrightarrow 7k^2 + 24k = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 0 \\ k = -\frac{24}{7} \end{array}\right..$$

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

Với $k = 0$ $\Rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Ta được hai tiếp tuyến $y = 2; y = -2$.

Với $k = -\frac{24}{7} \Rightarrow 3x^2 - 6x = -\frac{24}{7}$ vô nghiệm.

Câu 7. Với giá trị nào của a thì đẳng thức $\sqrt{a.\sqrt[3]{a.\sqrt[4]{a}}} = \sqrt[24]{2^5}.\frac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$ đúng?

A. $a = 1$. **B.** $a = 2$. **C.** $a = 0$. **D.** $a = 3$.

Lời giải

Chọn B.

Xét $VT=\sqrt{a.\sqrt[3]{a.\sqrt[4]{a}}}=\sqrt{a.\sqrt[3]{a.a^{\frac{1}{4}}}}=\sqrt{a.\sqrt[3]{a^{\frac{5}{4}}}}=\sqrt{a.a^{\frac{5}{12}}}=\sqrt{a^{\frac{17}{12}}}=a^{\frac{17}{24}}$.

Xét $VP=\sqrt[24]{2^5}.\dfrac{1}{\sqrt{2^{-1}}}=2^{\frac{5}{24}}.2^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{17}{24}}$.

Ta có $VT=VP\Leftrightarrow a^{\frac{17}{24}}=2^{\frac{17}{24}}\Leftrightarrow a=2$.

Câu 8. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y=x^4+\cos\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$. **B.** $y=x^{2017}+\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$.

C. $y=2015+\cos x+\sin^{2018}x$. **D.** $y=\tan^{2017}x+\sin^{2018}x$.

Lời giải

Chọn B.

Xét từng đáp án ta có:

Ở đáp án A: $TXD:D=\mathbb{R}\Rightarrow D$ là tập đối xứng

Lấy $x\in D\Rightarrow -x\in D$

Xét $f(-x)=(-x)^4+\cos\left(-x-\dfrac{\pi}{3}\right)=(x)^4+\cos\left(x-\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)\right)\neq -f(x)$

Vậy câu A không phải hàm số lẻ.

Ở đáp án B: $TXD:D=\mathbb{R}\Rightarrow D$ là tập đối xứng

Lấy $x\in D\Rightarrow -x\in D$

Ta có: $f(x)=x^{2017}+\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)=x^{2017}+\sin(x)$

Xét $f(-x)=(-x)^{2017}+\sin(-x)=-(x)^{2017}-\sin(x)=-\left((x)^{2017}+\sin(x)\right)=-f(x)$

Vậy đáp án B là hàm số lẻ.

Ta tiếp tục làm tương tự ở câu C và D thì hai hàm số không phải là hàm số lẻ.

Câu 9. Biết rằng phương trình $3^{2018}-2^{x\log_8 9}=0$ có nghiệm duy nhất $x=x_0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. x_0 là số nguyên tố. **B.** x_0 là số chính phương.

C. x_0 chia hết cho 3. **D.** x_0 là số chẵn.

Lời giải

Chọn C

Ta c ó: $3^{2018}-2^{x\log_8 9}=0\Leftrightarrow 3^{2018}-2^{\frac{2x}{3}\log_2 3}=0$

$\Leftrightarrow 3^{2018}=3^{\frac{2x}{3}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2x}{3}=2018$

$\Leftrightarrow x=3027$.

Câu 10. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^3-\dfrac{1}{x^2}+3x$ và thỏa mãn $5F(1)+F(2)=43$. Tính $F(2)$.

A. $F(2)=\dfrac{151}{4}$. **B.** $F(2)=23$. **C.** $F(2)=\dfrac{45}{2}$. **D.** $F(2)=\dfrac{86}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F(x)=x^4+\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{2}x^2+C$

Theo giả thiết $5F(1)+F(2)=43 \Rightarrow 5\left(\dfrac{7}{2}+C\right)+\left(\dfrac{45}{2}+C\right)=43$

$$\Rightarrow C=\frac{1}{2}$$

Do đó $F(x)=x^4+\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{2}x^2+\dfrac{1}{2} \Rightarrow F(2)=23$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SB. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $IJCD$ là hình thang.

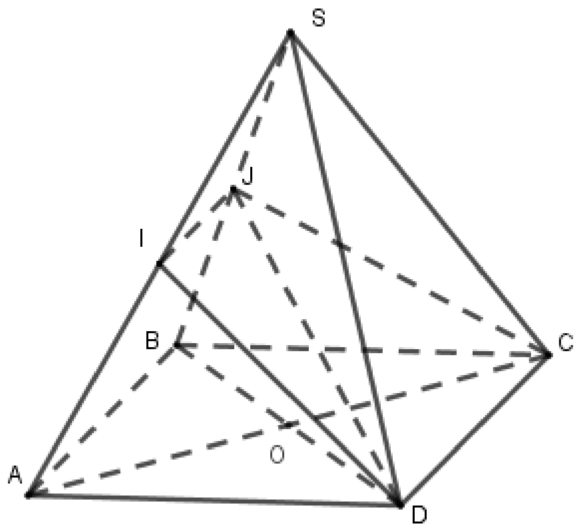
B. $(SAB)\cap(IBC)=IB$.

C. $(SBD)\cap(JCD)=JD$.

D. $(IAC)\cap(JBD)=AO$ với O là tâm $ABCD$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $(IAC)\equiv(SAC),(JBD)\equiv(SBD)$ nên $(IAC)\cap(JBD)\equiv(SAC)\cap(SBD)=SO$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có tập xác định là $D=(-3;3)\setminus\{-1;1\}$, liên tục trên các khoảng của tập D và có

$$\lim_{x\to -3^+} f(x)=-\infty;\ \lim_{x\to -1^-} f(x)=-\infty;\ \lim_{x\to -1^+} f(x)=-\infty;$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=+\infty;\ \lim_{x\to 1+} f(x)=+\infty;\ \lim_{x\to 3^-} f(x)=+\infty$$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=-3$ và $x=3$.

B. Đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=-1$ và $x=1$.

C Đồ thị hàm số có đúng bốn tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=\pm 1$ và $x=\pm 3$.

D. Đồ thị hàm số có sáu tiệm cận đứng.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa tiệm cận.

Câu 13. Tính giá trị biểu thức $P = \log_a\left(a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}\right)$ với $0 < a \neq 1$.

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P = \log_a\left(a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}\right) = \log_a\left(a\sqrt[3]{a^{\frac{3}{2}}}\right) = \log_a\left(a^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{3}{2}$.

Câu 14. Đa thức $P(x) = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

Lời giải

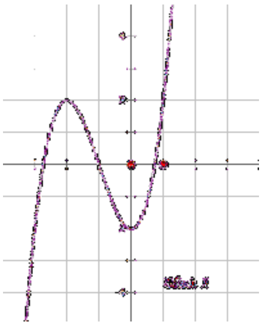
Chọn C

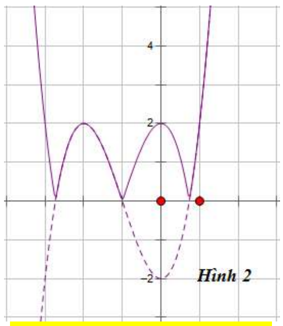
Ta có $(2x-1)^5 = \sum_{k=0}^{5} C_5^k (2x)^{5-k}(-1)^k$

$$= C_5^0(2x)^5 - C_5^1(2x)^4 + C_5^2(2x)^3 - C_5^3(2x)^2 + C_5^4(2x)^1 - C_5^5(2x)^0$$

$$= 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1.$$

Câu 15. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?





A. $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$. **B.** $y = \left|x^3 + 3x^2 - 2\right|$.

C. $y = \left||x|^3 + 3x^2 - 2\right|$. **D.** $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$.

Nhận xét: Đồ thị trong hình 2 là của hàm xác định bởi công thức:

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & f(x) \geq 0 \\ -f(x) & f(x) < 0 \end{cases}.$$

Hay nói cách khác: Đồ thị hình 2 là của hàm số $y = g(x) = |f(x)|$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int\limits_1^3 f(x)dx = 2016$ và $\int\limits_3^4 f(x)dx = 2017$. Tính tích phân $I = \int\limits_1^4 f(x)dx$.

A. $I = 4023$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = -1$. **D.** $I = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I = \int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^3 f(x)\mathrm{d}x + \int_3^4 f(x)\mathrm{d}x$

$I=\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x-\int_4^3 f(x)\,\mathrm{d}x=2016-2017=-1$.

Câu 17. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a}=\overrightarrow{AA'},\vec{b}=\overrightarrow{AB},\vec{c}=\overrightarrow{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vectơ $\overrightarrow{AG'}$ bằng

A. $\frac{1}{3}(\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c})$.

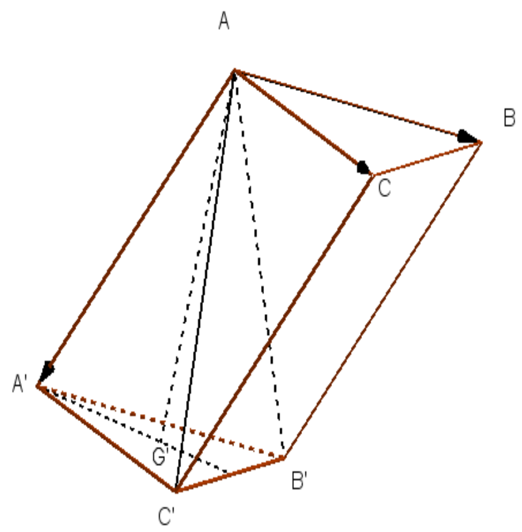
B. $\frac{1}{3}(3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$.

C. $\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+3\vec{c})$.

D. $\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$.

Lời giải

Chọn B.



Do G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$ nên

$\overrightarrow{AG'}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AC'}\right)=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CC'}\right)=\frac{1}{3}\left(3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$. Chọn B.

Câu 18. Khi nói về hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+(m+1)x+m+1}{x+1}$, m là tham số, phát biểu nào sau đây sai?.

A. Đồ thị hàm số luôn có điểm cực đại, cực tiểu và khoảng cách giữa hai điểm đó bằng $2\sqrt{5}$.

B. Gọi y_1 và y_2 là các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số, khi đó số trị biểu thức y_2-y_1 không phụ thuộc tham số m.

C. Tồn tại duy nhất giá trị thực của m để điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị cách đều gốc tọa độ O.

D. Tồn tại duy nhất giá trị thực của m để điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị cùng với góc tọa độ tạo thành tam giác vuông tại O.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $\mathbb{R}\backslash\{1\}$.

$$f(x)=\frac{x^2+(m+1)x+m+1}{x+1}=x+m+\frac{1}{x+1}\Rightarrow f'(x)=\frac{x(x+2)}{(x+1)^2}.$$

$\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2.\end{array}\right.$ Hàm số luôn có hai điểm cực trị là $A(0;m+1);B(-2;m-3)$.

$\Rightarrow AB=2\sqrt{5}$. Chọn A.

Câu 19. Tìm tất cả các số thực x,y thỏa mãn $(2x-y)i+y(1-2i)^2=3+7i$

A. $x=1;y=-1$. **B.** $x=1;y=1$. **C.** $x=-1;y=1$. **D.** $x=-1;y=-1$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $(2x-y)i+y(1-2i)^2=3+7i$

$\Leftrightarrow 2xi-yi+y-4yi-4y=3+7i$

$\Leftrightarrow 2xi-5yi-3y=3+7i$

$\Leftrightarrow \begin{cases}-3y=3\\2x-5y=7\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=-1\\x=1\end{cases}$.

Câu 20. Gọi x_0 là nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\cos\left(5x-45^o\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0\in\left(-30^o;0^o\right)$. **B.** $x_0\in\left(-45^o;-30^o\right)$. **C.** $x_0\in\left(-60^o;-45^o\right)$. **D.** $x_0\in\left(-90^o;-60^o\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\cos\left(5x-45^o\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5x-45^o=30^o+k.360^o\\5x-45^o=-30^o+k.360^o\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=15^o+k.72^o\\x=3^o+k.72^o\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$.

Với $k=-1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-57^o\\x=-69^o\end{array}\right.$. Do đó nghiệm âm lớn nhất là $x_0=-57^o$.

Câu 21. Mặt phẳng qua trục hình trụ cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh a. Thể tích khối trụ bằng:

A. πa^3. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng qua trục hình trụ cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh a nên hình trụ có bán kính đáy $R=\dfrac{a}{2}$, đường cao $h=a$. Thể tích khối trụ $V=\pi R^2h=\dfrac{\pi a^3}{4}$.

Câu 22. Cho $a,\ b,\ c$ là các số thực khác 0 thỏa mãn $4^a=25^b=10^c$. Tính $T=\dfrac{c}{a}+\dfrac{c}{b}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{10}$.

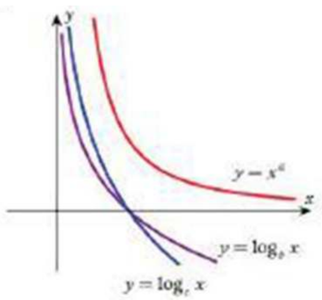
Lời giải

Chọn C

Ta có $4^a=25^b=10^c\Leftrightarrow 2a=2b\log_2 5=c(1+\log_2 5)\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{c}{a}=\dfrac{2}{1+\log_2 5}\\\dfrac{c}{b}=\dfrac{2\log_2 5}{1+\log_2 5}\end{cases}$

Vậy $T=\dfrac{c}{a}+\dfrac{c}{b}=\dfrac{2}{1+\log_2 5}+\dfrac{2\log_2 5}{1+\log_2 5}=2$.

Câu 23. Cho a là số thực tùy ý và b,c là số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số $y=\log_b x$, $y=\log_a x$ và $y=x^c, x>0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a<c<b$ **B.** $a<b<c$.

C. $a>c>b$. **D.** $a>b>c$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy cả ba hàm số đều nghịch biến trên khoảng

$(0;+\infty)$.

Với đồ thị hàm số $y=x^c$ nghịch biến nên $c<0$.

Với ai đồ thị hàm số $y=\log_b x$, $y=\log_a x$ ta thấy với $x\in(0;+\infty)$ thì :

$\log_b x>\log_a x \Rightarrow 0<b<a<1$

Vậy : $a>b>c$

Câu 24. Biết các số $C_n^1;C_n^2;C_n^3$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng với $n>3$. Tìm n .

A. $n=5$. **B.** $n=7$. **C.** $n=9$. **D.** $n=11$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Bằng cách thay trực tiếp từng giá trị của n vào kiểm tra thì ta thấy :

$C_n^1=7;C_n^2=21;C_n^3=35$ lập thành cấp số cộng với công sai $d=14$

Cách 2: Theo giả thiết $C_n^1;C_n^2;C_n^3$ lập thành cấp số cộng nên :

$$C_n^1+C_n^3=2C_n^2 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)!}+\frac{n!}{(n-3)!3!}=\frac{2.n!}{(n-1)!2!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3!.n!+n!.(n-1)(n-2)}{(n-1)!3!}=\frac{3.2.(n-1).n!}{(n-1)!3!}$$

$$\Leftrightarrow 3!+(n-1)(n-2)=6(n-1)\Leftrightarrow n^2-9n+14=0$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=7 \\ n=2 \end{array}\right.$. Theo yêu cầu bài toán thì $n=7$ là kết quả cần tìm.

Câu 25. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$, $y=2x$ và các đường thẳng $x=-1;x=1$ được xác định bởi công thức nào sau đây.

A. $S=\left|\int\limits_{-1}^{1}(3x-x^3)\mathrm{d}x\right|$ **B.** $S=\int\limits_{-1}^{1}(3x-x^3)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{-1}^{0}(x^3-3x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}(3x-x^3)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_{-1}^{0}(3x-x^3)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}(x^3-3x)\mathrm{d}x$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S=\int\limits_{-1}^{1}\left|x^3-3x\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{0}\left|x^3-3x\right|\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}\left|x^3-3x\right|\mathrm{d}x$

$$\Rightarrow S=\int\limits_{-1}^{0}(x^3-3x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}(3x-x^3)\mathrm{d}x$$

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3;-1;2)$. Trong các phát biểu sau phát biểu nào sai?

A. Tọa độ hình chiếu của M lên mặt phẳng (xOy) là $M'(3;-1;0)$

B. Tọa độ của M lên Oz là $M'(0;0;2)$

C. Tọa độ hình chiếu của M qua gốc tọa độ O là $M'(-3;1;-2)$

D. Khoảng cách từ M đến gốc tọa độ O bằng $\sqrt[3]{14}$

Lời giải

Chọn D

Phương án đúng phải là : Khoảng cách từ M đến gốc tọa độ O bằng $\sqrt{14}$

Câu 27. Cho 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 câu bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề như trên?

A. 69 **B.** 88 . **C.** 96 . **D.** 100 .

Lời giải

Chọn C

TH1: Đề gồm 1 câu lý thuyết và 2 câu bài tập: Có $C_4^1.C_6^2 = 60$ đề

TH2: Đề gồm 2 câu lý thuyết và 1 câu bài tập: Có $C_4^2.C_6^1 = 36$ đề

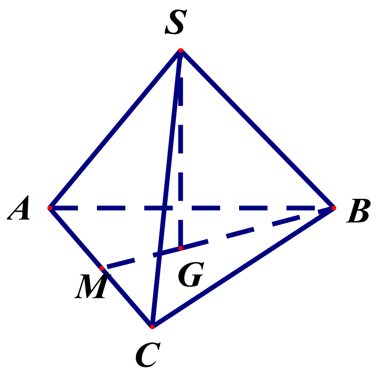
Vậy có thể tạo được $60+36=96$ đề

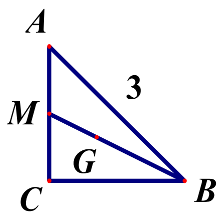
Câu 28. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C, cạnh huyền $AB=3$. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC và $SB=\frac{\sqrt{14}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $SABC$?

A. $V=\frac{3}{2}$. **B.** $V=\frac{1}{4}$. **C.** $V=\frac{3}{4}$. **D.** $V=1$.

Lời giải

Chọn B





Tam giác vuông cân có cạnh huyền $AB=3 \Rightarrow AC=\frac{3}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow dt_{ABC}=\frac{1}{2}.\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{9}{4}$

Gọi M là trung điểm AC thì BM là trung tuyến $\Rightarrow BM^2=\frac{BA^2+BC^2}{2}-\frac{AC^2}{4}=\frac{3^2+\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2}{2}-\frac{\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2}{4}=\frac{45}{8}\Rightarrow BM=\frac{3\sqrt{10}}{4}$

$\Rightarrow BG=\frac{2}{3}BM=\frac{2}{3}.\frac{3\sqrt{10}}{4}=\frac{\sqrt{10}}{2}$

Từ đó $\Rightarrow SG=\sqrt{SB^2-GB^2}=\sqrt{\frac{14}{4}-\frac{10}{4}}=1$

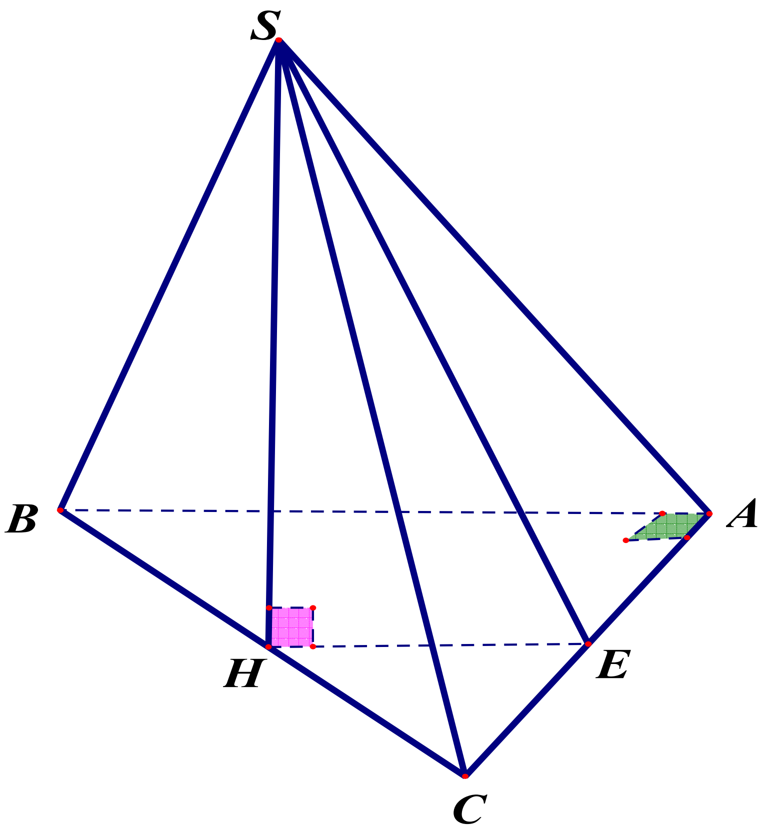
Vậy $V_{SABC}=\frac{1}{3}SG.dt_{ABC}=\frac{1}{3}.1.\frac{9}{4}=\frac{1}{4}$

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC}=60^0$, tam giác SBC là tam giác đều có cạnh bằng $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\alpha=60^0$. **B.** $\tan\alpha=2\sqrt{3}$. **C.** $\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\tan\alpha=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm BC ta có $SH \perp (ABC)$.

$(SAC) \cap (ABC) = AC$ (1)

Kẻ $HE \perp AC$ (2)

Suy ra $SE \perp AC$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{((SAC),(ABC))} = \widehat{SEH} = \alpha$.

Xét tam giác ABC vuông tại A: $AB = BC.\cos 60^0 = 2a.\frac{1}{2} = a \Rightarrow HE = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.

Tam giác SBC đều cạnh $2a$, suy ra $SH = 2a\frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Khi đó, $\tan\alpha = \frac{SH}{EH} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{a}{2}} = 2\sqrt{3}$.

Câu 30. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

A. $M_1\left(\frac{1}{2};2\right)$. **B.** $M_2\left(-\frac{1}{2};2\right)$. **C.** $M_3\left(-\frac{1}{4};1\right)$. **D.** $M_4\left(\frac{1}{4};1\right)$.

Lời giải

Chọn B

$$4z^2 - 16z + 17 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 2 + \frac{1}{2}i \\ z = 2 - \frac{1}{2}i \end{array}\right.$$

Vì z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương nên $z_0 = 2 + \frac{1}{2}i \Rightarrow w = iz_0 = i\left(2 + \frac{1}{2}i\right) = \frac{-1}{2} + 2i$.

Vậy điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$ là $M_2\left(-\frac{1}{2};2\right)$.

Câu 31. Biết rằng $b>0$, $a+b=5$ và $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=2$. Khẳng định nào dưới đây ***sai***?

A. $1\le a\le 3$. **B.** $b>1$. **C.** $a^2+b^2>10$. **D.** $a-b<0$.

Lời giải

Chọn D

$$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{ax+1}-1}{x}+\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{1-bx}}{x}$$

$$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{a}{\sqrt[3]{(ax+1)^2}+\sqrt[3]{(ax+1)}+1}+\lim\limits_{x\to 0}\frac{b}{1+\sqrt{1-bx}}=\frac{a}{3}+\frac{b}{2}.$$

Theo đề ta có: $\begin{cases}\dfrac{a}{3}+\dfrac{b}{2}=2\\ a+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+3b=12\\ a+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=2\end{cases}$.

Câu 32. Cho số phức $z=\dfrac{i-m}{1-m(m-2i)}$, trong đó m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho $|z-i|\le\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Hỏi tập S có tất cả bao nhiêu phần tử nguyên?

A. 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$$z=\frac{i-m}{1-m(m-2i)}=\frac{i(1+mi)}{(1+mi)^2}=\frac{i}{1+mi}=\frac{i(1-mi)}{(1+mi)(1-mi)}=\frac{m+i}{1+m^2}\Rightarrow z-i=\frac{m}{1+m^2}+\frac{m^2}{1+m^2}i$$

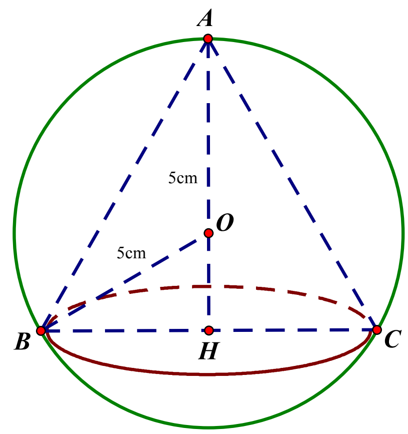
Do đó $|z-i|\le\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\dfrac{m^2+m^4}{(1+m^2)^2}\le\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{m^2}{1+m^2}\le\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow|m|\le 1$.

Vậy tập S có 3 phần tử nguyên.

Câu 33. Một hình nón có đường cao bằng 9 cm nội tiếp trong một hình cầu bán kính bằng 5 cm. Tỉ số giữa thể tích khối nón và khối cầu là.

A. $\dfrac{27}{500}$. **B.** $\dfrac{81}{500}$. **C.** $\dfrac{27}{125}$. **D.** $\dfrac{81}{125}$.

Lời giải



Chọn B

Theo đề bài ta có $OH=AH-AO=9-5=4\,(cm)$

Ta có: $BH^2=OB^2-OH^2=5^2-4^2=9\Rightarrow BH=3$ (pytago)

Thể tích khối nón:

$$V_1=\frac{1}{3}h.\pi r^2=\frac{1}{3}.AH.\pi.BH^2=\frac{1}{3}.9.\pi.3^2=27\pi.$$

Thể tích khối cầu: $V_2=\dfrac{4}{3}\pi R^2=\dfrac{4}{3}\pi 5^3=\dfrac{500}{3}\pi$

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{27\pi}{\frac{500}{3}\pi}=\frac{81}{500}.$$

Câu 34. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình $\sin^2x-\left(\sqrt{3}+1\right)\sin x\cos x+\sqrt{3}\cos^2x=\sqrt{3}$.

A. $\sin x=0$. **B.** $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=1$.

C. $(\cos x-1)\left(\tan x-\dfrac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}\right)=0$.

D. $\left(\tan x+2+\sqrt{3}\right)\left(\cos^2 x-1\right)=0$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $\sin^2 x-\left(\sqrt{3}+1\right)\sin x\cos x+\sqrt{3}\cos^2 x=\sqrt{3}\ \ (*)$.

TH1: $\cos x=0$ không là nghiệm của phương trình $(*)$

TH2: $\cos x\neq 0$. Ta chia 2 vế của phương trình $(*)$ cho $\cos^2 x$ ta được

$$\tan^2 x-\left(\sqrt{3}+1\right)\tan x+\sqrt{3}=\sqrt{3}\left(1+\tan^2 x\right)\Leftrightarrow \tan x.\left[\left(1-\sqrt{3}\right)\tan x-\left(\sqrt{3}+1\right)\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=0\\ \tan x=\dfrac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}=-2-\sqrt{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \tan x=-2-\sqrt{3}\end{array}\right.$$

Xét đáp án D .

$$\left(\tan x+2+\sqrt{3}\right)\left(\cos^2 x-1\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=-2-\sqrt{3}\\ \sin^2 x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=-2-\sqrt{3}\\ \sin x=0\end{array}\right..$$

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, sao cho ba điểm $A(0;0;1)$, $B(-1;-2;0)$ và $C(2;1;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=\dfrac{1}{3}+5t\\ y=-\dfrac{1}{3}-4t;(t\in R)\\ z=3t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=\dfrac{1}{3}-5t\\ y=-\dfrac{1}{3}-4t;(t\in R)\\ z=3t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=\dfrac{1}{3}+5t\\ y=-\dfrac{1}{3}+4t;(t\in R)\\ z=3t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=\dfrac{1}{3}-5t\\ y=-\dfrac{1}{3}-4t;(t\in R)\\ z=-3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Do G là trọng tâm của tam giác $ABC\Rightarrow G\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{3};0\right)$

Gọi $\vec{u}$ là một vtcp của Δ. Do $\Delta\perp(ABC)$ nên ta có: $\begin{cases}\vec{u}\perp\overrightarrow{AB}\\ \vec{u}\perp\overrightarrow{AC}\end{cases}\Rightarrow \vec{u}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(5;-4;3)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $G\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{3};0\right)$, nhận vectơ $\vec{u}=(5;-4;3)$ là một vtcp.

Phương trình đường thẳng Δ cần tìm là: $\begin{cases} x = \dfrac{1}{3} + 5t \\ y = -\dfrac{1}{3} - 4t \\ z = 3t \end{cases}$

Câu 36. Biết rằng phương trình $2\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}}\left(1-\sqrt{x}\right) = \dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}\left(x - 2\sqrt{x} + 2\right)$ có nghiệm duy nhất có dạng $a + b\sqrt{3}$ với $a,b \in Z$. Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 2$. **B.** $S = -2$. **C.** $S = -6$. **D.** $S = 6$.

Lời giải

Chọn A

Đk: $0 < x < 1$

PT $\Leftrightarrow \log_2 x - \log_2\left(1-\sqrt{x}\right) = \log_2\left(x - 2\sqrt{x} + 2\right) - \log_2 x$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{1-\sqrt{x}} = \frac{x - 2\sqrt{x} + 2}{x} \Leftrightarrow \frac{x}{1-\sqrt{x}} = 1 + \frac{2\left(1-\sqrt{x}\right)}{x} \quad (1)$$

Đặt: $t = \dfrac{x}{1-\sqrt{x}} > 1$

PT (1) trở thành: $t = 1 - \dfrac{2}{t} \Leftrightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1\,(l) \\ t = 2 \end{array}\right.$

Với $t = 2$ ta có: $\dfrac{x}{1-\sqrt{x}} = 2 \Leftrightarrow x + 2\sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x} = -1 - \sqrt{3}\,(l) \\ \sqrt{x} = -1 + \sqrt{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 4 - 2\sqrt{3}$

Khi đó: $a = 4; b = -2 \Rightarrow S = 2$

Câu 37. Trong kỳ thi THPT Quốc Gia, mỗi lớp thi gồm 24 thí sinh được xếp vào 24 bàn khác nhau. Bạn Nam là một thí sinh dự thi, bạn đăng ký 4 môn thi và cả 4 lần thi đều thi tại một phòng duy nhất. Giả sử giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để trong 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí.

A. $\dfrac{253}{1152}$. **B.** $\dfrac{899}{1152}$. **C.** $\dfrac{4}{7}$. **D.** $\dfrac{26}{35}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt A là biến cố "Trong 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí"

Số phần tử không gian mẫu: $n\left(\Omega\right) = 24^4$

- Trong 4 lần thi có 2 lần trùng vị trí, vậy có: C_4^2 cách chọn.
- Trong lần thi thứ nhất, vị trí bạn Nam ngồi thi, có: 24 cách chọn.
- Trong lần thi thứ 2 vị trí bạn Nam ngồi trùng với lần đầu, có: 1 cách chọn.
- Trong hai lần còn lại, không trùng với hai lần trước nên có: 23.22 cách chọn.

Suy ra: $n\left(A\right) = C_4^2.24.1.23.22 = 72864$ cách chọn.

Vậy xác suất để trong 4 lần thi bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí.

$$P\left(A\right) = \frac{72864}{331776} = \frac{253}{1152}$$

Câu 38. Tìm tất cả giá trị tham số $m \in \mathbb{R}$ để hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 3(m-1)x + 3m + 1$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt.

A. $m > 1$. **B.** $m > 3$. **C.** $m < 3$. **D.** $1 < m < 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 6x - 3(m-1)$

Để hàm số có hai cực trị thì $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 6x - 3(m-1) = 0$ có hai nghiệm $x_1 = 1 - \sqrt{m}$ và $x_2 = 1 + \sqrt{m}$

Ta thấy: $f(x) = \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\right) \cdot f'(x) - 2mx + 2m + 2$, suy ra: đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có dạng: $y = -2mx + 2m + 2$.

Suy ra: $f(x_1) = 2\left(1 + m\sqrt{m}\right)$; $f(x_2) = 2\left(1 - m\sqrt{m}\right)$

Để hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 3(m-1)x + 3m + 1$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt thì:

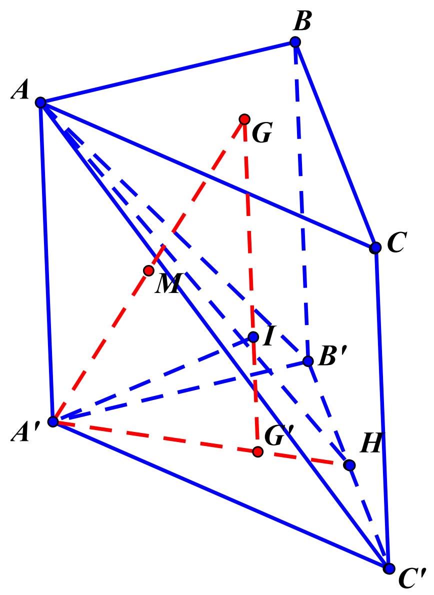
$f(x_1) \cdot f(x_2) = 4\left(1 - m^3\right) < 0 \Leftrightarrow m > 1$

Câu 39. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc $60°$ và điểm G là trọng tâm tam giác ABC. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $G.A'B'C'$ bằng:

A. $\frac{85a}{108}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{31a}{36}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $(AB'C') \cap (A'B'C') = B'C'$

Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow \begin{cases} AH \perp B'C' \\ A'H' \perp B'C' \end{cases}$ (Do tam giác $AB'C'; A'B'C'$ là tam giác cân)

$\Rightarrow \widehat{A'HA} = \widehat{((AB'C');(ABC))} = 60° \Rightarrow AA' = \frac{\sqrt{3}a}{2}\tan 60° = \frac{3a}{2}$

Gọi G' là trọng tâm của $A'B'C'$

Goi M là trung điểm $A'G$, từ M dựng d vuông góc với $A'G$ cắt GG' tại I

$\Rightarrow IG = IA'$ (1)

Mặt khác $I \in GG'$ suy ra $IA' = IB' = IC'$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $G.A'B'C'$

Xét tam giác $AA'G$ vuông tại A ta có: $A'G=\sqrt{AA'^2+AG^2}=\sqrt{\frac{31}{12}}a$

Xét tam giác $G'A'G$ vuông tại G' ta có: $\cos(\widehat{A'GG'})=\frac{GG'}{A'G}=\sqrt{\frac{27}{31}}$

Xét tam giác MGI vuông tại M ta có: $IG=\frac{GM}{\cos(\widehat{A'GG'})}=\frac{31a}{36}$

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp $G.A'B'C'$ là $\frac{31}{36}a$

Câu 40. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=e^{3\log_x y}+\frac{12}{y^{\frac{1}{\ln x}}}$ với $0<x\neq 1$ và $y>0$.

A. $P_{\min}=8\sqrt{3}$. **B.** $P_{\min}=e^2\sqrt{3}$. **C.** $P_{\min}=8\sqrt{2}$. **D.** $P_{\min}=4\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Xét $y\neq 1$

Đặt $t=y^{\frac{1}{\ln x}}$

$\Rightarrow \log_y t=\log_y y^{\frac{1}{\ln x}}\Rightarrow \log_y t=\frac{1}{\ln x}$

$\Rightarrow \frac{\log_x t}{\log_x y}=\frac{1}{\ln x}\Rightarrow \log_x y=\ln t$

Vậy ta có $P=e^{3\ln t}+\frac{12}{t}=t^3+\frac{12}{t}$

Suy ra $P'=3t^2-\frac{12}{t^2}=\frac{3t^4-12}{t^2}$

Xét $P'=0\Rightarrow t=\sqrt{2}$

t	-∞	0		$\sqrt{2}$		+∞
P'			-	0	+	
P			↘	$8\sqrt{2}$	↗	

Xét $y=1\Rightarrow P=13$

Vậy $P_{\min}=8\sqrt{2}$

Câu 41. Số giờ có ánh ánh sáng mặt trời của thành phố A trong ngày thứ t của năm 2017 được cho bởi hàm số $y=4\sin\left[\frac{\pi}{178}(t-60)\right]+10$ với $t\in\mathbb{Z}$ và $0<t\le 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

A. 28 tháng 5. **B.** 29 tháng 5. **C.** 30 tháng 5. **D.** 31 tháng 5.

Lời giải

Chọn B.

Số giờ có ánh sáng nhiều nhất chính là giá trị lớn nhất của hàm số: $y=4\sin\left[\frac{\pi}{178}(t-60)\right]+10$

Ta có $\max\limits_{[0;365]} y = 14 \Leftrightarrow 4\sin\left[\frac{\pi}{178}(t-60)\right] = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{178}(t-60) = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow t - 60 = 89 + 356k \Leftrightarrow t = 149 + 356k \Leftrightarrow t = 149$ vì $0 < t \leq 365$

Vậy vào ngày thứ 149 trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất, ngày đó là ngày 29 tháng 5.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P(2;0;-1), Q(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 5 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua P, Q và vuông góc với mặt phẳng (P), phương trình mặt phẳng (α) là:

A. $(\alpha): -7x + 11y + z - 3 = 0$. **B.** $(\alpha): 7x - 11y + z - 1 = 0$.

C. $(\alpha): -7x + 11y + z + 15 = 0$. **D.** $(\alpha): 7x - 11y - z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{PQ} = (-1;-1;4), \vec{n} = (3;2;-1)$ là cặp véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

$\vec{m} = \left[\overrightarrow{PQ}, \vec{n}\right] = (-7;11;1)$ là véc tơ pháp tuyến của (α).

$(\alpha): -7(x-2) + 11(y-0) + z + 1 = 0 \Leftrightarrow -7x + 11y + z + 15 = 0.$

Câu 43. Một hộp sữa hình trụ có thể tích V không đổi được làm từ một tấm tôn có diện tích đủ lớn .Biết hộp sữa chỉ kín một đáy .Để làm hộp sữa tốn ít vật liệu nhất thì hệ thức giữa bán kính R và đường cao h của hình trụ là

A. $h = R$. **B.** $h = \sqrt{2}R$. **C.** $h = \sqrt{3}R$. **D.** $h = 2R$.

Lời giải

Chọn A

Để vật liệu tốn ít nhất thì $S = 2\pi Rh + \pi R^2$ nhỏ nhất.

Do $V = \pi R^2 h$ nên $h = \frac{V}{\pi R^2}$. Suy ra

$S = \pi R^2 + 2\pi R.\frac{V}{\pi R^2} = \pi R^2 + \frac{2V}{R}$.

Suy ra: $S' = 2\pi R - \frac{2V}{R^2}$; $S' = 0 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$

Lập bảng biến thiên ta thấy: $S_{\min} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$ hay $V = \pi R^3$

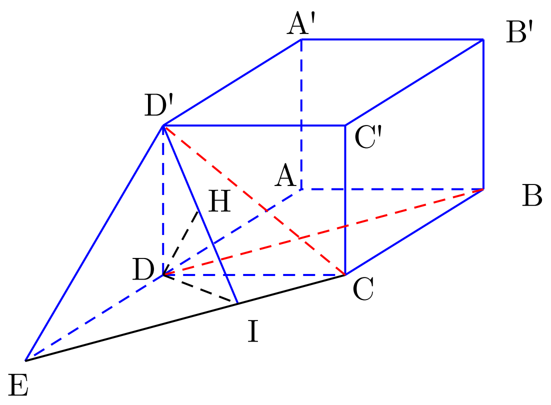
Do đó: $h = \frac{V}{\pi R^2} = \frac{\pi R^3}{\pi R^2} = R$

Câu 44. Cho hình hợp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $AA' = 2a$ .Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng BD, CD'

A. $d = a\sqrt{2}$. **B.** $d = 2a$. **C.** $d = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $CE//BD$ suy ra : $d\left(BD,D'C\right)=d\left(BD,\left(D'CE\right)\right)=d\left(D,\left(D'CE\right)\right)$

Kẻ $DI\perp CE, DH\perp D'I \Rightarrow DH\perp\left(D'CE\right)\Rightarrow DH=d\left(D,\left(D'CE\right)\right)$

Ta có: $\dfrac{1}{DH^2}=\dfrac{1}{\left(DD'\right)^2}+\dfrac{1}{DI^2}=\dfrac{1}{4a^2}+\dfrac{1}{a^2}\Rightarrow DH=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$

Vậy : $d=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$

Câu 45. Bác An đem gửi tổng số tiền triệu 320 triệu đồng ở hai loại kỳ hạn khác nhau. Bác gửi 140 triệu đông theo kỳ hạn 3 tháng với lãi suất $2,1\%$ một quý. Số tiền còn lại bác An gửi theo kỳ hạn tháng với lãi suất $0,73\%$ một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi kỳ hạn số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho kỳ hạn tiếp theo. Sau 15 tháng kể từ ngày gửi bác An đi rút tiền. Tính gần đúng đến hàng đơn vị tổng số tiền lãi thu được của bác An.

A. 36080251 đồng. **B.** 36080254 đồng.

C. 36080255 đồng. **D.** 36080253 đồng.

Lời giải

Chọn D

* Với số tiền 140 triệu gửi theo kỳ hạn ba tháng, lãi suất $2,1\%$ một quý.

Sau quý thứ 1 tiền lãi là: $140\times 0,021$ (triệu đồng)

Sau quý thứ 2 tiền lãi là: $140(1+0,021)\times 0,021$ (triệu đồng)

.

Sau quý thứ 5 tiền lãi là: $140(1+0,021)^4\times 0,021$ (triệu đồng)

Tổng tiền lãi sau 15 tháng (5 quý) là:

$A=140\times 0.021(1+1.021+1.021^2+1.021^3+1.021^4)$

* Với số tiền 180 triệu gửi theo kỳ hạn một tháng, lãi suất $0,73\%$ một tháng.

Sau tháng thứ 1 tiền lãi là: $180\times 0,0073$ (triệu đồng)

Sau tháng thứ 2 tiền lãi là: $180(1+0,0073)\times 0,0073$ (triệu đồng).

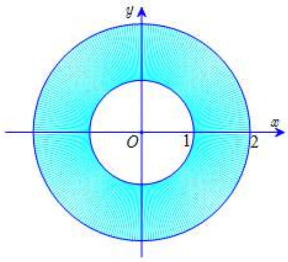
Sau tháng thứ 15 tiền lãi là: $180(1+0,0073)^{14}\times 0,0073$ (triệu đồng)

Tổng tiền lãi sau 15 tháng là:

$B=180\times 0,0073(1+1,0073+1,0073^2+...+1,0073^{14})=180\times 0,0073(1+1,0073\times\dfrac{1.0073^{14}-1}{1,0073-1})$ Vậy tổng tiền lãi là $A+B=36.080.25269$ (đồng).

Làm tròn đến hàng đơn vị có đáp án D.

Câu 46. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z, biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là phần tô đậm ở hình bên (không kể biên). Mệnh đề nào sau đây đúng:



A. $|z| \le 1$. **B.** $1 < |z| \le 2$. **C.** $1 < |z| < 2$. **D.** $1 \le |z| \le 2$.

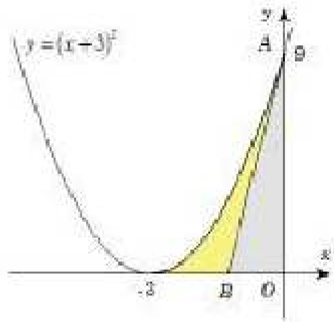
Lời giải

Chọn C

Ta nhận thấy tập hợp các điểm $M(a;b)$ nằm trong phần tô đậm của hình vẽ (không kể biên) là hình vành khăn giới hạn bởi hai đường tròn có phương trình lần lượt là $x^2 + y^2 = 4$ và $x^2 + y^2 = 1$.

Rõ ràng ta thấy $1 < a^2 + b^2 < 4 \Leftrightarrow 1 < \sqrt{a^2 + b^2} < 2$, vậy tập hợp các số phức z biểu diễn cho các điểm $M(a;b)$ trên thỏa mãn $1 < |z| < 2$

Câu 47. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số , trục hoành và đường thẳng $x = 0$. Gọi $A(0;9), B(b;0)$ $(-3 < b < 0)$. Tính giá trị của tham số b để đoạn thẳng AB chia (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau.



A. $b = -2$. **B.** $b = -\frac{1}{2}$.

C. $b = -1$. **D.** $b = -\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải.

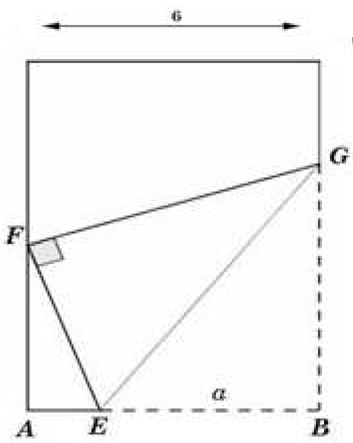
Chọn C.

Diện tích hình (H) là : $S_{(H)} = \int_{-3}^{0} (x+3)^2\, dx = 9$

Diện tích tam giác OAB là : $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}.9.|b|$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow S_{(H)} = 2S_{\Delta OAB} \Leftrightarrow 9|b| = 9 \Leftrightarrow b = \pm 1$. Kết hợp với điều kiện $(-3 < b < 0)$ ta được $b = -1$.

Câu 48. Một nảnh giấy hình chữ nhật có chiều dài $12cm$ và chiều rộng $6cm$. Thực hiện thao tác gấp góc dưới bên phải sao cho đỉnh được gấp nằm trên cạnh chiều dài còn lại. Hỏi chiều dài L tối thiểu của nếp gấp là bao nhiêu?



A. $\min L = 6\sqrt{2}$. **B.** $\min L = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

C. $\min L = \frac{7\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\min L = 9\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $FB = a \Rightarrow EF = a, AE = 6 - a$.

Trong tam giác vuông AEF có

$\cos\widehat{AEF} = \dfrac{6-a}{a} \Rightarrow \cos\widehat{AEF} = \dfrac{a-6}{a}$ (Hai góc bù nhau).

Ta có $\widehat{FEG} = \widehat{BEG} = \dfrac{1}{2}\widehat{FEB} \Rightarrow \cos\widehat{FEG} = \sqrt{\dfrac{a-3}{a}}$

Trong tam giác vuông FEG có $L = EG = \dfrac{EF}{\cos\widehat{FEG}} = \sqrt{\dfrac{a^3}{a-3}}$

Xét hàm $f(a) = \dfrac{a^3}{a-3}, a > 3$, ta được $\min f(a)$ đạt tại $a = \dfrac{9}{2}$ $EFL = \dfrac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0.$ Trong các số dưới đây, số nào là diện tích của mặt cầu (S)?

A. 12π. **B.** 9π. **C.** 36π. **D.** 36.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0. \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$

Suy ra bán kính mặt cầu (S) bằng 3. Vậy diện tích mặt cầu (S) là $4\pi r^2 = 36\pi$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;1), B(1;0;1), C(1;1;0), D(2;3;4)$. Hỏi có bao nhiêu điểm P cách đều mặt phẳng $(ABC),(BCD),(CDA),(DAB)$?

A. 5. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy bốn điểm A, B, C, D tạo thành một tứ diện. Do đó có duy nhất điểm P cách đều mặt phẳng $(ABC),(BCD),(CDA),(DAB)$ chính là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện.