PHẦN CUỐI: BÀI TOÁN VẬN DỤNG (8.9.10)

Chủ đề 4. SỐ PHỨC

Câu 1: **(TRẦN HƯNG ĐẠO – NB)** Cho các số phức z_1, z_2 khác nhau thỏa mãn: $|z_1| = |z_2|$. Chọn phương án đúng:

A. $\dfrac{z_1+z_2}{z_1-z_2} = 0$.
B. $\dfrac{z_1+z_2}{z_1-z_2}$ là số phức với phần thực và phần ảo đều khác 0.

C. $\dfrac{z_1+z_2}{z_1-z_2}$ là số thực.
D. $\dfrac{z_1+z_2}{z_1-z_2}$ là số thuần ảo.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương pháp tự luận:

Vì $|z_1| = |z_2|$ và $z_1 \neq z_2$ nên cả hai số phức đều khác 0. Đặt $w = \dfrac{z_1+z_2}{z_1-z_2}$ và $|z_1| = |z_2| = a$, ta có

$$\overline{w} = \overline{\left(\frac{z_1+z_2}{z_1-z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}+\overline{z_2}}{\overline{z_1}-\overline{z_2}} = \frac{\dfrac{a^2}{z_1}+\dfrac{a^2}{z_2}}{\dfrac{a^2}{z_1}-\dfrac{a^2}{z_2}} = \frac{z_1+z_2}{z_2-z_1} = -w$$

Từ đó suy ra w là số thuần ảo. Chọn D.

Phương pháp trắc nghiệm:

Số phức z_1, z_2 khác nhau thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$ nên chọn $z_1 = 1; z_2 = i$, suy ra $\dfrac{z_1+z_2}{z_1-z_2} = \dfrac{1+i}{1-i} = i$ là số thuần ảo. Chọn D.

Câu 2: (TRẦN HƯNG ĐẠO – NB) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-3+4i| \le 2$. Trong mặt phẳng Oxy tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = 2z+1-i$ là hình tròn có diện tích

A. $S = 9\pi$.
B. $S = 12\pi$.
C. $S = 16\pi$.
D. $S = 25\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$w = 2z+1-i \Rightarrow z = \dfrac{w-1+i}{2}$

$|z-3+4i| \le 2 \Leftrightarrow \left|\dfrac{w-1+i}{2}-3+4i\right| \le 2 \Leftrightarrow |w-1+i-6+8i| \le 4 \Leftrightarrow |w-7+9i| \le 4 \ (1)$

Giả sử $w = x+yi \ \ (x, y \in \mathbb{R})$, khi đó $(1) \Leftrightarrow (x-7)^2+(y+9)^2 \le 16$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức w là hình tròn tâm $I(7;-9)$, bán kính $r = 4$.

Vậy diện tích cần tìm là $S = \pi.4^2 = 16\pi$.

Câu 3: (TRẦN HƯNG ĐẠO – NB) Trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z+3i|=|z+2-i|$. Tìm số phức có môđun nhỏ nhất?

A. $z=1-2i$. **B.** $z=-\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$. **C.** $z=\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$. **D.** $z=-1+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương pháp tự luận

Giả sử $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$

$|z+3i|=|z+2-i|\Leftrightarrow|x+(y+3)i|=|(x+2)+(y-1)i|\Leftrightarrow x^2+(y+3)^2=(x+2)^2+(y-1)^2$

$\Leftrightarrow 6y+9=4x+4-2y+1\Leftrightarrow 4x-8y-4=0\Leftrightarrow x-2y-1=0\Leftrightarrow x=2y+1$

$|z|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(2y+1)^2+y^2}=\sqrt{5y^2+4y+1}=\sqrt{5\left(y+\frac{2}{5}\right)^2+\frac{1}{5}}\ge\frac{\sqrt{5}}{5}$

Suy ra $|z|_{\min}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ khi $y=-\frac{2}{5}\Rightarrow x=\frac{1}{5}$

Vậy $z=\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i.$

Phương pháp trắc nghiệm

Giả sử $z=x+yi\ \ (x,y\in\mathbb{R})$

$|z+3i|=|z+2-i|\Leftrightarrow|x+(y+3)i|=|(x+2)+(y-1)i|\Leftrightarrow x^2+(y+3)^2=(x+2)^2+(y-1)^2$

$\Leftrightarrow 6y+9=4x+4-2y+1\Leftrightarrow 4x-8y-4=0\Leftrightarrow x-2y-1=0$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa điều kiện $|z+3i|=|z+2-i|$ là đường thẳng $d:x-2y-1=0$.

Phương án A: $z=1-2i$ có điểm biểu diễn $(1;-2)\notin d$ nên loại A.

Phương án B: $z=-\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$ có điểm biểu diễn $\left(-\frac{1}{5};\frac{2}{5}\right)\notin d$ nên loại B.

Phương án D: $z=-1+2i$ có điểm biểu diễn $(-1;2)\notin d$ nên loại B.

Phương án C: $z=\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$ có điểm biểu diễn $\left(\frac{1}{5};-\frac{2}{5}\right)\in d$

Câu 4: (LẠNG GIANG SỐ 1) Cho số phức z thỏa mãn $|z-3|+|z+3|=8$. Gọi M, m lần lượt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất $|z|$. Khi đó $M+m$ bằng

A. $4-\sqrt{7}$. **B.** $4+\sqrt{7}$. **C.** 7. **D.** $4+\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $z=x+yi$ với $x;y\in\mathbb{R}$.

Ta có $8=|z-3|+|z+3|\ge|z-3+z+3|=|2z|\Leftrightarrow|z|\le 4$.

Do đó $M = max|z| = 4$.

Mà $|z-3|+|z+3|=8 \Leftrightarrow |x-3+yi|+|x+3+yi|=8 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2+y^2}+\sqrt{(x+3)^2+y^2}=8$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có

$$8=1.\sqrt{(x-3)^2+y^2}+1.\sqrt{(x+3)^2+y^2} \le \sqrt{(1^2+1^2)\left[(x-3)^2+y^2+(x+3)^2+y^2\right]}$$

$$\Leftrightarrow 8 \le \sqrt{2(2x^2+2y^2+18)} \Leftrightarrow 2(2x^2+2y^2+18) \ge 64$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2 \ge 7 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+y^2} \ge \sqrt{7} \Leftrightarrow |z| \ge \sqrt{7}.$$

Do đó $M = min|z| = \sqrt{7}$.

Vậy $M+m=4+\sqrt{7}$.

Câu 5: (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU) Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-3i|=1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z}+1+i|$ là

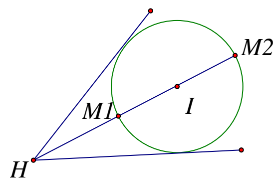
A. $\sqrt{13}+2$. **B.** 4. **C.** 6. **D.** $\sqrt{13}+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $z=x+yi$ ta có $z-2-3i=x+yi-2-3i=x-2+(y-3)i$.

Theo giả thiết $(x-2)^2+(y-3)^2=1$ nên điểm M biểu diễn cho số phức z nằm trên đường tròn tâm $I(2;3)$ bán kính $R=1$.



Ta có $|\bar{z}+1+i|=|x-yi+1+i|=|x+1+(1-y)i|=\sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2}$.

Gọi $M(x;y)$ và $H(-1;1)$ thì $HM=\sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2}$.

Do M chạy trên đường tròn, H cố định nên MH lớn nhất khi M là giao của HI với đường tròn.

Phương trình $HI:\begin{cases} x=2+3t \\ y=3+2t \end{cases}$, giao của HI và đường tròn ứng với t thỏa mãn:

$$9t^2+4t^2=1 \Leftrightarrow t=\pm\frac{1}{\sqrt{13}} \text{ nên } M\left(2+\frac{3}{\sqrt{13}};3+\frac{2}{\sqrt{13}}\right), M\left(2-\frac{3}{\sqrt{13}};3-\frac{2}{\sqrt{13}}\right).$$

Tính độ dài MH ta lấy kết quả $HM=\sqrt{13}+1$.

Câu 6: (THTT – 477) Cho z_1, z_2, z_3 là các số phức thỏa mãn $z_1+z_2+z_3=0$ và $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$. Khẳng định nào dưới đây là **sai** ?

A. $|z_1^3+z_2^3+z_3^3|=|z_1^3|+|z_2^3|+|z_3^3|$. **B.** $|z_1^3+z_2^3+z_3^3| \le |z_1^3|+|z_2^3|+|z_3^3|$.

C. $|z_1^3+z_2^3+z_3^3| \ge |z_1^3|+|z_2^3|+|z_3^3|$. **D.** $|z_1^3+z_2^3+z_3^3| \ne |z_1^3|+|z_2^3|+|z_3^3|$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Cách 1: Ta có: $z_1+z_2+z_3=0 \Leftrightarrow z_2+z_3=-z_1$

$\left(z_1+z_2+z_3\right)^3=z_1^3+z_2^3+z_3^3+3\left(z_1z_2+z_1z_3\right)\left(z_1+z_2+z_3\right)+3z_2z_3\left(z_2+z_3\right)$

$=z_1^3+z_2^3+z_3^3-3z_1z_2z_3 \Rightarrow z_1^3+z_2^3+z_3^3=3z_1z_2z_3$.

$\Rightarrow \left|z_1^3+z_2^3+z_3^3\right|=\left|3z_1z_2z_3\right|=3\left|z_1\right|\left|z_2\right|\left|z_3\right|=3$

Mặt khác $\left|z_1\right|=\left|z_2\right|=\left|z_3\right|=1$ nên $\left|z_1\right|^3+\left|z_2\right|^3+\left|z_3\right|^3=3$. Vậy phương án D sai.

Cách 2: thay thử $z_1=z_2=z_3=1$ vào các đáp án, thấy đáp án D bị sai

Câu 7: (THTT – 477) Cho z_1, z_2, z_3 là các số phức thỏa $\left|z_1\right|=\left|z_2\right|=\left|z_3\right|=1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\left|z_1+z_2+z_3\right|=\left|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1\right|$.

B. $\left|z_1+z_2+z_3\right|>\left|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1\right|$.

C. $\left|z_1+z_2+z_3\right|<\left|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1\right|$.

D. $\left|z_1+z_2+z_3\right|\neq\left|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1\right|$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1: Kí hiệu Re: là phần thực của số phức.

Ta có $\left|z_1+z_2+z_3\right|^2=\left|z_1\right|^2+\left|z_2\right|^2+\left|z_3\right|^2+2\operatorname{Re}\left(\overline{z}_1z_2+\overline{z}_2z_3+\overline{z}_3z_1\right)=3+2\operatorname{Re}\left(\overline{z}_1z_2+\overline{z}_2z_3+\overline{z}_3z_1\right)$ (1).

$\left|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1\right|^2=\left|z_1z_2\right|^2+\left|z_2z_3\right|^2+\left|z_3z_1\right|^2+2\operatorname{Re}\left(\overline{z}_1\overline{z}_2z_2z_3+\overline{z}_2\overline{z}_3z_3z_1+\overline{z}_3\overline{z}_1z_1z_2\right)$

$=\left|z_1\right|^2.\left|z_2\right|^2+\left|z_2\right|^2.\left|z_3\right|^2+\left|z_3\right|^2.\left|z_1\right|^2+2\operatorname{Re}\left(\overline{z}_1\left|z_2\right|^2z_3+\overline{z}_2\left|z_3\right|^2z_1+\overline{z}_3\left|z_1\right|^2z_2\right)$

$=3+2\operatorname{Re}\left(\overline{z}_1z_3+\overline{z}_2z_1+\overline{z}_3z_2\right)==3+2\operatorname{Re}\left(\overline{z}_1z_2+\overline{z}_3z_3+\overline{z}_3z_1\right)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\left|z_1+z_2+z_3\right|=\left|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1\right|$.

Các h khác: B hoặc C đúng suy ra D đúngLoại B, C.

Chọn $z_1=z_2=z_3 \Rightarrow$ A đúng và D sai

Cách 2: thay thử $z_1=z_2=z_3=1$ vào các đáp án, thấy đáp án D bị sai

Câu 8: (THTT – 477) Cho $P(z)$ là một đa thức với hệ số thực.Nếu số phức z thỏa mãn $P(z)=0$ thì

A. $P\left(|z|\right)=0$.

B. $P\left(\frac{1}{z}\right)=0$.

C. $P\left(\frac{1}{\overline{z}}\right)=0$.

D. $P\left(\overline{z}\right)=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Giả sử $P(z)$ có dạng $P(z)=a_0+a_1z+a_2z^2+...+a_nz^n$ $\left(a_0;\, a_1;\, a_2;...;a_n\in\mathbb{R};\, a_n\neq 0\right)$

$P(z)=0 \Leftrightarrow a_0+a_1z+a_2z^2+...+a_nz^n=0 \Rightarrow \overline{a_0+a_1z+a_2z^2+...+a_nz^n}=0$

$\Rightarrow a_0+a_1\overline{z}+a_2\overline{z}^2+...+a_n\overline{z}^n=0 \Rightarrow P\left(\overline{z}\right)=0$

Câu 9: (BIÊN HÒA – HÀ NAM) Cho số phức z thỏa mãn $|z|\le 1$. Đặt $A=\dfrac{2z-i}{2+iz}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $|A|\le 1$. **B.** $|A|\ge 1$. **C.** $|A|<1$. **D.** $|A|>1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đặt Có $a=a+bi,\left(a,\,b\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow a^2+b^2\le 1$ (do $|z|\le 1$)

$$|A|=\left|\frac{2z-i}{2+iz}\right|=\left|\frac{2a+(2b-1)i}{2-b+ai}\right|=\sqrt{\frac{4a^2+(2b+1)^2}{(2-b)^2+a^2}}$$

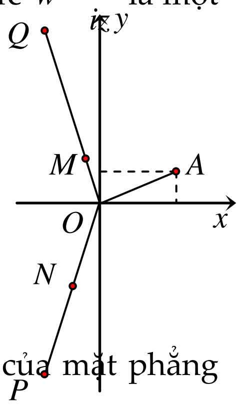
Ta chứng minh $\dfrac{4a^2+(2b+1)^2}{(2-b)^2+a^2}\le 1$.

Thật vậy ta có $\dfrac{4a^2+(2b+1)^2}{(2-b)^2+a^2}\le 1\Leftrightarrow 4a^2+(2b+1)^2\le(2-b)^2+a^2\Leftrightarrow a^2+b^2\le 1$

Dấu “=” xảy ra khi $a^2+b^2=1$.

Vậy $|A|\le 1$.

Câu 10: (CHUYÊN ĐH VINH) Cho số phức z thỏa mãn $|z|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ và điểm A trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của z. Biết rằng trong hình vẽ bên, điểm biểu diễn của số phức $w=\dfrac{1}{iz}$ là một trong bốn điểm M, N, P, Q. Khi đó điểm biểu diễn của số phức w là



A. điểm Q. **B.** điểm M.

C. điểm N. **D.** điểm P.

Hướng dẫn giải

☑Đáp án: **D.**

Do điểm A là điểm biểu diễn của z nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng Oxy nên gọi $z=a+bi\,(a,b>0)$.

Do $|z|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ nên $\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Lại có $w=\dfrac{1}{iz}=\dfrac{-b}{a^2+b^2}-\dfrac{a}{a^2+b^2}i$ nên điểm biểu diễn w nằm trong góc phần tư thứ ba của mặt phẳng Oxy.

$$|w|=\left|\frac{1}{iz}\right|=\frac{1}{|i|.|z|}=\sqrt{2}=2|z|=2OA.$$

Vậy điểm biểu diễn của số phức w là điểm P.

Câu 11: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=\left|1+\frac{5i}{z}\right|$.

A. 5. B. 4. C. 6. D. 8.

Hướng dẫn giải

Ta có: $A=\left|1+\frac{5i}{z}\right|\le|1|+\left|\frac{5i}{z}\right|=1+\frac{5}{|z|}=6$. Khi $z=i\Rightarrow A=6$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 12: Gọi M là điểm biểu diễn số phức $\varpi=\frac{z+2\bar{z}-3i}{z^2+2}$, trong đó z là số phức thỏa mãn $(2+i)(z+i)=3-i+z$. Gọi N là điểm trong mặt phẳng sao cho $\left(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{ON}\right)=2\varphi$, trong đó $\varphi=\left(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{OM}\right)$ là góc lượng giác tạo thành khi quay tia Ox tới vị trí tia OM. Điểm N nằm trong góc phần tư nào?

A. Góc phần tư thứ (I). B. Góc phần tư thứ (II).
C. Góc phần tư thứ (III). D. Góc phần tư thứ (IV).

Hướng dẫn giải

Ta có: $(2+i)(z+i)=3-i+z\Rightarrow z=1-i\Rightarrow w=\frac{5}{4}+\frac{1}{4}i\Rightarrow M\left(\frac{5}{4};\frac{1}{4}\right)\Rightarrow\tan\varphi=\frac{1}{5}$.

Lúc đó: $\sin2\varphi=\frac{2\tan\varphi}{1+\tan^2\varphi}=\frac{5}{13}>0$; $\cos2\varphi=\frac{1-\tan^2\varphi}{1+\tan^2\varphi}=\frac{12}{13}>0$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 13: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Tìm giá trị lớn nhất $M_{\max}$ và giá trị nhỏ nhất $M_{\min}$ của biểu thức $M=\left|z^2+z+1\right|+\left|z^3+1\right|$.

A. $M_{\max}=5$; $M_{\min}=1$. B. $M_{\max}=5$; $M_{\min}=2$.
C. $M_{\max}=4$; $M_{\min}=1$. D. $M_{\max}=4$; $M_{\min}=2$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $M\le|z|^2+|z|+1+|z|^3+1=5$, khi $z=1\Rightarrow M=5\Rightarrow M_{\max}=5$.

Mặt khác: $M=\frac{\left|1-z^3\right|}{|1-z|}+\left|1+z^3\right|\ge\frac{\left|1-z^3\right|}{2}+\frac{\left|1+z^3\right|}{2}\ge\frac{\left|1-z^3+1+z^3\right|}{2}=1$, khi $z=-1\Rightarrow M=1\Rightarrow M_{\min}=1$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 14: Cho số phức z thỏa $|z|\ge2$. Tìm tích của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|\frac{z+i}{z}\right|$.

A. $\frac{3}{4}$.		B. 1.		C. 2.		D. $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $P=\left|1+\frac{i}{z}\right|\le 1+\frac{1}{|z|}\le\frac{3}{2}$. Mặt khác: $\left|1+\frac{i}{z}\right|\ge 1-\frac{1}{|z|}\ge\frac{1}{2}$.

Vậy, giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{1}{2}$, xảy ra khi $z=-2i$; giá trị lớn nhất của P bằng $\frac{3}{2}$ xảy ra khi $z=2i$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 15: Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm của phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4=1$. Tính giá trị biểu thức $P=\left(z_1^2+1\right)\left(z_2^2+1\right)\left(z_3^2+1\right)\left(z_4^2+1\right)$.

A. $P=2$.		B. $P=\frac{17}{9}$.		C. $P=\frac{16}{9}$.		D. $P=\frac{15}{9}$.

Hướng dẫn giải

Ta có phương trình $\Leftrightarrow f(z)=(2z-i)^4-(z-1)^4=0$.

Suy ra: $f(z)=15(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)(z-z_4)$. Vì $z_1^2+1=(z_1-i)(z_1+i)\Rightarrow P=\frac{f(i).f(-i)}{225}$ (1).

Mà $f(i)=i^4-(i-1)^4=5;\ f(-i)=(-3i)^4-(i+1)^4=85$. Vậy từ $(1)\Rightarrow P=\frac{17}{9}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 16: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=3$. Tìm môđun lớn nhất của số phức $z-2i$.

A. $\sqrt{26+6\sqrt{17}}$.		B. $\sqrt{26-6\sqrt{17}}$.		C. $\sqrt{26+8\sqrt{17}}$.		D. $\sqrt{26-4\sqrt{17}}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z=x+yi;\ (x\in\mathbb{R};y\in\mathbb{R})\Rightarrow z-2i=x+(y-2)i$. Ta có: $|z-1+2i|=9\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+2)^2=9$.

Đặt $x=1+3\sin t;\ y=-2+3\cos t;\ t\in[0;2\pi]$.

$\Rightarrow|z-2i|^2=(1+3\sin t)^2+(-4+3\cos t)^2=26+6(\sin t-4\cos t)=26+6\sqrt{17}\sin(t+\alpha);\ (\alpha\in\mathbb{R})$.

$\Rightarrow\sqrt{26-6\sqrt{17}}\le|z-2i|\le\sqrt{26+6\sqrt{17}}\Rightarrow|z-2i|_{\max}=\sqrt{26+6\sqrt{17}}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 17: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|1+z|+3|1-z|$.

A. $3\sqrt{15}$		B. $6\sqrt{5}$		C. $\sqrt{20}$		D. $2\sqrt{20}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = x + yi;\ (x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R})$. Ta có: $|z| = 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - x^2 \Rightarrow x \in [-1;1]$.

Ta có: $P = |1+z| + 3|1-z| = \sqrt{(1+x)^2 + y^2} + 3\sqrt{(1-x)^2 + y^2} = \sqrt{2(1+x)} + 3\sqrt{2(1-x)}$.

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{2(1+x)} + 3\sqrt{2(1-x)};\ x \in [-1;1]$. Hàm số liên tục trên $[-1;1]$ và với $x \in (-1;1)$ ta có: $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2(1+x)}} - \dfrac{3}{\sqrt{2(1-x)}} = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{4}{5} \in (-1;1)$.

Ta có: $f(1) = 2;\ f(-1) = 6;\ f\left(-\dfrac{4}{5}\right) = 2\sqrt{20} \Rightarrow P_{\max} = 2\sqrt{20}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 18: Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+1| + |z^2 - z + 1|$. Tính giá trị của $M.m$.

A. $\dfrac{13\sqrt{3}}{4}$. B. $\dfrac{39}{4}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $\dfrac{13}{4}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = x + yi;\ (x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R})$. Ta có: $|z| = 1 \Leftrightarrow z.\bar{z} = 1$

Đặt $t = |z+1|$, ta có $0 = |z| - 1 \le |z+1| \le |z| + 1 = 2 \Rightarrow t \in [0;2]$.

Ta có $t^2 = (1+z)(1+\bar{z}) = 1 + z.\bar{z} + z + \bar{z} = 2 + 2x \Rightarrow x = \dfrac{t^2 - 2}{2}$.

Suy ra $|z^2 - z + 1| = |z^2 - z + z.\bar{z}| = |z||z - 1 + \bar{z}| = \sqrt{(2x-1)^2} = |2x - 1| = |t^2 - 3|$.

Xét hàm số $f(t) = t + |t^2 - 3|, t \in [0;2]$. Bằng cách dùng đạo hàm, suy ra

$\max f(t) = \dfrac{13}{4};\ \min f(t) = \sqrt{3} \Rightarrow M.n = \dfrac{13\sqrt{3}}{4}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 19: Gọi điểm A, B lần lượt biểu diễn các số phức z và $z' = \dfrac{1+i}{2}z;\ (z \ne 0)$ trên mặt phẳng tọa độ (A, B, C và A', B', C' đều không thẳng hàng). Với O là gốc tọa độ, khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tam giác OAB đều.

B. Tam giác OAB vuông cân tại O.

C. Tam giác OAB vuông cân tại B.

D. Tam giác OAB vuông cân tại A.

Hướng dẫn giải

Ta có: $OA = |z|; |OB| = |z'| = \left|\frac{1+i}{2}.z\right| = \left|\frac{1+i}{2}\right|.|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}|z|$.

Ta có: $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} \Rightarrow BA = |z - z'| = \left|z - \frac{1+i}{2}z\right| = \left|\frac{1-i}{2}\right|.|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}|z|$.

Suy ra: $OA^2 = OB^2 + AB^2$ và $AB = OB \Rightarrow OAB$ là tam giác vuông cân tại B.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 20: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z^2+4| = 2|z|$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\frac{\sqrt{3}-1}{6} \le |z| \le \frac{\sqrt{3}+1}{6}$.

B. $\sqrt{5}-1 \le |z| \le \sqrt{5}+1$.

C. $\sqrt{6}-1 \le |z| \le \sqrt{6}+1$.

D. $\frac{\sqrt{2}-1}{3} \le |z| \le \frac{\sqrt{2}+1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng bất đẳng thức $|u|+|v| \ge |u+v|$, ta được

$$2|z| + |-4| = |z^2+4| + |-4| \ge |z|^2 \Rightarrow |z|^2 - 2|z| - 4 \le 0 \Rightarrow |z| \le \sqrt{5}+1.$$

$$2|z| + |z|^2 = |z^2+4| + |-z^2| \ge 4 \Rightarrow |z|^2 + 2|z| - 4 \ge 0 \Rightarrow |z| \ge \sqrt{5}-1.$$

Vậy, $|z|$ nhỏ nhất là $\sqrt{5}-1$, khi $z = -i + i\sqrt{5}$ và $|z|$ lớn nhất là $\sqrt{5}+1$, khi $z = i + i\sqrt{5}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i| = 2$. Tìm môđun lớn nhất của số phức z.

A. $\sqrt{9+4\sqrt{5}}$. B. $\sqrt{11+4\sqrt{5}}$ C. $\sqrt{6+4\sqrt{5}}$ D. $\sqrt{5+6\sqrt{5}}$

Hướng dẫn giải

Gọi $z = x + yi;\ (x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R})$. Ta có: $|z-1+2i| = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$.

Đặt $x = 1 + 2\sin t; y = -2 + 2\cos t;\ t \in [0; 2\pi]$.

Lúc đó: $|z|^2 = (1+2\sin t)^2 + (-2+2\cos t)^2 = 9 + (4\sin t - 8\cos t) = 9 + \sqrt{4^2+8^2}\sin(t+\alpha);\ (\alpha \in \mathbb{R})$

$\Rightarrow |z|^2 = 9 + 4\sqrt{5}\sin(t+\alpha) \Rightarrow z \in \left[-\sqrt{9+4\sqrt{5}}; \sqrt{9+4\sqrt{5}}\right]$

$\Rightarrow z_{\max} = \sqrt{9+4\sqrt{5}}$ đạt được khi $z = \frac{5+2\sqrt{5}}{5} + \frac{-10+4\sqrt{5}}{5}i$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 22: Cho A, B, C, D là bốn điểm trong mặt phẳng tọa độ theo thứ tự biểu diễn các số phức $1+2i;\ 1+\sqrt{3}+i;\ 1+\sqrt{3}-i;\ 1-2i$. Biết $ABCD$ là tứ giác nội tiếp tâm I. Tâm I biểu diễn số phức nào sau đây?

A. $z=\sqrt{3}$. B. $z=1-\sqrt{3}i$. C. $z=1$. D. $z=-1$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\overrightarrow{AB}$ biểu diễn số phức $\sqrt{3}-i$; $\overrightarrow{DB}$ biểu diễn số phức $\sqrt{3}+3i$. Mặt khác $\dfrac{\sqrt{3}+3i}{\sqrt{3}-i}=\sqrt{3}i$ nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DB}=0$. Tương tự (hay vì lí do đối xứng qua Ox), $\overrightarrow{DC}.\overrightarrow{AC}=0$. Từ đó suy ra AD là một đường kính của đường tròn đi qua A, B, C, D. Vậy $I(1;0)\Rightarrow z=1$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, lấy điểm M là điểm biểu diễn số phức $z=(2+i)^2(4-i)$ và gọi φ là góc tạo bởi chiều dương trục hoành và vectơ $\overrightarrow{OM}$. Tính $\cos 2\varphi$.

A. $-\dfrac{425}{87}$. B. $\dfrac{475}{87}$. C. $-\dfrac{475}{87}$. D. $\dfrac{425}{87}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z=(2+i)^2(4-i)=16+13i\Rightarrow M(16;13)\Rightarrow \tan\varphi=\dfrac{13}{16}$.

Ta có: $\cos 2\varphi=\dfrac{1+\tan^2\varphi}{1-\tan^2\varphi}=\dfrac{425}{87}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 24: Cho z_1, z_2 là hai số phức liên hợp của nhau và thỏa mãn $\dfrac{z_1}{z_2^2}\in\mathbb{R}$ và $|z_1-z_2|=2\sqrt{3}$. Tính môđun của số phức z_1.

A. $|z_1|=\sqrt{5}$. B. $|z_1|=3$. C. $|z_1|=2$. D. $|z_1|=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z_1=a+bi\Rightarrow z_2=a-bi$; $(a\in\mathbb{R};\ b\in\mathbb{R})$. Không mất tính tổng quát ta gọi $b\ge 0$.

Do $|z_1-z_2|=2\sqrt{3}\Rightarrow |2bi|=2\sqrt{3}\Rightarrow b=\sqrt{3}$.

Do z_1, z_2 là hai số phức liên hợp của nhau nên $z_1.z_2\in\mathbb{R}$, mà $\dfrac{z_1}{z_2^2}=\dfrac{z_1^3}{(z_1z_2)^2}\in\mathbb{R}\Rightarrow z_1^3\in\mathbb{R}$.

Ta có: $z_1^3=(a+bi)^3=(a^3-3ab^2)+(3a^2b-b^3)i\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 3a^2b-b^3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0\\ 3a^2=b^2\end{array}\right.\Rightarrow a^2=1$.

Vậy $|z_1|=\sqrt{a^2+b^2}=2$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 25: Cho số phức $z=\left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^m$, m nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị $m\in[1;50]$ để z là số thuần ảo?

A.24. B.26. C.25. D.50.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z=\left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^m=(2i)^m=2^m.i^m$

z là số thuần ảo khi và chỉ khi $m=2k+1,\ k\in\mathbb{Z}$ (do $z\neq 0;\ \forall m\in\mathbb{N}^*$).

Vậy có 25 giá trị m thỏa yêu cầu đề bài.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 26: Nếu $|z|=1$ thì $\frac{z^2-1}{z}$

A. lấy mọi giá trị phức.

B. là số thuần ảo.

C. bằng 0.

D. lấy mọi giá trị thực.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\frac{z^2-1}{z}=z-\frac{1}{z}=z-\frac{\overline{z}}{z.\overline{z}}=z-\frac{\overline{z}}{|z|^2}=z-\overline{z}$ là số thuần ảo.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 27: Cho số phức z thỏa mãn $|(1-i)z-6-2i|=\sqrt{10}$. Tìm môđun lớn nhất của số phức z.

A. $4\sqrt{5}$ B. $3\sqrt{5}$. C. 3. D. $3+\sqrt{5}$

Hướng dẫn giải

Gọi $z=x+yi;\ (x\in\mathbb{R};y\in\mathbb{R})$.

Ta có:

$|(1-i)z-6-2i|=\sqrt{10}\Leftrightarrow|(1-i)|.\left|z+\frac{-6-2i}{1-i}\right|=\sqrt{10}\Leftrightarrow|z-2-4i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow(x-2)^2+(y-4)^2=5.$

Đặt $x=2+\sqrt{5}\sin t;y=4+\sqrt{5}\cos t;\ t\in[0;2\pi]$.

Lúc đó:

$|z|^2=\left(2+\sqrt{5}\sin t\right)^2+\left(4+\sqrt{5}\cos t\right)^2=25+\left(4\sqrt{5}\sin t+8\sqrt{5}\cos t\right)=25+\sqrt{\left(4\sqrt{5}\right)^2+\left(8\sqrt{5}\right)^2}\sin(t+\alpha);$

$\Rightarrow|z|^2=25+20\sin(t+\alpha)\Rightarrow z\in\left[\sqrt{5};3\sqrt{5}\right]$

$\Rightarrow z_{max}=3\sqrt{5}$ đạt được khi $z=3+6i$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 28: Gọi $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$ là số phức thỏa mãn hai điều kiện $\left|z-2\right|^2+\left|z+2\right|^2=26$ và $\left|z-\frac{3}{\sqrt{2}}-\frac{3}{\sqrt{2}}i\right|$ đạt giá trị lớn nhất. Tính tích xy.

A. $xy=\frac{9}{4}$.
B. $xy=\frac{13}{2}$.
C. $xy=\frac{16}{9}$.
D. $xy=\frac{9}{2}$.

Hướng dẫn giải

Đặt $z=x+iy\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$. Thay vào điều kiện thứ nhất, ta được $x^2+y^2=36$.

Đặt $x=3\cos t, y=3\sin t$. Thay vào điều kiện thứ hai, ta có

$$P=\left|z-\frac{3}{\sqrt{2}}-\frac{3}{\sqrt{2}}i\right|=\sqrt{18-18\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)}\le 6.$$

Dấu bằng xảy ra khi $\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)=-1\Rightarrow t=-\frac{3\pi}{4}\Rightarrow z=-\frac{3\sqrt{2}}{2}-\frac{3\sqrt{2}}{2}i.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 29: Có bao nhiêu số phức z thỏa $\left|\frac{z+1}{i-z}\right|=1$ và $\left|\frac{z-i}{2+z}\right|=1$?

A.1.
B.2.
C.3.
D.4.

Hướng dẫn giải

Ta có : $\begin{cases}\left|\frac{z+1}{i-z}\right|=1\\ \left|\frac{z-i}{2+z}\right|=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left|z+1\right|=\left|i-z\right|\\ \left|z-i\right|=\left|2+z\right|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-y\\ 4x+2y=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{3}{2}\\ y=\frac{3}{2}\end{cases}\Rightarrow z=-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}i.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 30: Gọi điểm A, B lần lượt biểu diễn các số phức z_1; z_2; $\left(z_1.z_2\ne 0\right)$ trên mặt phẳng tọa độ (A, B, C và A', B', C' đều không thẳng hàng) và $z_1^2+z_2^2=z_1.z_2$. Với O là gốc tọa độ, khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tam giác OAB đều.
B. Tam giác OAB vuông cân tại O.
C. Tam giác OAB vuông cân tại B.
D. Diện tích tam giác OAB không đổi.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z_1^2+z_2^2=z_1.z_2\Rightarrow z_1^2=z_1\left(z_2-z_1\right)$; $\left|z_1\right|^2=\left|z_1\right|.\left|z_2-z_1\right|$. Do $z_1\ne 0\Rightarrow\left|z_2-z_1\right|=\frac{\left|z_2\right|^2}{\left|z_1\right|}$; (1)

Mặt khác: $z_1^2=z_2\left(z_1-z_2\right)\Rightarrow\left|z_1\right|^2=\left|z_2\right|.\left|z_1-z_2\right|\Leftrightarrow\left|z_1-z_2\right|=\frac{\left|z_1\right|^2}{\left|z_2\right|}$ (do $z_2\ne 0$) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{|z_2|^2}{|z_1|}=\frac{|z_1|^2}{|z_2|}\Leftrightarrow |z_1|=|z_2|$. Vậy ta có: $|z_1|=|z_2|=|z_2-z_1|\Rightarrow OA=OB=AB$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 31: Trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z-2-4i|=|z-2i|$. Tìm môđun nhỏ nhất của số phức $z+2i$.

A. $\sqrt{5}$　　B. $3\sqrt{5}$.　　C. $3\sqrt{2}$　　D. $3+\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Gọi $z=x+yi;\ (x\in\mathbb{R};y\in\mathbb{R})$.

Ta có: $|z-2-4i|=|z-2i|\Leftrightarrow\sqrt{(x-2)^2+(y-4)^2}=\sqrt{x^2+(y-2)^2}\Leftrightarrow x+y-4=0\Leftrightarrow y=4-x$.

Ta có: $|z+2i|^2=x^2+(y+2)^2=x^2+(6-x)^2=2x^2-12x+36=2(x-3)^2+18\geq 18$

$\Rightarrow |z+2i|_{\min}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ khi $z=3+i$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 32: Tìm điều kiện cần và đủ về các số thực $m,\ n$ để phương trình $z^4+mz^2+n=0$ **không** có nghiệm thực.

A. $m^2-4n>0$.

B. $m^2-4n<0$ hoặc $\begin{cases} m^2-4n>0 \\ m<0 \\ n>0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m^2-4n\geq 0 \\ m>0 \\ n>0 \end{cases}$.

D. $m^2-4n<0$ hoặc $\begin{cases} m^2-4n\geq 0 \\ m>0 \\ n>0 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Phương trình $z^4+mz^2+n=0$ không có nghiệm thực trong các trường hợp:

TH 1: Phương trình vô nghiệm, tức là $m^2-4n<0$.

TH 2: Phương trình $t^4+mt^2+n=0;\ (t=z^2)$ có hai nghiệm âm $\Leftrightarrow\begin{cases} \Delta\geq 0 \\ S<0 \\ P>0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m^2-4n\geq 0 \\ m>0 \\ n>0 \end{cases}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 33: Nếu $|z|=a;\ (a>0)$ thì $\frac{\bar{z}^2-a}{\bar{z}}$

A. lấy mọi giá trị phức.　　B. là số thuần ảo.

C. bằng 0.　　D. lấy mọi giá trị thực.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\dfrac{\overline{z}^2-a^2}{\overline{z}}=\overline{z}-\dfrac{a}{\overline{z}}=\overline{z}-\dfrac{a^2z}{\overline{z}.z}=\overline{z}-\dfrac{a^2z}{|\overline{z}|^2}=\overline{z}-z$ là số thuần ảo.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=3$. Tìm môđun nhỏ nhất của số phức $z-1+i$.

A. 4. B. $2\sqrt{2}$. C. 2. D. $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z=x+yi;\ (x\in\mathbb{R};y\in\mathbb{R})\Rightarrow z-1+i=(x-1)+(y+1)i$. Ta có: $|z-1+2i|=9\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+2)^2=9$.

Đặt $x=1+3\sin t;\ y=-2+3\cos t;\ t\in[0;2\pi]$.

$\Rightarrow|z-1+i|^2=(3\sin t)^2+(-1+3\cos t)^2=10-6\cos t\Rightarrow 2\le|z-2i|\le 4\Rightarrow|z-1+i|_{\min}=2$, khi $z=1+i$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 35: Gọi M là điểm biểu diễn số phức $\varpi=\dfrac{2z+\overline{z}+1-i}{z^2+i}$, trong đó z là số phức thỏa mãn $(1-i)(z-i)=2-i+z$. Gọi N là điểm trong mặt phẳng sao cho $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{ON})=2\varphi$, trong đó $\varphi=(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{OM})$ là góc lượng giác tạo thành khi quay tia Ox tới vị trí tia OM. Điểm N nằm trong góc phần tư nào?

A. Góc phần tư thứ (I). B. Góc phần tư thứ (II).
C. Góc phần tư thứ (III). D. Góc phần tư thứ (IV).

Hướng dẫn giải

Ta có: $(1-i)(z-i)=2-i+z\Rightarrow z=3i\Rightarrow w=-\dfrac{7}{82}-\dfrac{19}{82}i\Rightarrow M\left(-\dfrac{7}{82};-\dfrac{19}{82}\right)\Rightarrow\tan\varphi=\dfrac{19}{7}$.

Lúc đó: $\sin 2\varphi=\dfrac{2\tan\varphi}{1+\tan^2\varphi}=\dfrac{133}{205}>0;\ \cos 2\varphi=\dfrac{1-\tan^2\varphi}{1+\tan^2\varphi}=-\dfrac{156}{205}<0$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 36: Biết số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z-3-4i|=\sqrt{5}$ và biểu thức $M=|z+2|^2-|z-i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính môđun của số phức $z+i$.

A. $|z+i|=2\sqrt{41}$ B. $|z+i|=3\sqrt{5}$.
C. $|z+i|=5\sqrt{2}$ D. $|z+i|=\sqrt{41}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z=x+yi;\ (x\in\mathbb{R};y\in\mathbb{R})$. Ta có: $|z-3-4i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow(C):(x-3)^2+(y-4)^2=5$: tâm $I(3;4)$ và $R=\sqrt{5}$.

Mặt khác: $M=|z+2|^2-|z-i|^2=(x+2)^2+y^2-\left[\left(x^2\right)+(y-1)^2\right]=4x+2y+3\Leftrightarrow d:4x+2y+3-M=0.$

Do số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện nên d và (C) có điểm chung

$$\Leftrightarrow d(I;d)\le R\Leftrightarrow\frac{|23-M|}{2\sqrt{5}}\le\sqrt{5}\Leftrightarrow|23-M|\le 10\Leftrightarrow 13\le M\le 33$$

$$\Rightarrow M_{\max}=33\Leftrightarrow\begin{cases}4x+2y-30=0\\(x-3)^2+(y-4)^2=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\y=-5\end{cases}\Rightarrow z+i=5-4i\Rightarrow|z+i|=\sqrt{41}.$$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 37: Các điểm $A,\ B,\ C$ và $A',\ B',\ C'$ lần lượt biểu diễn các số phức $z_1,\ z_2,\ z_3$ và $z_1',\ z_2',\ z_3'$ trên mặt phẳng tọa độ ($A,\ B,\ C$ và $A',\ B',\ C'$ đều không thẳng hàng). Biết $z_1+z_2+z_3=z_1'+z_2'+z_3'$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ bằng nhau.

B. Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng trực tâm.

C. Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng trọng tâm.

D. Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng tâm đường tròn ngoại tiếp.

Hướng dẫn giải

Gọi $z_1=x_1+y_1i;\ z_2=x_2+y_2i;\ z_3=x_3+y_3i;\ \left(x_k';\ y_k'\in\mathbb{R};\ k=\overline{1;3}\right)$.

Khi đó: $A(x_1;y_1);\ B(x_2;y_2);\ C(x_3;y_3)$, gọi G là trọng tâm $\Delta ABC\Rightarrow G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3};\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$.

Tương tự, gọi $z_1'=x_1'+y_1'i;\ z_2'=x_2'+y_2'i;\ z_3'=x_3'+y_3'i;\ \left(x_k';\ y_k'\in\mathbb{R};\ k=\overline{1;3}\right)$.

Khi đó: $A'(x_1';y_1');\ B'(x_2';y_2');\ C'(x_3';y_3')$,

gọi G' là trọng tâm $\Delta A'B'C'\Rightarrow G'\left(\frac{x_1'+x_2'+x_3'}{3};\frac{y_1'+y_2'+y_3'}{3}\right)$.

Do $z_1+z_2+z_3=z_1'+z_2'+z_3'\Leftrightarrow(x_1+x_2+x_3)+(y_1+y_2+y_3)i=(x_1'+x_2'+x_3')+(y_1'+y_2'+y_3')i$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+x_2+x_3=x_1'+x_2'+x_3'\\y_1+y_2+y_3=y_1'+y_2'+y_3'\end{cases}\Rightarrow G\equiv G'.$$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 38: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, lấy điểm M là điểm biểu diễn số phức $z=(2-3i)(1+i)$ và gọi φ là góc tạo bởi chiều dương trục hoành và vecto $\overrightarrow{OM}$. Tính $\sin 2\varphi$.

A. $-\frac{5}{12}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{12}{5}$. D. $-\frac{12}{5}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z=(2-3i)(1+i)=5-i\Rightarrow M(5;-1)\Rightarrow \tan\varphi=-\frac{1}{5}$.

Ta có: $\sin 2\varphi=\frac{2\tan\varphi}{1-\tan^2\varphi}=-\frac{5}{12}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 39: Cho số phức $z=\frac{-m+i}{1-m(m-2i)}$, $m\in\mathbb{R}$. Tìm môđun lớn nhất của z.

A. 1. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z=\frac{-m+i}{1-m(m-2i)}=\frac{m}{m^2+1}+\frac{i}{m^2+1}\Rightarrow |z|=\sqrt{\frac{1}{m^2+1}}\le 1\Rightarrow |z|_{\max}=1\Leftrightarrow z=i;\ m=0.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 40: Cho số phức z có $|z|=m;\ (m>0)$. Với $z\ne m;$ tìm phần thực của số phức $\frac{1}{m-z}$.

A. m. B. $\frac{1}{m}$. C. $\frac{1}{4m}$. D. $\frac{1}{2m}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $\mathrm{Re}(z)$ là phần thực của số phức z.

Ta xét: $\frac{1}{m-z}+\overline{\left(\frac{1}{m-z}\right)}=\frac{1}{m-z}+\frac{1}{m-\bar z}=\frac{m-\bar z+m-z}{(m-z)(m-\bar z)}=\frac{2m-z-\bar z}{m^2+z.\bar z-mz-m\bar z}$

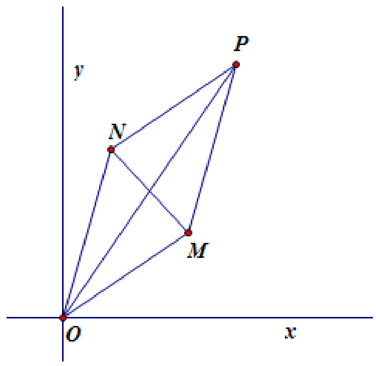
$=\frac{2m-z-\bar z}{2m^2-mz-m\bar z}=\frac{2m-z-\bar z}{m(2m-z-\bar z)}=\frac{1}{m}\Rightarrow \mathrm{Re}\left(\frac{1}{m-z}\right)=\frac{1}{2m}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 41: Cho số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|=\sqrt{3}$, $|z_2|=2$ được biểu diễn trong mặt phẳng phức lần lượt là các điểm M,N. Biết $\widehat{\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right)}=\frac{\pi}{6}$, tính giá trị của biểu thức $\left|\frac{z_1+z_2}{z_1-z_2}\right|$.

A. $\sqrt{13}$ **B.** 1 **C.** $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{1}{\sqrt{13}}$

Hướng dẫn giải



Dựng hình bình hành $OMPN$ trong mặt phẳng phức, khi đó biểu diễn của :

$$\begin{cases} |z_1+z_2| = OP \\ |z_1-z_2| = MN \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |z_1+z_2| = \sqrt{|z_1|^2+|z_2|^2+2|z_1||z_2|\cos(150^0)} = 1 \\ |z_1-z_2| = \sqrt{|z_1|^2+|z_2|^2-2|z_1||z_2|\cos(30^0)} = 1 \end{cases} \Rightarrow \left|\frac{z_1+z_2}{z_1-z_2}\right| = \frac{|z_1+z_2|}{|z_1-z_2|} = 1$$. Chọn **B.**

Câu 42: **(CHUYÊN QUANG TRUNG LẦN 3)**Cho thỏa mãn $z \in \mathbb{C}$ thỏa mãn $(2+i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} + 1 - 2i$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w = (3-4i)z - 1 + 2i$ là đường tròn I, bán kính R. Khi đó.

A. $I(-1;-2), R=\sqrt{5}.$ **B.** $I(1;2), R=\sqrt{5}.$ **C.** $I(-1;2), R=5.$ **D.** $I(1;-2), R=5.$

Hướng dẫn giải

ChọnC.(đã sửa đề bài)

Đặt $z = a+bi$ và $|z| = c > 0$, với $a;b;c \in \mathbb{R}$.

Lại có $w = (3-4i)z - 1 + 2i \Leftrightarrow z = \frac{w+1-2i}{3-4i}$.

Gọi $w = x + yi$ với $x; y \in \mathbb{R}$.

Khi đó $|z| = c \Rightarrow \left|\frac{w+1-2i}{3-4i}\right| = c \Leftrightarrow \frac{|w+1-2i|}{|3-4i|} = c \Leftrightarrow |x+yi+1-2i| = 5c$

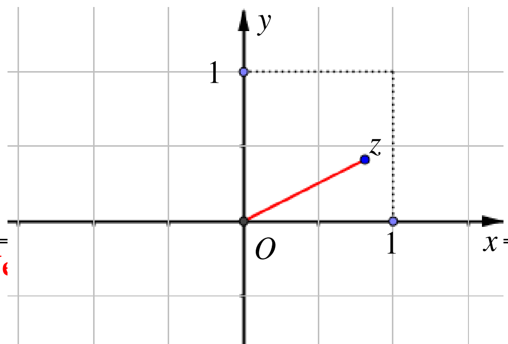
$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2} = 5c \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2 = 25c^2$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn $I(-1;2)$.

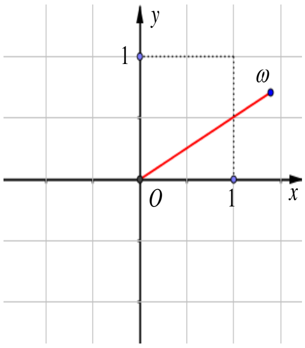
Khi đó chỉ có đáp án C có khả năng đúng và theo đó $R=5 \Rightarrow 5c=5 \Rightarrow c=1$.

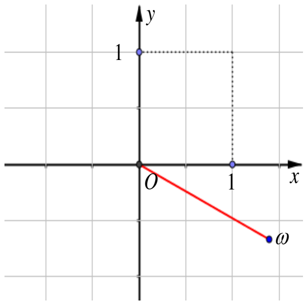
Thử $c=1$ vào phương trình (1) thì thỏa mãn.

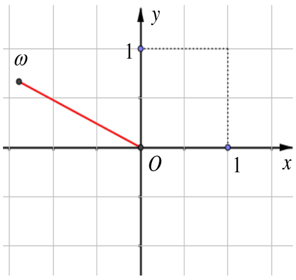
Câu 43: **(CHUYÊN QUANG TRUNG LẦN 3)**Số phức z được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ như hình vẽ:

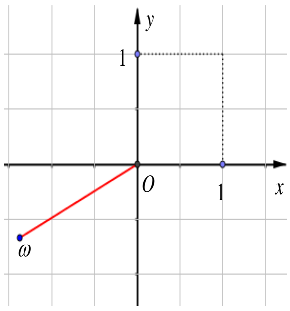


Hỏi hình nào biểu diễn cho số phức $\varpi = \dfrac{i}{z}$?

A. 

B. 

B. 

D. 

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi $z = a + bi; a, b \in \mathbb{R}$.

Từ giả thiết điểm biểu diễn số phức z nằm ở góc phần tư thứ nhất nên $a, b > 0$.

Ta có $\varpi = \dfrac{i}{z} = \dfrac{i}{a - bi} = \dfrac{i(a + bi)}{a^2 + b^2} = -\dfrac{b}{a^2 + b^2} + \dfrac{a}{a^2 + b^2} i$

Do $a, b > 0$ nên $\begin{cases} -\dfrac{b}{a^2 + b^2} < 0 \\ \dfrac{a}{a^2 + b^2} > 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ điểm biểu diễn số phức ω nằm ở góc phần tư thứ hai.

Vậy chọn **C**.

Câu 44: (CHUYÊN ĐHKHTN HUẾ) Trong các số phức z thỏa $|z + 3 + 4i| = 2$, gọi z_0 là số phức có mô đun nhỏ nhất. Khi đó

A. Không tồn tại số phức z_0.

B. $|z_0| = 2$.

C. $|z_0| = 7$.

D. $|z_0| = 3$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D

Cách 1:

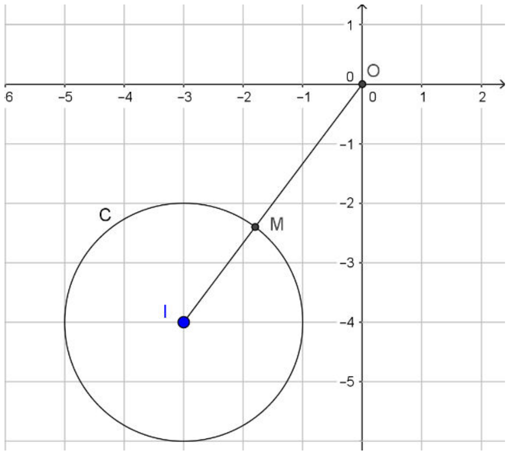
Đặt $z = a + bi\ (a, b \in \mathbb{R})$. Khi đó $|z + 3 + 4i| = 2 \Leftrightarrow (a+3)^2 + (b+4)^2 = 4$.

Suy ra biểu diễn hình học của số phức z là đường tròn (C) tâm $I(-3;-4)$ và bán kính $R = 5$.

Gọi $M(z)$ là điểm biểu diễn số phức z. Ta có: $M(z) \in (C)$.

$|z| = OM \geq OI - R = 3$.

Vậy $|z|$ bé nhất bằng 3 khi $M(z) = (C) \cap IM$.



Cách 2:

Đặt $\begin{cases} a + 3 = 2\cos\varphi \\ b + 4 = 2\sin\varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 + 2\cos\varphi \\ b = -4 + 2\sin\varphi \end{cases}$.

$\Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(2\cos\varphi - 3)^2 + (2\sin\varphi - 4)^2} = \sqrt{29 - 12\cos\varphi - 16\sin\varphi}$.

$= \sqrt{29 - 20\left(\frac{3}{5}\cos\varphi + \frac{4}{5}\sin\varphi\right)} = \sqrt{29 - 20\cos(\alpha - \varphi)} \geq \sqrt{9}$.

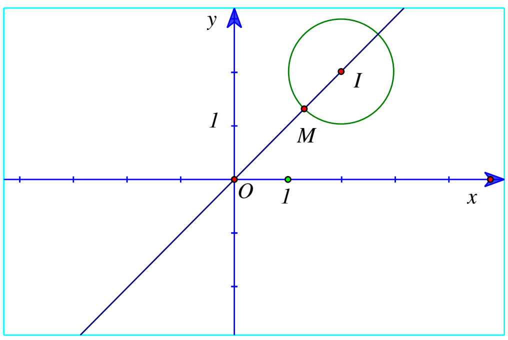
$\Rightarrow |z_0| = 3$

Câu 45: (NGUYỄN TRÃI – HD) Cho số phức z thỏa mãn: $|z - 2 - 2i| = 1$. Số phức $z - i$ có môđun nhỏ nhất là:

A. $\sqrt{5} - 1$ **B.** $\sqrt{5} + 1$ **C.** $\sqrt{5} - 2$ **D.** $\sqrt{5} + 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có: $|z-2-2i| = 1 \Leftrightarrow |(x-2)+(y-2)i| = 1 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$

Tập hợp các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn của số phức z là đường tròn (C) tâm $I(2;2)$ và bán kính $R = 1$.

$|z-i| = \sqrt{x^2 + (y-1)^2} = IM$, với $I(2;2)$ là tâm đường tròn, M là điểm chạy trên đường tròn. Khoảng cách này ngắn nhất khi M là giao điểm của đường thẳng nối hai điểm $N(0;1) \in Oy, I(2;2)$ với đường tròn (C).

$IM_{\min} = IN - R = \sqrt{5} - 1$

Câu 46: (HAI BÀ TRƯNG – HUẾ) Tìm tập hợp các điểm M biểu diễn hình học số phức z trong mặt phẳng phức, biết số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z+4| + |z-4| = 10$.

A. Tập hợp các điểm cần tìm là đường tròn có tâm $O(0;0)$ và có bán kính $R = 4$..

B. Tập hợp các điểm cần tìm là đường elip có phương trình $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$.

C. Tập hợp các điểm cần tìm là những điểm $M(x;y)$ trong mặt phẳng Oxy thỏa mãn phương trình $\sqrt{(x+4)^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 12$.

D. Tập hợp các điểm cần tìm là đường elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$.

Gọi $A(4;0)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 4$.

Gọi $B(-4;0)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = -4$.

Khi đó: $|z+4| + |z-4| = 10 \Leftrightarrow MA + MB = 10$. (*)

Hệ thức trên chứng tỏ tập hợp các điểm M là elip nhận A, B là các tiêu điểm.

Gọi phương trình của elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \left(a > b > 0, a^2 = b^2 + c^2\right)$

Từ (*) ta có: $2a = 10 \Leftrightarrow a = 5$.

$AB = 2c \Leftrightarrow 8 = 2c \Leftrightarrow c = 4 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 9$

Vậy quỹ tích các điểm M là elip: $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 47: (HAI BÀ TRƯNG – HUẾ) Tính $S = 1009 + i + 2i^2 + 3i^3 + \ldots + 2017i^{2017}$.

A. $S = 2017 - 1009i$. **B.** $1009 + 2017i$. **C.** $2017 + 1009i$. **D.** $1008 + 1009i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có

$S=1009+i+2i^2+3i^3+4i^4+...+2017i^{2017}$

$=1009+\left(4i^4+8i^8+...+2016i^{2016}\right)+\left(i+5i^5+9i^9+...+2017i^{2017}\right)+$

$+\left(2i^2+6i^6+10i^{10}+...+2014i^{2014}\right)+\left(3i^3+7i^7+11i^{11}+...+2015i^{2015}\right)$

$=1009+\sum_{n=1}^{504}(4n)+i\sum_{n=1}^{505}(4n-3)-\sum_{n=1}^{504}(4n-2)-i\sum_{n=1}^{504}(4n-1)$

$=1009+509040+509545i-508032-508536i$

$=2017+1009i.$

Cách khác:

Đặt

$f(x)=1+x+x^2+x^3+....+x^{2017}$

$f'(x)=1+2x+3x^2+...+2017x^{2016}$

$xf'(x)=x+2x^2+3x^3+...+2017x^{2017}\ (1)$

Mặt khác:

$f(x)=1+x+x^2+x^3+....+x^{2017}=\dfrac{x^{2018}-1}{x-1}$

$f'(x)=\dfrac{2018x^{2017}(x-1)-\left(x^{2018}-1\right)}{(x-1)^2}$

$\Rightarrow xf'(x)=x.\dfrac{2018x^{2017}(x-1)-\left(x^{2018}-1\right)}{(x-1)^2}\ (2)$

Thay $x=i$ vào (1) và (2) ta được:

$S=1009+i.\dfrac{2018i^{2017}(i-1)-\left(i^{2018}-1\right)}{(i-1)^2}=1009+i\dfrac{-2018-2018i+2}{-2i}=2017+1009i$

Câu 48: Trong mặt phẳng phức Oxy, các số phức z thỏa $|z+2i-1|=|z+i|$. Tìm số phức z được biểu diễn bởi điểm M sao cho MA ngắn nhất với $A(1,3)$.

A. $3+i$. **B.** $1+3i$. **C.** $2-3i$. **D.** $-2+3i$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x,y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi\,(x,y\in R)$

Gọi $E(1,-2)$ là điểm biểu diễn số phức $1-2i$

Gọi $F(0,-1)$ là điểm biểu diễn số phức $-i$

Ta có : $|z+2i-1|=|z+i|\Leftrightarrow ME=MF\Rightarrow$ Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường trung trục $EF: x-y-2=0$.

Để MA ngắn nhất khi $MA\perp EF$ tại $M\Leftrightarrow M(3,1)\Rightarrow z=3+i$ => **Đáp án A.**

Câu 49: Trong mặt phẳng phức Oxy, tập hợp biểu diễn số phức Z thỏa $1 \le |z+1-i| \le 2$ là hình vành khăn. Chu vi P của hình vành khăn là bao nhiêu ?

A. $P = 4\pi$. **B.** $P = \pi$. **B.** $P = 2\pi$. **D.** $P = 3\pi$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi\,(x, y \in R)$

Gọi $A(-1,1)$ là điểm biểu diễn số phức $-1+i$

$1 \le |z+1-i| \le 2 \Leftrightarrow 1 \le MA \le 2$. Tập hợp điểm biểu diễn là hình vành khăn giới hạn bởi 2 đường tròn đồng tâm có bán kính lần lượt là $R_1 = 2, R_2 = 1 \Rightarrow P = P_1 - P_2 = 2\pi(R_1 - R_2) = 2\pi$

=> Đáp án C.

Lưu ý cần nắm vững lý thuyết và hình vẽ của dạng bài này khi học trên lớp tránh nhầm lẫn sang tính diện tích hình tròn.

Câu 50: Trong mặt phẳng phức Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức Z thỏa mãn $\left|z^2 + (\bar{z})^2 + 2|z|^2\right| = 16$ là hai đường thẳng d_1, d_2. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng d_1, d_2 là bao nhiêu ?

A. $d(d_1, d_2) = 2$. **B.** $d(d_1, d_2) = 4$. **C.** $d(d_1, d_2) = 1$. **D.** $d(d_1, d_2) = 6$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi\,(x, y \in R)$

Ta có : $\left|z^2 + (\bar{z})^2 + 2|z|^2\right| = 16 \Leftrightarrow \left|x^2 + 2xyi - y^2 + x^2 - 2xyi - y^2 + 2x^2 + 2y^2\right| = 16$

$\Leftrightarrow |4x^2| = 16 \Leftrightarrow x = \pm 2 \Rightarrow d(d_1, d_2) = 4$

Ta chọn đáp án B.

Ở đây lưu ý hai đường thẳng x = 2 và x = -2 song song với nhau.

Câu 51: **(CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH – L2)** Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 - 2z + 5| = |(z-1+2i)(z+3i-1)|$.

Tính $\min|w|$, với $w = z - 2 + 2i$.

A. $\min|w| = \frac{3}{2}$. **B.** $\min|w| = 2$. **C.** $\min|w| = 1$. **D.** $\min|w| = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\left|z^2-2z+5\right|=\left|(z-1+2i)(z+3i-1)\right| \Leftrightarrow \left|(z-1+2i)(z-1-2i)\right|=\left|(z-1+2i)(z+3i-1)\right|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z-1+2i=0 \\ \left|(z-1-2i)\right|=\left|(z+3i-1)\right| \end{array}\right.$.

Trường hợp 1: $z-1+2i=0 \Rightarrow w=-1 \Rightarrow |w|=1$ (1).

Trường hợp 2: $|z-1-2i|=|z+3i-1|$

Gọi $z=a+bi$ (với $a,b\in\mathbb{R}$) khi đó ta được $\left|a-1+(b-2)i\right|=\left|(a-1)+(b+3)i\right| \Leftrightarrow (b-2)^2=(b+3)^2 \Leftrightarrow b=-\frac{1}{2}$.

Suy ra $w=z-2+2i=a-2+\frac{3}{2}i \Rightarrow |w|=\sqrt{(a-2)^2+\frac{9}{4}} \geq \frac{3}{2}$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $\min|w|=1$.

Câu 52: **(CHUYÊN SƠN LA – L2)** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện : $|z-1+2i|=\sqrt{5}$ và $w=z+1+i$ có môđun lớn nhất. Số phức z có môđun bằng:

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

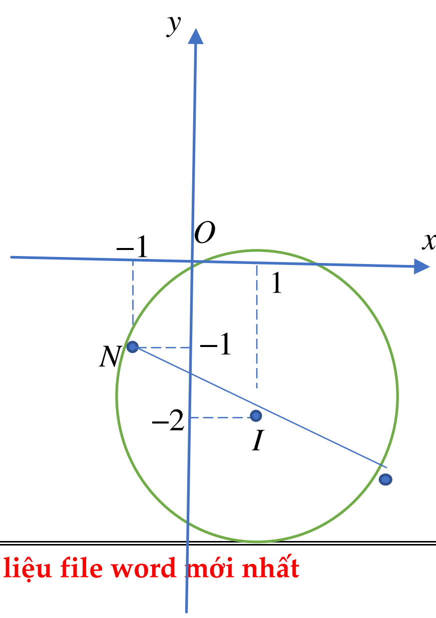
Chọn B.

Gọi $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$ $\Rightarrow z-1+2i=(x-1)+(y+2)i$

Ta có: $|z-1+2i|=\sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}=\sqrt{5} \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2=5$

Suy ra tập hợp điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z thuộc đường tròn (C) tâm $I(1;-2)$ bán kính $R=\sqrt{5}$ như hình vẽ:

Dễ thấy $O\in(C)$, $N(-1;-1)\in(C)$



Theo đề ta có:

$M(x;y)\in(C)$ là điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn:

$w=z+1+i=x+yi+1+i=(x+1)+(y+1)i$

$\Rightarrow |z+1+i|=\sqrt{(x+1)^2+(y+1)^2}=\left|\overrightarrow{MN}\right|$

Suy ra $|z+1+i|$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow MN$ lớn nhất

Mà $M,N\in(C)$ nên MN lớn nhất khi MN là đường kính đường tròn (C)

$\Leftrightarrow I$ là trung điểm $MN \Rightarrow M(3;-3)\Rightarrow z=3-3i \Rightarrow |z|=\sqrt{3^2+(-3)^2}=3\sqrt{2}$

Câu 53: **(CHUYÊN SƠN LA – L2)** Giả sử A,B theo thứ tự là điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2. Khi đó độ dài của $\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $|z_2+z_1|$. **B.** $|z_2-z_1|$. **C.** $|z_1|+|z_2|$. **D.** $|z_1|-|z_2|$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Giả sử $z_1=a+bi$, $z_2=c+di$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$.

Theo đề bài ta có: $A(a;b)$, $B(c;d)$ $\Rightarrow AB=\sqrt{(c-a)^2+(d-b)^2}$.

$z_2-z_1=(a-c)+(d-b)i \Rightarrow |z_2-z_1|=\sqrt{(c-a)^2+(d-b)^2}$.

Câu 54: **(CHU VĂN AN – HN)** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1|=\sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của $T=|z+i|+|z-2-i|$.

A. $\max T=8\sqrt{2}$. **B.** $\max T=4$. **C.** $\max T=4\sqrt{2}$. **D.** $\max T=8$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$T=|z+i|+|z-2-i|=|(z-1)+(1+i)|+|(z-1)-(1+i)|$.

Đặt $w=z-1$. Ta có $|w|=1$ và $T=|w+(1+i)|+|w-(1+i)|$.

Đặt $w=x+y.i$. Khi đó $|w|^2=2=x^2+y^2$.

$$\begin{aligned}T&=|(x+1)+(y+1)i|+|(x-1)+(y-1)i|\\&=1.\sqrt{(x+1)^2+(y+1)^2}+1.\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}\\&\le\sqrt{(1^2+1^2)\left((x+1)^2+(y+1)^2+(x-1)^2+(y-1)^2\right)}\\&=\sqrt{2(2x^2+2y^2+4)}=4\end{aligned}$$

Vậy $\max T=4$.

Câu 55: **(CHU VĂN AN – HN)** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2|+|z+2|=10$.

A. Đường tròn $(x-2)^2+(y+2)^2=100$. **B.** Elip $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$.

C. Đường tròn $(x-2)^2+(y+2)^2=10$. **D.** Elip $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{21}=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$, $x,y\in\mathbb{R}$.

Gọi A là điểm biểu diễn số phức 2

Gọi B là điểm biểu diễn số phức -2

Ta có: $|z+2|+|z-2|=10 \Leftrightarrow MB+MA=10$.

Ta có $AB=4$. Suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là Elip với 2 tiêu điểm là $A(2;0)$, $B(-2;0)$, tiêu cự $AB=4=2c$, độ dài trục lớn là $10=2a$, độ dài trục bé là $2b=2\sqrt{a^2-c^2}=2\sqrt{25-4}=2\sqrt{21}$.

Vậy, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2|+|z+2|=10$ là Elip có phương trình $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{21}=1$.