ĐỀ CHU VĂN AN NĂM 2018

Câu 1. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$: $y=\sqrt{x+1}+\sqrt{3-x}$.

A. $\underset{x\in[-1;3]}{Max}\,y=2\sqrt{3}$. **B.** $\underset{x\in[-1;3]}{Max}\,y=3\sqrt{2}$. **C.** $\underset{x\in[-1;3]}{Max}\,y=2\sqrt{2}$. **D.** $\underset{x\in[-1;3]}{Max}\,y=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Hàm số liên tục và xác định trên $[-1;3]$. Ta có $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}-\dfrac{1}{2\sqrt{3-x}}=0\Leftrightarrow x=1$.

Hàm số không xác định tại $x=-1;x=3$. Ta có: $y(-1)=2;y(3)=2;y(1)=2\sqrt{2}$.

Vậy $\underset{x\in[-1;3]}{Max}\,y=2\sqrt{2}$.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=m-2x$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

A. $|m|\geq 4$. **B.** $|m|\leq 4$. **C.** $|m|>4$. **D.** $|m|<4$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+4}{x+1}=m-2x\ (x\neq -1)\Leftrightarrow 2x^2-(m-4)x-m+4=0.\ (1)$

Đường thẳng $y=m-2x$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(m-4)^2-8(-m+4)>0\\2-(m-4)(-1)-m+4\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-16>0\\2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow |m|>4.$$

Câu 3. Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2}{x-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

Lời giải

TXĐ: $D=(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=0$ suy ra đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=0$.

$\lim\limits_{x\to 1^+}y=+\infty;\lim\limits_{x\to 1^-}y=-\infty$ suy ra đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=1$.

Câu 4. Một lăng trụ đứng tam giác có các cạnh đáy bằng $37,\ 13,\ 30$ và diện tích xung quanh bằng 480. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. 2010. **B.** 1080. **C.** 2040. **D.** 1010.

Lời giải

Gọi h là chiều cao của lăng trụ. Khi đó diện tích xung quanh của lăng trụ là:

$$S_{xq}=37h+13h+30h=80h=480\ \Leftrightarrow h=6.$$

Diện tích đáy của lăng trụ $S=\sqrt{40(40-37)(40-13)(40-30)}=180.$

Vậy thể tích lăng trụ là: $V=S.h=180.6=1080.$

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)=|x+2|$; mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số $f(x)$ là hàm chẵn trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số $f(x)$ không tồn tại đạo hàm tại $x=-2$.
C. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ bằng 0.

Lời giải

Câu A sai, các câu còn lại đúng.Vì Xét hàm số $y=f(x)=|x+2|$, TXĐ : $D=\mathbb{R}$.

$\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow -x\in\mathbb{R}$.

$f(-x)=|-x+2|=|x-2|\neq \pm f(x)$. Vậy hàm số đã cho không chẵn không lẻ trên $\mathbb{R}$.

$$y=f(x)=|x+2|=\sqrt{x^2+4x+4}\Rightarrow y'=\frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+4}},x\neq -2$$

Câu 6. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+2$ và $y=x^2-2$

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-3x^2+2=x^2-2\Leftrightarrow x^4-4x^2+4=0\Leftrightarrow x^2=2\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$

Vậy số giao điểm là 2.

Câu 7. Hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng

A. $(1;2)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

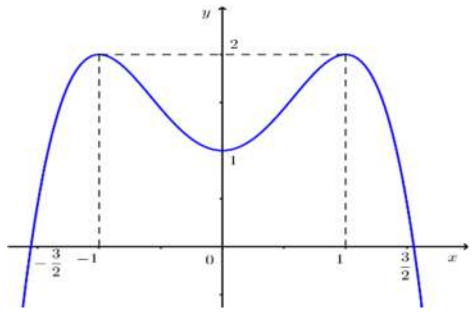
Ta có:TXĐ: $D=[0;2]$. $y'=\dfrac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}=0\Leftrightarrow x=1\Rightarrow y=1$.

Bảng biến thiên

x	0		1		2
y'	||	+	0	−	||
y	0	↗	1	↘	0

Vậy hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 8. Cho hàm số bậc 4 có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?

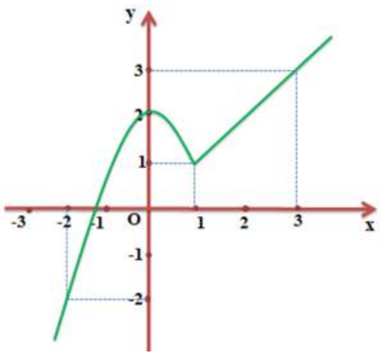


A. $y = x^4 - 2x^2 - 2$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **C.** $y = -x^4 - 2x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên hệ số $ab < 0$ và căn cứ vào hình dạng thì ta có hệ số $a < 0$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như dưới đây



Hãy chỉ ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;3]$.

A. $\underset{[-2;3]}{\text{Min}} f(x) = 1$ và $\underset{[-2;3]}{\max} f(x) = 2$.

B. $\underset{[-2;3]}{\text{Min}} f(x) = -2$ và $\underset{[-2;3]}{\max} f(x) = 3$.

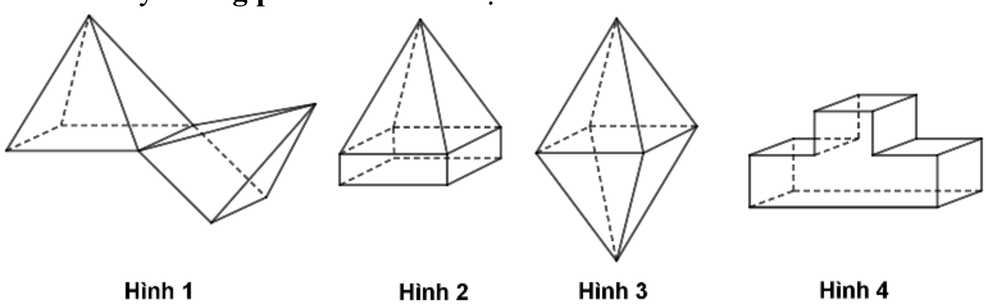
C. $\underset{[-2;3]}{\text{Min}} f(x) = 1$ và $\underset{[-2;3]}{\max} f(x) = 3$.

D. $\underset{[-2;3]}{\text{Min}} f(x) = -2$ và $\underset{[-2;3]}{\max} f(x) = 2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy $\underset{[-2;3]}{\min} f(x) = -2$ và $\underset{[-2;3]}{\max} f(x) = 3$.

Câu 10. Hình vẽ nào sau đây **không phải** là khối đa diện?



A. Hình 3. **B.** Hình 4. **C.** Hình 2. **D.** Hình 1.

Lời giải

Câu 11. Hình nào sau đây **không** có mặt phẳng đối xứng?

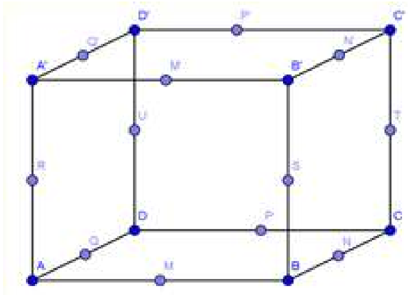
A. Hình lập phương. **B.** Hình hộp. **C.** Hình bát diện đều. **D.** Hình tứ diện đều.

Lời giải

Câu 12. Hình lập phương có bao nhiêu mặt đối xứng?

A. 9. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải



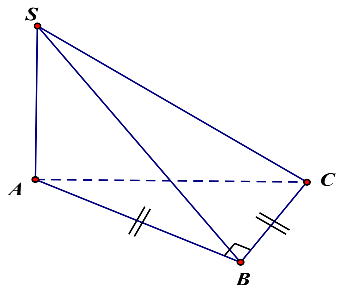
3 mp đối xứng chia nó thành 2 khối hộp chữ nhật (là các mp $MPP'M'$, $NQQ'N'$, $RSTU$).

6 mp đối xứng chia nó thành 2 khối lăng trụ tam giác (là các mp $ACC'A'$, $BDD'B'$, $AB'C'D$, $A'BCD'$, $ABC'D'$, $A'B'CD$).

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tam giác ABC vuông cân tại B, $AC = 2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Trong tam giác ABC vuông cân tại B có: $AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

Đường cao hình chóp: $SA = a\sqrt{3}$.Diện tích đáy $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = a^2$.

Thể tích khối chóp: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ và $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Đồ thị của hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị của hàm số đã cho có một tiệm cận đứng, không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị của hàm số đã cho có cả tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

D. Đồ thị của hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

Vì $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$.

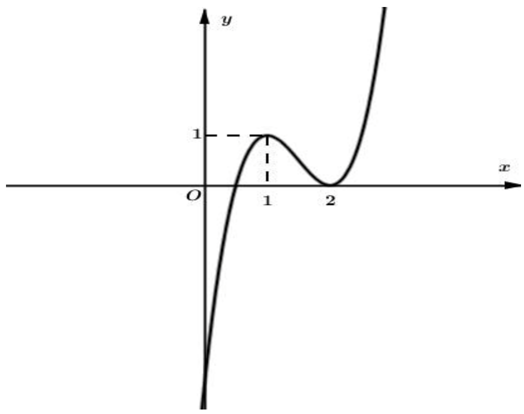
Câu 15. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2-x}$ có bao nhiêu cực trị

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Hiển nhiên hàm số dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đạo hàm không đổi dấu trên từng khoảng nên không có cực trị

Câu 16. Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số



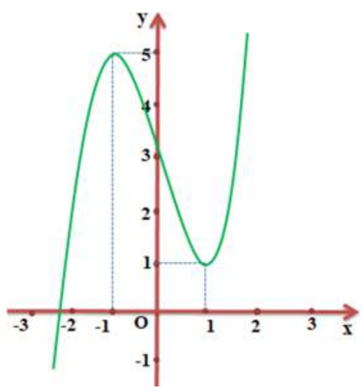
A. $y=-2x^3+9x^2-12x-4$. **B.** $y=x^3-3x+2$.

C. $y=x^4-3x^2+12$. **D.** $y=2x^3-9x^2+12x-4$.

Lời giải

Hình trên là đồ thị hàm bậc 3 với hệ số a dương,Hàm số có 2 điểm cực trị $x=1$ và $x=2$.
Do đó đáp án D là đáp án dung.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=2m-1$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt

A. $\left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=1 \end{array}\right.$. **B.** $m>3$. **C.** $1<m<3$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Lời giải

Để (C) cắt $y=2m-1$ tại hai điểm phân biệt thì $\left[\begin{array}{l} 2m-1=5 \\ 2m-1=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=1 \end{array}\right.$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên đáy là điểm H nằm trên cạnh AC sao cho $AH=\dfrac{2}{3}AC$, mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60^o. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Ta có: $HI \perp BC => \widehat{(SBC);(ABC)} = \widehat{SIH} = 60^o; HI = \dfrac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow SH = \dfrac{a}{2}$.

$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 19. Phương trình tất cả các tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2017}{\sqrt{x^2-2017}}$ là

A. $y=\sqrt{2017}$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-\sqrt{2017}$. **D.** $y=1,\ y=-1$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x+2017}{\sqrt{x^2-2017}} = \pm 1$.

Câu 20. Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+9x+4$. Đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}$; $y'=-3x^2+6x+9 => y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Do $y'>0, \forall x \in (-1;3)$ suy ra hàm số đồng biết trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2(x-1)^4$, số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là bao nhiêu?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $f'(x)=x(x+1)^2(x-1)^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Do $x=\pm 1$ là nghiệm bội chẵn nên đạo hàm không đổi dấu khi x đi qua hai điểm $x=\pm 1$ và đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua điểm $x=0$. Suy ra hàm số có một điểm cực tiểu $x=0$.

Câu 22. Điểm $M(3;-1)$ thuộc đường thẳng đi qua hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-x+m$ khi m bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2-1$; $y:y'=(x^3-x+m):(3x^2-1)=\frac{1}{3}x+\frac{-\frac{2}{3}x+m}{3x^2-1}=\frac{1}{3}x(3x^2-1)-\frac{2}{3}x+m$.

Suy ra phương trình qua 2 điểm cực đại,cực tiểu là $y=\frac{-2}{3}x+m$.

Thay $M(3;-1)$ $\Rightarrow -1=\frac{-2}{3}3+m \Rightarrow -1=-2+m \Rightarrow m=1$.

Câu 23. Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây có tiệm cận ngang?

A. $y=\frac{3x^2-1}{x+1}$. **B.** $y=x^4-x^2-2$. **C.** $y=\frac{2-x}{x}$. **D.** $y=x^3-x^2+x-3$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{2-x}{x}=-1 \Rightarrow y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 24. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x+3-\frac{1}{x+2}$ trên nửa khoảng $[-4;-2)$.

A. $\min\limits_{[-4;2)} y=4$. **B.** $\min\limits_{[-4;2)} y=5$. **C.** $\min\limits_{[-4;2)} y=\frac{15}{2}$. **D.** $\min\limits_{[-4;2)} y=7$.

Lời giải

TXĐ: $D=[-4;-2)$; $y'=-1+\frac{1}{(x+2)^2}$; $y'=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \notin [-4;-2) \\ x=-3 \in [-4;-2) \end{array}\right.$.

Ta có

x	-4		-3		-2
y'		$-$	0	$+$	
y	$\frac{15}{2}$	$\searrow$	7	$\nearrow$	$+\infty$

$y(-4)=\dfrac{15}{2}; y(-3)=7; \lim\limits_{x\to -2^-} y=+\infty$. Vậy $\min\limits_{[-4;2)} y=7$.

Câu 25. Hàm số $y=\dfrac{x}{x^2+1}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Ta có: $y'=\dfrac{1-x^2}{\left(1+x^2\right)^2} \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng biến th

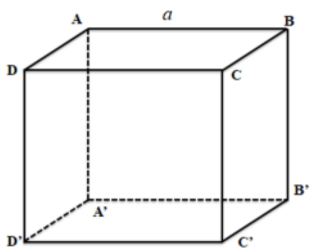
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$	$\frac{-1}{2}$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	0

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 26. Tổng diện tích các mặt của khối lập phương bằng 96. Thể tích của khối lập phương là?

A. 48 **B.** 84 **C.** 64 **D.** 91

Lời giải



Gọi cạnh hình vuông là a.Diện tích một mặt hình vuông là a^2 nên tổng diện tích tất cả các mặt hình vuông là $6a^2$.

Theo giả thiết ta có: $6a^2=96 \Rightarrow a^2=16 \Rightarrow a=4$.

Vậy $V=a^3=4^3=64$.

Câu 27. Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

A. $y=x^3+3x^2+6x-7$. **B.** $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$. **C.** $y=x^2$. **D.** $y=x^4-4x^2+1$.

Lời giải

Ta có: $y = x^3 + 3x^2 + 6x - 7 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x + 6 = 3\left(x+1\right)^2 + 3 > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số luôn đồng biến trên tập R nên không có cực trị.

Câu 28. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên nửa khoảng $\left[-3;2\right)$,có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	-3		-1		1		2
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	||
y	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	-5	$\nearrow$	3 ||

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. $\max\limits_{[-3;2)} y = 3$. **B.** $\min\limits_{[-3;2)} y = -2$.

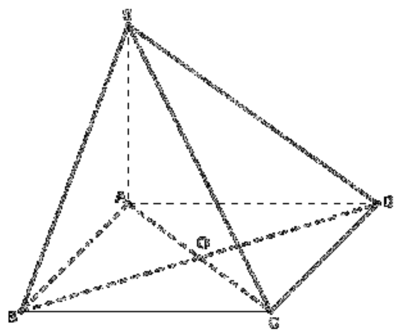
C. Giá trị cực tiểu của hàm số là 1. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Lời giải

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC} = 60°$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.BCD$.

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Ta có: $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}BA.BC.\sin\widehat{ABC} = \dfrac{1}{2}a.a.\sin 60° = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích của khối chóp $S.BCD$ là: $V_{S.BCD} = \dfrac{1}{3}SA.S_{BCD} = \dfrac{1}{3}SA.\dfrac{1}{2}S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3}{2}$.

Câu 30. Tìm số cạnh ít nhất của hình đa diện có 5 mặt

A. 9 cạnh. **B.** 8 cạnh. **C.** 6 cạnh. **D.** 7 cạnh

Lời giải

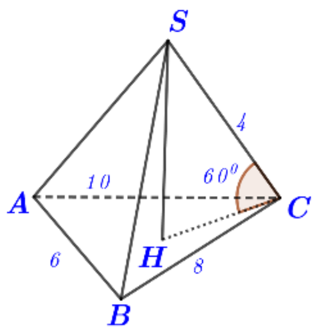
Số cạnh mỗi mặt.Số mặt = 2 số cạnh khối đa diện nên suy ra số cạnh khối đa diện = Số cạnh mỗi mặt.Số mặt /2.

Số cạnh mỗi mặt tối thiểu là 3 vậy ta có số cạnh khối đa diện $\geq \frac{3.5}{2} = 7,5$ suy ra số cạnh ít nhất của khối đa diện 5 mặt là 8 cạnh.

Câu 31. Một khối chóp tam giác có độ dài các cạnh đáy lần lượt là $6,8,10$. Một cạnh bên có độ dài bằng 4 và tạo với đáy một góc 60^0.Tính thể tích khối chóp.

A. $16\sqrt{3}$. **B.** $8\sqrt{3}$. **C.** $\frac{16\sqrt{2}}{3}$. **D.** 16π.

Lời giải



Ta có tam giác ABC vuông tại B cho nên $S = 24$. Chiều cao $SH = SC.\sin 30^0 = 2\sqrt{3}$

Thể tích $V = \frac{1}{3}.24.2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$.

Câu 32. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{2x+1}$ là

A. $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{-1}{2};\frac{-3}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{-3}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{-1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{3x-2}{2x+1} = \frac{3}{2}$.Suy ra, đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to\left(\frac{-1}{2}\right)^+}\frac{3x-2}{2x+1} = -\infty$.Suy ra, đường thẳng $x = \frac{-1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Giao điểm hai đường tiệm cận là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.Vây tọa độ tâm đối xứng là $\left(\frac{-1}{2};\frac{3}{2}\right)$

Câu 33. Gọi Δ là tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 5$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Δ song song với trục hoành. **B.** Δ có hệ số góc dương.

C. Δ có hệ số góc bằng -1. **C.** Δ song song với đường thẳng $y = -5$.

Lời giải

Nhớ: Tiếp tuyến tại điểm cực trị của hàm số bậc 3 song song với trục hoành

$y' = x^2 - 4x + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

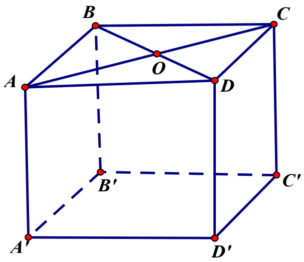
$y'' = 2x - 4$; $y''(3) = 2 > 0 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

$x = 3 \Rightarrow y = -5$. Phương trình tiếp tuyến là $y = -5$. Vậy tiếp tuyến song song với trục hoành.

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.Gọi O là giao điểm của AC và BD. Tính tỉ số thể tích của khối chóp $O.A'B'C'$ và khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

Lời giải



Ta có: $V_{O.A'B'C'} = \frac{1}{2} V_{O.A'B'C'D'}$; $V_{O.A'B'C'D'} = \frac{1}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'}$.

$V_{O.A'B'C'} = \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'} \Rightarrow \frac{V_{O.A'B'C'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{6}$.

Câu 35. Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x-1}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

Do $y' = \frac{-5}{(x-1)^2} < 0$

Câu 36. Đường $x = 0$ **không phải** là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{x+1}{x(x-2)}$. **B.** $y = \frac{\sin x}{x}$. **C.** $y = \frac{\sqrt{x}}{x\sqrt{x^2+1}}$. **D.** $y = \frac{x+1}{|x|}$.

Lời giải

Do $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có các điểm cực đại và điểm cực tiểu đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

$y'=3x^2-6mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2m\end{array}\right.$ để có 2 cực trị thì $m\neq 0$ suy ra $A(0;4m^3)$, $B(2m;0)$.

Ycbt tương đương $m=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có **đúng** 2 đường tiệm cận

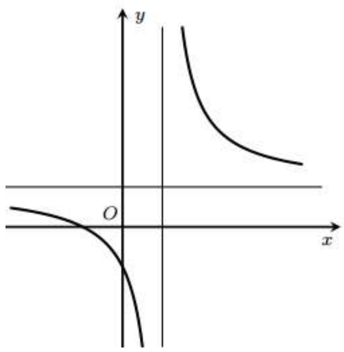
A. $m=-1$. **B.** $m\in[1;4]$. **C.** $m\in\{-1;-4\}$. **D.** $m=4$.

Lời giải

Ta luôn có 1 đường tiệm cận ngang $y=1$.

Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow x^2+m=0$ có nghiệm $x=1$ hoặc $x=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=-4\end{array}\right.$.

Câu 39. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên:



Mệnh đề nào sau đây **đúng**:

A. $ac>0,bd>0$. **B.** $bd<0,ad>0$. **C.** $bc>0,ad<0$. **D.** $ab<0,cd<0$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang: $y=\dfrac{a}{c}>0\Rightarrow ac>0$ (1).

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng: $x=-\frac{d}{c}>0 \Rightarrow cd<0$ (2).

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tung độ: $y=\frac{b}{d}<0 \Rightarrow bd<0$ (3).

Đồ thị hàm số cắt Ox tại điểm có hoành độ: $x=-\frac{b}{a}<0 \Rightarrow ab>0$ (4).

Từ (3) ta loại A, từ (4) loại D

Từ (1) và (2) $\Rightarrow adc^2<0 \quad \Rightarrow ad<0$ ta loại B

Từ (2) và (3) $\Rightarrow bcd^2>0 \quad \Rightarrow bc>0$ kết hợp với trên ta có đáp án đúng C

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=2|x^3|-9x^2+12|x|$ tại 6 điểm phân biệt?

A. $5<m<4$. **B.** $m\le 4$. **C.** $m\ge 5$. **D.** $m=1$.

Lời giải

$$y=2|x^3|-9x^2+12|x|=\begin{cases}2x^3-9x^2+12x, x\ge 0\\ -2x^3-9x^2-12x, x<0\end{cases}.$$

$$x>0 \Rightarrow y'=6x^2-18x+12=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=1(tm)\\ x=2(tm)\end{array}\right..$$

Hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$ nên dồ thị nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta có bảng biến thiên sau

x	-∞		-2		-1		0		1		2		+∞
y'		-	0	+	0	-	‖	+	0	-	0	+	
y	+ ∞	↘	4	↗	5	↘	0	↗	5	↘	4	↗	+∞

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 5<m<4$.

Câu 41. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{mx-3}{2x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định là

A. $\left(-\sqrt{6};6\right]$. **B.** $\left[-\sqrt{6};6\right)$. **C.** $\left[-\sqrt{6};6\right]$. **D.** $\left(-\sqrt{6};6\right)$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{m}{2}\right\}$; $y'=\frac{-m^2+6}{\left(2x-m\right)^2}$.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi:

$y'>0,\forall x\in D \Leftrightarrow -m^2+6>0 \Leftrightarrow m\in\left(-\sqrt{6};\sqrt{6}\right)$.

Câu 42. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\sin^2 x$ trên đoạn $[0;\pi]$

A. π. **B.** 0. **C.** $\frac{3\pi}{4}+\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3\pi}{4}$.

Lời giải

Có $y'=1+2\sin x\cos x=1+\sin 2x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in Z$. Do $x\in[0;\pi]$ nên $x=\frac{3\pi}{4}$.

Có $y(0)=0$; $y(\pi)=\pi$; $y\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\frac{3\pi}{4}+\frac{1}{2}$. Vậy $\underset{[0;\pi]}{Max}\, y=y(\pi)=\pi$.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=2$, $AC=3$, $AD=BC=4$, $BD=2\sqrt{5}$, $CD=5$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD gần nhất với giá trị nào sau đây?

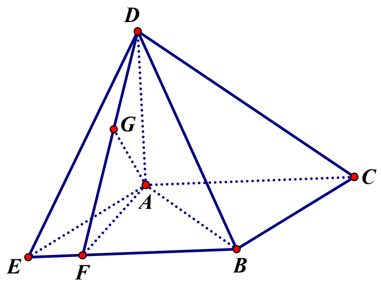
A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $AD^2+AC^2=DC^2$ nên tam giác ADC vuông tại A hay $AD\perp AC$.

$AD^2+AB^2=DB^2$ nên tam giác ADB vuông tại A hay $AD\perp AB$.

Khi đó $AD\perp(ABC)$.



Dựng hình bình hành $ACBE$ .Khi đó $AC//(BDE)$.

Suy ra $d(AC,BD)=d(AC,(BDE))=d(A,(BDE))$.

Kẻ $AF\perp BE$ .Khi đó $BE\perp(DAF)$. Kẻ $AG\perp DF$ thì $AG\perp(DBE)$.

$p_{ABE}=\frac{9}{2}\Rightarrow S_{ABE}=\frac{3\sqrt{15}}{4}=\frac{1}{2}AF.BE\Rightarrow AF=\frac{a\sqrt{15}}{2}$. $\frac{1}{AG^2}=\frac{1}{AF^2}+\frac{1}{DA^2}\Rightarrow AG=\sqrt{\frac{240}{79}}$.

Câu 44. Biết rằng hàm số $y=a\sin 2x+b\cos 2x-x\ (0<x<\pi)$ đạt cực trị tại các điểm $x=\frac{\pi}{6}$ và $x=\frac{\pi}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a-b$.

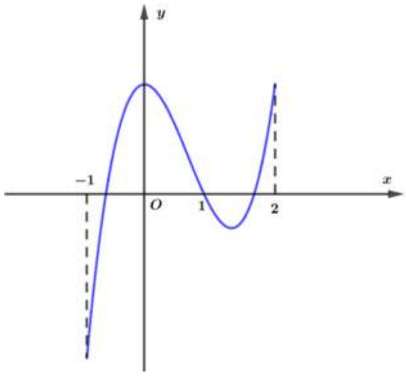
A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$. **C.** $\sqrt{3}-1$. **D.** $\sqrt{3}+1$.

Lời giải

Ta có $y' = 2a\cos 2x - 2b\sin 2x - 1$. Để hàm số đạt cực trị các điểm $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{\pi}{2}$ thì

$$\begin{cases} y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0 \\ y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - \sqrt{3}b - 1 = 0 \\ -2a - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow a - b = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}.$$

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-1;2]$ có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như hình sau:



Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $M = f\left(\frac{1}{2}\right)$.

B. $\mathrm{M} = \max\{f(-1), \mathrm{f}(1), \mathrm{f}(2)\}$.

C. $\mathrm{M} = \mathrm{f}\left(\frac{3}{2}\right)$.

D. $\mathrm{M} = \mathrm{f}(0)$.

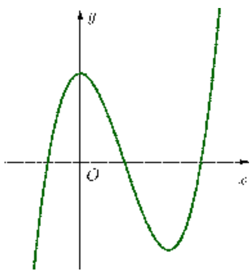
Lời giải

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ:

x	-1		x_1		1		x_2		2
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên ta có: $\mathrm{M} = \max\{f(-1), \mathrm{f}(1), \mathrm{f}(2)\}$.

Câu 46. Đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + c$ cho như hình bên.



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $a > 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a > 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Dựa vào hình dáng đồ thị nên $a>0$.

Ta có đồ thị hàm số giao trục hoành tại điểm: $(0;c)\Rightarrow c>0$.

Hoành độ các điểm cực trị là nghiệm phương trình $y'=0\Leftrightarrow 3ax^2+2bx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-\dfrac{2b}{3a}\end{array}\right.$

$\Rightarrow -\dfrac{2b}{3a}>0\Rightarrow b<0.$

Câu 47. Tìm tất cả các giá tri của m để phương trình $x^4+\dfrac{16}{x^4}-4\left(x^2+\dfrac{4}{x^2}\right)-12\left(x-\dfrac{2}{x}\right)=m$ có nghiệm $x\in[1;\,2]$.

A. $-13\le m\le 11$. **B.** $-15\le m\le 9$. **C.** $-15<m<9$. **D.** $-16\le m\le 9$.

Lời giải

Đặt $t=x-\dfrac{2}{x},\ x\in[1;\,2]$. Đạo hàm $t'=1+\dfrac{2}{x^2}>0,\ \forall x\in[1;\,2]$.

Do đó $t(1)\le t\le t(2),\ \forall x\in[1;\,2]$, suy ra $-1\le t\le 1$.

Ta có $x^2+\dfrac{4}{x^2}=t^2+4,\ x^4+\dfrac{16}{x^4}=\left(x^2+\dfrac{4}{x^2}\right)^2-8=\left(t^2+4\right)^2-8=t^4+8t^2+8.$

Phương trình đã cho trở thành $t^4+8t^2+8-4\left(t^2+4\right)-12t=m\Leftrightarrow t^4+4t^2-12t=m+8\quad(*)$.

Phương trình đã cho có nghiệm trong đoạn $[1;\,2]$ khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có nghiệm trong $[-1;\,1]$. Xét hàm số $y=f(t)=t^4+4t^2-12t$ trên $[-1;\,1]$.

Đạo hàm $y'=4t^3+8t-12,\ t\in(-1;\,1)$. $y'=4(t-1)\left(t^2+t+3\right)<0,\ \forall t\in(-1;\,1)$.

Bảng biến thiên

x	-1	1
y'	$-$	
y	-7 ↘	17

Do đó để phương trình đã cho có nghiệm trên $[1;\,2]$ thì $-7\le m+8\le 17\Leftrightarrow -15\le m\le 9$.

Câu 48. Tìm tất cả cá giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}(m-1)x^3-(m-1)x^2-x+1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $\left[\begin{array}{l}m\ge 1\\m\le 0\end{array}\right.$. **B.** $0\le m\le 1$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\ge 1\\m\le -3\end{array}\right.$. **D.** $-3\le m\le 1$.

Lời giải

Ta có $y'(x) = (m-1)x^2 - 2(m-1)x - 1$

TH1. $m-1=0 \Leftrightarrow m=1$. Khi đó $y' = -1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Nên hàm só luôn nghịch biếến trên $\mathbb{R}$.

TH2. $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$ .Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi

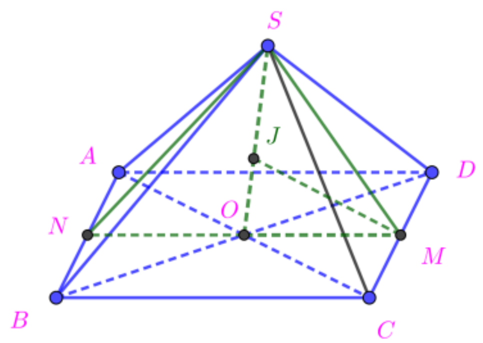
$y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (m-1)x^2 - 2(m-1)x - 1 \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1<0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ m(m-1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le m < 1$. Kết hợp ta được $0 \le m \le 1$.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$,có cạnh đáy bằng a và có thể tích $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. Gọi J là điểm cách đều tất cả các mặt của hình chóp.Tính khoảng cách d từ J đến mặt phẳng đáy.

A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $d = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ .Ta có đường cao của hình chóp $SABCD$ là SO.

$V_{SABCD} = \frac{1}{3} SO.S_{ABCD} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{6}a^3 = \frac{1}{3}SO.a^2 \Rightarrow SO = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$

Xét tam giác SMO ta có $SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .Khi đó J là tâm đường tròn nội tiếp tam giác SMN. Khi đó ta có MJ là đường phân giác của tam giác SMN.

Suy ra $\frac{SJ}{JO} = \frac{MS}{MO} = \frac{a}{\frac{a}{2}} = 2 \Rightarrow SJ = 2JO$.

Mà $SO = SJ + JO = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Leftrightarrow 3JO = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Leftrightarrow JO = \frac{\sqrt{3}}{6}a$

Câu 50. Biết rằng đường thẳng $d: y=3x+m$ (với m là số thực) tiếp xúc với đồ thị hàm số $(C): y=x^2-5x-8$. Tìm tọa độ tiếp điểm của (C) và d.

A. $(4;-12)$. **B.** $(-4;28)$. **C.** $(1;-12)$. **D.** $(-1;-2)$.

Lời giải

Điều kiện tiếp xúc của đường thẳng d và đồ thị (C): $\begin{cases} x^2-5x-8=3x+m \\ 2x-5=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-24 \\ x=4 \end{cases}$.

Suy ra tọa độ tiếp điểm là: $(4;-12)$.