

# CHƯƠNG 02

## BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO

### CHUYÊN ĐỀ HÀM SỐ MŨ, LÔGARIT

Ở chương này những bài toán vận dụng cao sẽ rơi vào các dạng bài Lãi suất, dạng bài tính số chữ số của một số ...

#### CHỦ ĐỀ 1.

#### TÍNH SỐ CHỮ SỐ CỦA MỘT SỐ TỰ NHIÊN

Sau đây chúng ta cùng nghiên cứu một ứng dụng của Logarit tron việc tính số các chữ số của một số tự nhiên.

Đầu tiên xin nhắc lại khái niệm thế nào là phần nguyên của một số.

##### 1. Phần nguyên của một số:

Xét số thực  $A$ , số nguyên lớn nhất mà không vượt quá  $A$  người ta gọi là phần nguyên của  $A$  và kí hiệu là  $[A]$ .

Như vậy dễ thấy  $[A] \leq A \leq [A] + 1$ .

##### 2. Công thức tính số các chữ số của một số tự nhiên:

Xét số tự nhiên  $A$  hiện thời đang biểu diễn dưới dạng mũ hay một dạng nào đó mà ta không đếm được các chữ số của nó. Giả sử  $A$  có  $n$  chữ số thì ta có công thức sau đây:  $n = [\lg A] + 1$ .

Trước khi đi vào chứng minh, tôi muốn nhắc lại cho các bạn cách phân tích một số tự nhiên ra dạng tổng lũy thừa của cơ số 10, ví dụ  $423 = 4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3$ ;  $5678 = 5 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 8$ .

##### Chứng minh:

Giả sử số tự nhiên  $A$  có  $n$  chữ số:

$$A = \overline{a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1} = a_n \cdot 10^{n-1} + a_{n-1} \cdot 10^{n-2} + a_{n-2} \cdot 10^{n-3} + \dots + a_1$$

Suy ra  $\log(A) = \log(a_n \cdot 10^{n-1} + a_{n-1} \cdot 10^{n-2} + a_{n-2} \cdot 10^{n-3} + \dots + a_1) < \log(10^n) = n$  và

$$\log(A) = \log(a_n \cdot 10^{n-1} + a_{n-1} \cdot 10^{n-2} + a_{n-2} \cdot 10^{n-3} + \dots + a_1) \geq \log(a_n \cdot 10^{n-1}) \geq n - 1.$$

Từ hai điều này ta có:  $n - 1 \leq \log(A) < n \Leftrightarrow \log(A) < n \leq \log(A) + 1$

Giữa  $\log(A)$ ,  $\log(A) + 1$  chỉ có duy nhất một số tự nhiên lớn hơn  $\log(A)$  đó là  $[\log(A)] + 1$

Vậy  $n = [\log(A) + 1]$

Sau đây ta cùng sử dụng công thức trên để giải một số bài toán sau:

### BÀI TOÁN ÁP DỤNG

**Bài 1:** Số nguyên tố dạng  $M_p = 2^p - 1$ , trong đó  $p$  là một số nguyên tố, được gọi là số nguyên tố Méc-xen. Số  $M_{6972593}$  được phát hiện năm 1999. Hỏi rằng nếu viết số đó trong hệ thập phân thì có bao nhiêu chữ số?

**Trích đề thi thử Chuyên Hưng Yên lần 2.**

A. 2098960 chữ số.

B. 2098961 chữ số.

C. 6972593 chữ số.

D. 6972592 chữ số.

Giải:

Đầu tiên ta cần biết: Số tự nhiên  $A$  có  $n$  chữ số thì  $n = [\log(A)] + 1$

Ta cần tính  $2^{6972593} - 1$  có bao nhiêu chữ số, ta thấy rằng  $2^{6972593} - 1$  và  $2^{6972593}$  chắc chắn có cùng số chữ số, nó giống như là 213 và 213-1 có cùng 3 chữ số vậy.

Từ lập luận trên ta đi tính số chữ số của  $2^{6972593}$  bằng công thức:  $n = [\log(A)] + 1$ . Áp dụng công thức ta được:

$$n = [\log 2^{6972593}] + 1 = [6972593 \cdot \log 2] + 1 = 2098960.$$

Chọn B.

**Bài 2:** Người ta qui ước  $\lg x$  và  $\log x$  là giá trị của  $\log_{10} x$ . Trong các lĩnh vực kỹ thuật,  $\lg x$  được sử dụng khá nhiều, kể cả máy tính cầm tay hay quang phổ. Hơn nữa, trong toán học người ta sử dụng  $\lg x$  để tìm số chữ số của một số nguyên dương nào đó. Ví dụ số  $A$  có  $n$  chữ số thì khi đó  $n = [\lg A] + 1$  với  $[\lg A]$  là số nguyên lớn nhất nhỏ hơn hoặc bằng  $A$ . Hỏi số  $B = 2017^{2017}$  có bao nhiêu chữ số?

A. 9999 chữ số.                      B. 6666 chữ số.                      C. 9966 chữ số.                      D. 6699 chữ số.

Giải:

Áp dụng công thức  $n = [\lg A] + 1$  để tìm các chữ số của số  $A$ .

Ta có:  $\log B = \log 2017^{2017} = 2017 \log 2017 \approx 6665$

Vậy  $B$  có 6666 chữ số.

Chọn B.

**Bài 3:** Số nguyên tố dạng  $M_p = 2^p - 1$ , trong đó  $p$  là số nguyên tố được gọi là số nguyên tố Mersenne (Mersenne Marin, 1588-1648, người Pháp)

+ Ô-le phát hiện  $M_{31}$  năm 1750.

+ Luy-ca (Lucas Edouard, 1842-1891, người Pháp) phát hiện  $M_{127}$  năm 1876

+  $M_{1398268}$  được phát hiện năm 1996.

Hỏi rằng nếu viết ba số đó trong hệ thập phân thì mỗi số có bao nhiêu chữ số?

A. 10; 39; 420921.                      B. 10; 49; 42092.

C. 10; 69; 420923.                      D. 10; 59; 4209.

Giải:

Giả sử số nguyên tố  $M_p = 2^p - 1$  viết trong hệ thập phân có  $n$  chữ số thì  $10^{n-1} \leq M_p \leq 10^n$  hay  $10^{n-1} \leq 2^p \leq 10^n$  vì  $2^p$  không chứa thừa số nguyên tố 5 nên  $2^p < 10^n$ ).

Suy ra:  $\lg 10^{n-1} < \lg 2^p < \lg 10^n$  hay  $n-1 < p \cdot \lg 2 < n$

Thay  $p = 31$ , ta được  $31 \cdot \lg 2 = 9,33\dots$

Suy ra  $n = 10$ .

Vậy số nguyên tố  $M_{31}$  viết trong hệ thập phân có 10 chữ số.

Làm tương tự ta thấy  $M_{127}$  có 39 chữ số. số  $M_{1398268}$  có 420921 chữ số.

Chọn A.

**Bài 4:** Số  $p = 2^{756839} - 1$  là một số nguyên tố. Hỏi nếu viết trong hệ thập phân thì số đó có bao nhiêu chữ số?

- A. 227831 chữ số.                      B. 227832 chữ số.    C. 227834 chữ số.                      D. 227835 chữ số.

Giải:

Áp dụng công thức  $n = [\lg A] + 1$  để tìm các chữ số của số A.

$$p = 2^{756839} - 1 \Leftrightarrow \log(p + 1) = \log 2^{756839}$$

$$\Leftrightarrow \log(p + 1) = 756839 \cdot \log 2 \approx 227831,24.$$

Vậy số p này có 227832 chữ số. chọn B.

**Bài 5:** Đầu năm 2016, Curtis Cooper và các công sự tại nhóm nghiên cứu Đại học Central Mis-souri, Mỹ vừa công bố số nguyên tố lớn nhất tại thời điểm đó. Số nguyên tố này là một dạng số Mersenne, có giá trị bằng  $M = 2^{74207281} - 1$ . Hỏi M có bao nhiêu chữ số?

- A. 2233862 chữ số.                      B. 22338618 chữ số.  
C. 22338617 chữ số.                      D. 2233863 chữ số.

Giải:

Áp dụng công thức  $n = [\lg A] + 1$  để tìm các chữ số của số A.

$$\text{Ta có: } \log M \approx \log 2^{74207281} = 74207281 \cdot \log 2 \approx 22338617$$

Do đó M có 22338617 chữ số.

Chọn B.

**Bài 6:** Nhà toán học người Pháp Pierre de Fermat là người đầu tiên đưa ra khai niệm số Fermat  $F_n = 2^{2^n} + 1$  với n là số nguyên dương không âm. Fermat dự đoán  $F_n$  là số nguyên tố, nhưng Euler đã chứng minh được  $F_5$  là hợp số. Hãy tìm số chữ số của  $F_{13}$ .

- A. 1243 chữ số.    B. 1234 chữ số.    C. 2452 chữ số.                      D. 2467 chữ số.

Giải:

$$\text{Ta có: } F_{13} = 2^{2^{13}} + 1.$$

Suy ra  $\log F_{13} \approx \log 2^{2^{13}} = 2^{13} \cdot \log 2 \approx 2466$ . Suy ra  $F_{13}$  có 2467 chữ số. Chọn D.

## CHỦ ĐỀ 2

### CÁC DẠNG BÀI TOÁN LÃI SUẤT

#### 1. Lãi đơn

Số tiền lãi chỉ tính trên số tiền gốc mà không tính trên số tiền lãi do số tiền gốc sinh ra.

Công thức tính lãi đơn:  $V_n = V_0(1 + r \cdot n)$

Trong đó:

$V_n$  : Số tiền cả vốn lẫn lãi sau n kỳ hạn;

$V_0$  : Số tiền gửi ban đầu;

$n$  : Số kỳ hạn tính lãi;

$r$  : Lãi suất định kỳ, tính theo %.

#### 2. Lãi kép

Là số tiền lãi không chỉ tính trên số tiền gốc mà còn tính trên số tiền lãi do tiền gốc đó sinh ra thay đổi theo từng định kỳ.

**a. Lãi kép, gửi một lần:**  $T_n = T_0(1+r)^n$

Trong đó:

$T_n$  : Số tiền cả vốn lẫn lãi sau n kỳ hạn;

$T_0$  : Số tiền gửi ban đầu;

$n$  : Số kỳ hạn tính lãi;

$r$  : Lãi suất định kỳ, tính theo %.

**b. Lãi kép liên tục:**  $T_n = T_0.e^{nr}$

Trong đó:

$T_n$  : Số tiền cả vốn lẫn lãi sau n kỳ hạn;

$T_0$  : Số tiền gửi ban đầu;

$n$  : Số kỳ hạn tính lãi;

$r$  : Lãi suất định kỳ, tính theo %.

**c. Lãi kép, gửi định kỳ.**

● **Trường hợp gửi tiền định kì cuối tháng.**

**Bài toán 1:** Cứ cuối mỗi tháng gửi vào ngân hàng  $m$  triệu, lãi suất kép  $r\%$  (tháng hoặc năm). Hỏi sau  $n$  (tháng hoặc năm) số tiền thu được là bao nhiêu?

Người ta chứng minh được số tiền thu được là:

$$T_n = \frac{m}{r} \left[ (1+r)^n - 1 \right]$$

**Chứng minh**

Tháng	Đầu tháng	Cuối tháng
1	Chưa gửi	$m$
2	$m$	$m(1+r) + m$
3	$m(1+r) + m$	$m(1+r)^2 + m(1+r) + m$
...	...	...
$n$		$m(1+r)^{n-1} + \dots + m(1+r) + m$

$$\begin{aligned} \text{Vậy sau tháng } n \text{ ta được số tiền } T_n &= m(1+r)^{n-1} + \dots + m(1+r) + m \\ &= m \left[ (1+r)^{n-1} + \dots + (1+r) + 1 \right], \end{aligned}$$

Ta thấy trong ngoặc là tổng  $n$  số hạng của cấp số nhân có  $u_1 = 1$ ,  $u_n = (1+r)^{n-1}$ ,  $q = 1+r$

$$\text{Ta biết rằng: } S_n = u_1 + \dots + u_n = u_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \text{ nên } T_n = \frac{m}{r} \left[ (1+r)^n - 1 \right]$$

**Bài toán 2:** Cứ cuối mỗi tháng gửi vào ngân hàng  $m$  triệu, lãi suất kép  $r\%$  (tháng hoặc năm). Sau  $n$  (tháng hoặc năm) số tiền thu được là  $A$  triệu. Hỏi số tiền gửi mỗi tháng  $m$  là bao nhiêu?

$$\text{Người ta chứng minh được số tiền cần gửi mỗi tháng là: } m = \frac{Ar}{(1+r)^n - 1}$$

**Chứng minh:**

Áp dụng bài toán 1 ta có số tiền thu được là  $T_n = \frac{m}{r}[(1+r)^n - 1]$ , mà đề cho số tiền đó chính là A

$$\text{nên } A = \frac{m}{r}[(1+r)^n - 1] \Leftrightarrow m = \frac{Ar}{(1+r)^n - 1}.$$

**Bài toán 3:** Cứ cuối mỗi tháng gửi vào ngân hàng  $m$  triệu, lãi suất kép  $r\%$  (tháng hoặc năm). Sau  $n$  (tháng hoặc năm) số tiền thu được là A triệu. Hỏi số tháng hoặc năm  $n$  là bao nhiêu?

Người ta chứng minh được số tháng thu được đề bài cho là:  $n = \log_{1+r} \left( \frac{Ar}{m} + 1 \right)$ .

**Chứng minh:**

Áp dụng bài toán 1 ta có số tiền thu được là  $T_n = \frac{m}{r}[(1+r)^n - 1]$ , mà đề cho số tiền đó chính là A

$$\text{nên } A = \frac{m}{r}[(1+r)^n - 1] \Leftrightarrow m = \frac{Ar}{(1+r)^n - 1} \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{Ar}{m} + 1 \Leftrightarrow n = \log_{1+r} \left( \frac{Ar}{m} + 1 \right)$$

Như vậy trong trường hợp một này ta cần nắm vững công thức Bài toán 1 từ đó có thể dễ dàng biến đổi ra các công thức ở bài toán 2, Bài toán 3.

● **Trường hợp gửi tiền định kì đầu tháng.**

**Bài toán 4:** Cứ đầu mỗi tháng gửi vào ngân hàng  $m$  triệu, lãi suất kép  $r\%$  (tháng hoặc năm). Hỏi sau  $n$  (tháng hoặc năm) số tiền thu được là bao nhiêu?

Người ta chứng minh được số tiền thu được là:  $T_n = \frac{m}{r}[(1+r)^n - 1](1+r)$

Chứng minh.

Ta xây dựng bảng sau:

Tháng	Đầu tháng	Cuối tháng
1	$m$	$m(1+r)$
2	$m(1+r) + m$	$m(1+r)^2 + m(1+r)$
3	$m(1+r)^2 + m(1+r) + m$	$m(1+r)^3 + m(1+r)^2 + m(1+r)$
...	...	...
n	...	$m(1+r)^n + \dots + m(1+r)$

Vậy sau tháng  $n$  ta được số tiền:

$$T_n = m(1+r)^n + \dots + m(1+r) = m[(1+r)^n + \dots + (1+r)] = m(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

**Bài toán 5:** Cứ đầu mỗi tháng gửi vào ngân hàng  $m$  triệu, lãi suất kép  $r\%$  (tháng hoặc năm). Sau  $n$  (tháng hoặc năm) số tiền thu được là A triệu. Hỏi số tiền gửi mỗi tháng  $m$  là bao nhiêu?

Người ta chứng minh được số tiền cần gửi mỗi tháng là:  $m = \frac{Ar}{(1+r)[(1+r)^n - 1]}$

Chứng minh

Áp dụng bài toán 4. Ta có số tiền thu được là:  $T_n = \frac{m}{r}[(1+r)^n - 1](1+r)$ , mà đề cho số tiền đó là A

$$\text{nên } A = \frac{m}{r}[(1+r)^n - 1](1+r) \Leftrightarrow m = \frac{Ar}{(1+r)[(1+r)^n - 1]}.$$

**Bài toán 6:** Cứ đầu mỗi tháng gửi vào ngân hàng m triệu, lãi suất kép  $r\%$  (tháng hoặc năm). Sau  $n$  (tháng hoặc năm) số tiền thu được là A triệu. Hỏi số tháng hoặc năm  $n$  là bao nhiêu?

Người ta chứng minh được số tháng thu được đề bài cho là:  $n = \log_{1+r} \left[ \frac{Ar}{m(1+r)} + 1 \right]$ .

Chứng minh

Áp dụng bài toán 4. Ta có: số tiền thu được là:  $T_n = \frac{m}{r}[(1+r)^n - 1](1+r)$ , mà đề cho số tiền đó là A

$$\text{nên } A = \frac{m}{r}[(1+r)^n - 1](1+r) \Leftrightarrow m = \frac{Ar}{(1+r)[(1+r)^n - 1]} \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{Ar}{m(1+r)} + 1.$$

$$\Rightarrow n = \log_{1+r} \left[ \frac{Ar}{m(1+r)} + 1 \right].$$

Như vậy trong trường hợp này ta cần nắm vững công thức bài toán 4 từ đó có thể dễ dàng biến đổi ra các công thức ở bài toán 5, bài toán 6.

● **Trường hợp vay nợ và trả tiền định kì đầu tháng.**

**Bài toán 7:** Vay ngân hàng A triệu đồng. Cứ đầu mỗi tháng (năm) trả ngân hàng m triệu, lãi suất kép  $r\%$  (tháng hoặc năm). Hỏi sau  $n$  (tháng hoặc năm) số tiền còn nợ là bao nhiêu?

Người ta chứng minh được số tiền còn nợ là:  $T_n = A(1+r)^n - m(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r}$

Chứng minh.

Ta xây dựng bảng sau:

Tháng	Đầu tháng	Cuối tháng
1	$A - m$	$(A - m)(1+r) = A(1+r) - m(1+r)$
2	$A(1+r) - m(1+r) - m$	$A(1+r)^2 - m(1+r)^2 - m(1+r)$
3	$A(1+r)^2 - m(1+r)^2 - m(1+r) - m$	$A(1+r)^3 - m(1+r)^3 - m(1+r)^2 - m(1+r)$
...	...	...
$n$	...	$A(1+r)^n - m(1+r)^n - \dots - m(1+r)^2 - m(1+r)$

Vậy sau tháng  $n$  ta còn nợ số tiền:

$$\begin{aligned} T_n &= A(1+r)^n - m(1+r)^n - \dots - m(1+r)^2 - m(1+r) \\ &= A(1+r)^n - m \left[ (1+r)^n + \dots + (1+r) \right] \\ &= A(1+r)^n - m(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r} \end{aligned}$$

Trường hợp vay nợ và trả định kì cuối tháng.

**Bài toán 8:** Vay ngân hàng A triệu đồng. Cứ đầu mỗi tháng (năm) trả ngân hàng m triệu, lãi suất kép r% (tháng hoặc năm). Hỏi sau n (tháng hoặc năm) số tiền còn nợ là bao nhiêu?

Người ta chứng minh được số tiền còn nợ là:  $T_n = A(1+r)^n - m(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r}$

Chứng minh

Ta xây dựng bảng sau:

Tháng	Đầu tháng	Cuối tháng
1	A	$A(1+r) - m$
2	$A(1+r) - m$	$A(1+r)^2 - m(1+r)^2 - m$
3	$A(1+r)^2 - m(1+r) - m$	$A(1+r)^3 - m(1+r)^2 - m(1+r) - m$
...	...	...
n	...	$A(1+r)^n - m(1+r)^{n-1} - \dots - m(1+r) - m$

Vậy sau tháng n ta còn nợ số tiền:

$$\begin{aligned} T_n &= A(1+r)^n - m(1+r)^{n-1} - \dots - m(1+r) - m \\ &= A(1+r)^n - m \left[ (1+r)^{n-1} + \dots + (1+r) + 1 \right] \\ &= A(1+r)^n - m(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r} \end{aligned}$$

Sau đây cùng tìm hiểu cách áp dụng các lý thuyết vào các bài toán tính tiền lãi, tiền nợ phải trả như thế nào ?

## BÀI TẬP ÁP DỤNG

Bài 1:

Một người muốn gửi tiết kiệm ở ngân hàng và hi vọng sau 4 năm có được 850 triệu đồng để mua nhà. Biết rằng lãi suất ngân hàng mỗi tháng trong thời điểm hiện tại là 0,45%. Hỏi người đó mỗi tháng phải gửi vào ngân hàng tối thiểu bao nhiêu tiền để đủ số tiền mua nhà? (Giả sử số tiền mỗi tháng là như nhau và lãi suất trong 4 năm là không thay đổi)

- A. 15,833 triệu đồng                      B. 16,833 triệu đồng.  
C. 17,833 triệu đồng.                      D. 18,833 triệu đồng.

Giải:

Giả sử người này gửi tiền ở thời điểm t nào đó, kể từ thời điểm này sau 4 năm (48 tháng) ông muốn có số tiền 850 triệu. Như vậy rõ ràng ta có thể coi đây là bài toán gửi tiền định kì đầu tháng.

Áp dụng bài toán 5 ta có số tiền phải gửi mỗi tháng là:  $m = \frac{Ar}{(1+r) \left[ (1+r)^n - 1 \right]}$

Theo đề: n = 48 tháng,  $r = 0,45\% = \frac{9}{2000}$

Tiền thu được: 850 triệu đồng. thay vào:

$$m = \frac{850000000 \times 0,45\%}{(1+0,45\%) \left[ (1+0,45\%)^{48} - 1 \right]} = 15,833$$

Chọn A.

Bài 2: Trích đề thi HK 1 Chuyên Lương Văn Tụy Ninh Bình.

Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng trên một tháng (chuyển vào tài khoản của mẹ ở ngân hàng vào đầu tháng). Từ tháng 1 năm 2016 mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi suất 1% trên một tháng. Đến đầu tháng 12 năm 2016 mẹ rút toàn bộ số tiền (gồm số tiền của tháng 12 và số tiền đã gửi tháng 1). Hỏi khi đó mẹ lĩnh về bao nhiêu tiền ? (kết quả làm tròn theo đơn vị nghìn đồng).

- A. 50 triệu 730 nghìn đồng.                      B. 50 triệu 740 nghìn đồng.  
C. 53 triệu 760 nghìn đồng.                      D. 48 triệu 480 nghìn đồng.

Giải:

Ta có tổng số tiền A thu được, nếu ban đầu gửi vào a đồng, từ đầu tháng sau gửi thêm a đồng (không đổi) vào đầu mỗi tháng với lãi suất r% trong n tháng:

$$A = a + \frac{a}{r}(1+r) \left[ (1+r)^n - 1 \right]$$

Áp dụng với a = 4 triệu đồng, r = 1%, n = 11 (từ đầu tháng 2 đến cuối tháng 12)???

$$A = \frac{4000000}{1\%}(1+1\%) \left[ (1+1\%)^{11} - 1 \right] + 4000000 = 50730012,05 . \text{ Chọn A.}$$

Bài 3: Trích đề Minh họa 1 năm 2017.

Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12% trên năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách sau: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng ba tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A phải trả cho ngân hàng là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

- A.  $m = \frac{100 \cdot (1,01)^3}{3}$  (triệu đồng).                      B.  $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$  (triệu đồng).  
C.  $m = \frac{100 \cdot 1,03}{3}$  (triệu đồng).                      D.  $m = \frac{120 \cdot (1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$  (triệu đồng).

Giải:

Lãi suất 12%/năm tương ứng 1%/tháng nên r = 0,01 (do vay ngắn hạn)

Số tiền gốc sau 1 tháng là:  $T + T.r - m = T(1+r) - m$

Số tiền gốc sau 2 tháng là:

$$[T(1+r) - m] + [T(1+r) - m].r - m = T(1+r)^2 - m[(1+r) + 1]$$

Số tiền gốc sau 3 tháng là:

$$T(1+r)^3 - m[(1+r)^2 + 1 + r + 1] = 0$$



Bài 7: Anh A mua nhà trị giá ba trăm triệu đồng theo phương thức trả góp. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất anh A trả 5500000đ và chịu lãi suất số tiền chưa trả là 0,5% / tháng thì sau bao nhiêu tháng anh A trả hết số tiền trên.

- A.  $n = 64$ .                      B.  $n = 60$ .                      C.  $n = 65$ .                      D.  $n = 64,1$ .

Giải:

Gọi số tiền anh A nợ ban đầu là M, lãi suất hàng tháng là  $r\%$ , số tiền hàng tháng anh ta phải trả là a.

Với đề bài này có thể coi là : “người nợ tiền nợ vào đầu tháng”

$$\text{Người này trả hết nợ, nghĩa là: } M(1+r)^n - \frac{a}{r}[(1+r)^n - 1] = 0$$

Thay số bán shift Slove sẽ tính được  $n = 64$  với:

$$M=300.000.000, r = 0,5\%, a=5500.000$$

Chọn A.

Bài 8: Một người được lĩnh lương khởi điểm là 700.000 đ/tháng. Cứ 3 năm anh ta lại được tăng lương thêm &%. Hỏi sau 36 năm làm việc anh ta được lĩnh tất cả bao nhiêu tiền.

- A. 450788972.                      B. 450788900.                      C. 450799972.                      D. 450678972.

Giải:

Từ năm thứ nhất đến năm thứ 3, anh ta nhận được:

$$u_1 = 700.000 \times 36$$

Từ đầu năm thứ 4 đến hết năm thứ 6, anh ta nhận được:

$$u_2 = 700.000(1+7\%) \times 36$$

Từ đầu năm thứ 7 đến hết năm thứ 9, anh ta nhận được:

$$u_3 = 700.000(1+7\%)^2 \times 36$$

...

Từ đầu năm thứ 34 đến hết năm thứ 36, anh ta nhận được:

$$u_{12} = 700.000(1+7\%)^{11} \times 36$$

Vậy sau 36 năm anh ta nhận được tổng số tiền là:

$$\begin{aligned} & u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{12} \\ & = 700.000 \times 36 \times \frac{1 - (1+7\%)^{12}}{1 - (1+7\%)} = 450788972 \end{aligned}$$

Chọn A.

Bài 9:

Bà Hoa gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là 8%/năm. Sau 5 năm bà rút toàn bộ tiền và dùng một nửa để sửa nhà, số tiền còn lại bà tiếp tục đem gửi ngân hàng trong 5 năm với cùng lãi suất. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm.

- A. 81,412tr.                      B. 115,892tr.                      C. 119tr.                      D. 78tr.

Giải:

$$\text{Sau 5 năm bà Hòa rút được tổng số tiền là: } 100(1+8\%)^5 = 146.932 \text{ triệu}$$

Suy ra số tiền lãi là:  $100(1+8\%)^5 - 100 = L_1$

Bà dùng một nửa để sửa nhà, nửa còn lại gửi vào ngân hàng.

Suy ra số tiền bà gửi tiếp vào ngân hàng là:  $73.466(1+8\%)^5 = 107.946$  triệu

Suy ra số tiền lãi là:  $107.946 - 73.466 = L_2$

Vậy số tiền lãi bà Hoa thu được sau 10 năm là:  $\sum L = L_1 + L_2 \approx 81,412tr$

Chọn A.

Bài 10:

Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm sau khi gửi thêm tiền gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. 9.                      B. 14.                      C. 8.                      D. 7.

Giải:

3 tháng là 1 quý nên 6 tháng là 2 quý và 1 năm ứng với 4 quý.

Sau 6 tháng người đó có tổng số tiền là:  $100(1+2\%)^2 = 104,04tr$

Người đó gửi thêm 100 tr nên tổng số tiền khi đó là:  $104,04 + 100 = 204,04tr$

Suy ra tổng số tiền sau 1 năm nữa là:  $204,04(1+2\%)^4 \approx 220TR$

Chọn B.

Bài 11:

Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4%/ năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp ba số tiền ban đầu?

A. 9.                      B. 14.                      C. 8.                      D. 7.

Giải:

$$P_n = P(1+0,084)^n$$

Số tiền sau n năm gấp đôi số tiền ban đầu là:

$$3P = P(1+0,084)^n \Leftrightarrow \log_{1,084} 3 \approx 13,6 = 14 \text{ năm. Chọn B.}$$

Bài 12:

Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất ban đầu 4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Cứ sau một năm lãi suất tăng 0,3%. Hỏi sau 4 năm tổng số tiền người đó nhận được gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 119 triệu.                      B. 119,5 triệu.                      C. 120 triệu.                      D. 120,5 triệu.

Giải:

$$\text{Năm thứ nhất: } T_1 = 100(1+4\%)$$

$$\text{Năm thứ hai: } T_2 = T_1(1+4,3\%)$$

$$\text{Năm thứ ba: } T_3 = T_2(1+4,6\%)$$

$$\text{Năm thứ tư: } T_4 = T_3(1+4,9\%)$$

Tổng số tiền nhận được sau 4 năm là  $T = T_4 = 119tr$ .

Chọn A.

Bài 13:

Anh Nam mong muốn rằng sau 6 năm sẽ có 2 tỷ để mua nhà. Hỏi anh Nam phải gửi vào ngân hàng một khoản tiền tiết kiệm như nhau hàng năm gần nhất với giá trị nào sau đây, biết rằng lãi suất của ngân hàng là 8%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn.

- A. 253,5 triệu.                      B. 251 triệu.                      C. 253 triệu.                      D. 252,5 triệu.

Giải:

$$\text{Cuối năm thứ I: } T_1 = a + a.m = a(1+m)$$

Đầu năm thứ II:

$$T_2 = a(1+m) + a = a[(1+m)+1] = \frac{a}{[(1+m)-1]} [(1+m)^2 - 1] = \frac{a}{m} [(1+m)^2 - 1]$$

Cuối năm thứ II:

$$T_3 = \frac{a}{m} [(1+m)^2 - 1] + \frac{a}{m} [(1+m)^2 - 1].m = \frac{a}{m} [(1+m)^2 - 1].(1+m)$$

$$\text{Suy ra cuối năm thứ } n: T_n = \frac{a}{m} [(1+m)^n - 1].(1+m)$$

(Trong đó a là số tiền ban đầu, m là lãi suất, n là số tháng)

$$\text{Áp dụng: } T = 2.1000tr; \quad n = 6; \quad m = 0,08 \Rightarrow a \approx 252,5tr.$$

Chọn D.

Bài 14:

Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 quý, với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao lâu người gửi có ít nhất 20 triệu đồng (bao gồm cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu? (Giả sử lãi suất không thay đổi).

- A. 16 quý.                      B. 18 quý.                      C. 17 quý.                      D. 19 quý.

Giải:

**Cách 1:**

Tổng số tiền vốn lẫn lãi sau k quý là:

$$\sum S = 15(1+1,65\%)^k = 15.1,0165^k$$

$$\Rightarrow \lg S = \lg(15.1,0165^k) \Rightarrow k = \frac{\lg S - \lg 15}{\lg 1,0165}$$

$$\text{Thời gian có 20 triệu} \Leftrightarrow k = \frac{\lg 20 - \lg 15}{\lg 1,0165} \approx 17,6 = 18 \text{ (quý).}$$

Vậy sau 18 quý người đó có ít nhất 20 triệu đồng.

**Cách 2:**

$$P_n = P(1+r)^n, P_n = 20tr, P = 15tr$$

$$\Rightarrow 20 = 15(1+0,0165)^n \Rightarrow 1,0165^n = \frac{4}{3} \Rightarrow n = \log_{1,0165} \frac{4}{3} = 18$$

Chọn B.

Bài 15: Số tiền 58 000 000 đ gửi tiết kiệm trong 8 tháng thì lấy về được 61 329 000đ. Lãi suất hàng tháng là?

- A. 0,8% .                      B. 0,6% .                      C. 0,5% .                      D. 0,7% .

Giải:

$$61,329 = 58(1+q)^8 \quad (q \text{ là lãi suất})$$

$$\Leftrightarrow (1+q)^8 = \frac{61,329}{58} \Leftrightarrow (1+q) = \sqrt[8]{\frac{61,329}{58}} \Leftrightarrow q = \sqrt[8]{\frac{61,329}{58}} - 1 \approx 0,7\% . \text{ Chọn D.}$$

Bài 16. Cô giáo dạy văn gửi 200 triệu đồng loại kì hạn 6 tháng vào ngân hàng với lãi suất 6,9% một năm thì sau 6 năm 9 tháng hỏi cô giáo dạy văn nhận được bao nhiêu tiền cả vốn và lãi biết rằng cô giáo không rút lãi ở tất cả các kì hạn trước và nếu rút trước ngân hàng sẽ trả lãi suất theo loại lãi suất không kì hạn 0,002% một ngày (1 tháng tính 30 ngày).

- A. 471688328,8                      B. 302088933,9                      C. 311392005,1                      D. 321556228,1.

Giải:

Kì hạn 6 tháng nên mỗi năm có 2 kì hạn

$$\text{Suy ra Lãi suất mỗi kì hạn là: } r = \frac{6,9\%}{2} = 3,45\% .$$

6 năm 9 tháng = 81 tháng = 13.6 + 3 tháng = 13 kì hạn + 3 tháng.

$$\text{Số tiền cô giáo thu được sau 13 kì là: } T_1 = 200(1 + 3,45\%)^{13}$$

Số tiền cô giáo thu được trong 3 tháng tiếp theo là:

$$T_2 = 200(1 + 3,45\%)^{13} \cdot 0,002\% \cdot 3 \cdot 30$$

Vậy số tiền cô giáo nhận được sau 6 năm 9 tháng là:

$$T = T_1 + T_2 \approx 311,3920051 . \text{ Chọn C.}$$

Bài 17:

Một người muốn sau 4 tháng có 1 tỷ đồng để xây nhà. Hỏi người đó phải gửi mỗi tháng là bao nhiêu tiền (như nhau). Biết lãi suất 1 tháng là 1%.

A.  $M = \frac{1,3}{3}$  (tỷ đồng).

B.  $M = \frac{1}{1,01 + (1,01)^2 + (1,01)^3 + (1,01)^4}$  (tỷ đồng).

C.  $M = \frac{1,1,03}{3}$  (tỷ đồng).

D.  $M = \frac{1 \cdot (1,01)^3}{3}$  (tỷ đồng).

Giải:

Gọi  $T_n$  là số tiền thu được ở cuối tháng n, x là số tiền thêm vào mỗi tháng.

Ta có:

$$\begin{cases} T_1 = x(1+1\%) = 1,01x \\ T_2 = T_1 + x + (T_1 + x) \cdot 1\% = (T_1 + x) \cdot 1,01 \end{cases}$$

$$\Rightarrow T_2 = (1,01x + x) \cdot 1,01 = 1,01^2 x + 1,01x$$

$$\text{Suy ra : } T_n = 1,01x + 1,01^2 x + \dots + 1,01^n x$$

Sau 4 tháng bằng đầu tháng thứ nhất đến cuối tháng.

$$\Rightarrow T_4 = 1,01x + 1,01^2 x + 1,01^3 x + 1,01^4 x = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{1,01x + 1,01^2 x + 1,01^3 x + 1,01^4 x}$$

Chọn B.

Bài 18:

Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 5% một quý theo hình thức lãi kép (sau 3 tháng sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 50 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Cho biết số tiền cả gốc và lãi được tính theo công thức  $T = A(1+r)^n$ , trong đó A là số tiền gửi, r là lãi suất và n là số kì hạn gửi. Tính tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền.

- A. 176,676  $\approx$  triệu đồng.                      B. 178,676  $\approx$  triệu đồng.  
C. 177,676  $\approx$  triệu đồng.                      D. 179,676  $\approx$  triệu đồng.

Giải:

Sau 6 tháng (2 quý = 2 kì hạn) người đó có số tiền:

$$T_1 = 100(1+5\%)^2 = 110,25 \text{ triệu}$$

Sau khi gửi thêm 50 triệu thì số tiền trong ngân hàng là:  $T_2 = T_1 + 50$ .

Suy ra số tiền thu được sau 6 tháng nữa để tròn 1 năm là:

$$T_3 = T_2(1+5\%)^2 = (T_1 + 50)(1+5\%)^2$$

Vậy tổng số tiền thu được sau 1 năm là:

$$T = T_3 = (T_1 + 50)(1+5\%)^2 \approx 176,68$$

Chọn A.

Bài 19:

Một người gửi tiền vào ngân hàng một số tiền là 100.000.000 đồng, họ định gửi theo kì hạn  $n$  năm với lãi suất là 12% một năm; sau mỗi năm không nhận lãi mà để lãi nhập vốn cho năm kế tiếp. Tìm  $n$  nhỏ nhất lãi nhận được hơn 40.000.000 đồng.

- A. 5.              B. 4.              C. 3.              D. 2.

Giải:

Ta có số tiền lãi  $> 40.000.000$

$\Rightarrow$  số tiền lãi và vốn  $> 140.000.000$

Số tiền nhận được sau  $n$  năm:  $100.000.000 \times (1,12)^n$

Theo đề bài Ta có:

$$100.000.000 \times (1,12)^n > 140.000.000$$

$$\Leftrightarrow 1,12^n > 1,4$$

$$\Leftrightarrow n > 2,97 \Rightarrow n = 3$$

Chọn C.

Bài 20:

Ông Tuấn vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 0,85% /tháng. Hợp đồng với ngân hàng ông A sẽ hoàn nợ trong  $n$  tháng: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và bằng 11,589 triệu đồng. Tìm  $n$ .

- A.  $n = 8$  tháng.      B.  $n = 9$  tháng.      C.  $n = 10$  tháng.      D.  $n = 11$  tháng.

Giải:

$$T_n = a(1+r)^n - m \left[ \frac{(1+r)^n - 1}{r} \right]$$

$$\Leftrightarrow 0 = 100(1+0,85\%)^n - 11,589 \left[ \frac{(1+0,85\%)^n - 1}{0,85\%} \right]$$

$$\Rightarrow n \approx 8,9 \Rightarrow n = 9$$

Chọn B.

Bài 21: Tỷ lệ tăng dân số hàng năm ở Việt Nam được duy trì ở mức 1,05%. Theo số liệu của Tổng cục Thống kê, dân số của Việt Nam năm 2014 là 90.728.900 người. Với tốc độ tăng dân số như thế thì vào năm 2030 thì dân số của Việt Nam là bao nhiêu?

- A. 107232573 người.      B. 107232574 người.  
C. 105971355 người.      D. 106118331 người.

Giải:

$$x = 90.728.900 \times (1+1,05\%)^{16} \Rightarrow x \approx 107232574.$$

Chọn B.

Bài 22:

Một người gửi ngân hàng 80 triệu đồng theo hình thức lãi đơn với lãi suất 3%/quý. Hỏi sau ít nhất bao lâu, số tiền thu về hơn gấp rưỡi số tiền vốn.

- A. 52 tháng.      B. 51 tháng.      C. 49 tháng.      D. 50 tháng.

Giải:

Gọi  $x$  là số quý để thu về số tiền hơn gấp rưỡi vốn  $\left( \frac{1}{2} \cdot 80 = 40 \right)$

$$\text{Vì hình thức lãi đơn nên ta có: } 80 \times 3\% \cdot x > 40 \Leftrightarrow x > \frac{50}{3} = 16,6$$

Suy ra  $x$  phải bằng 17 quý

Vậy số tháng cần là:  $17 \cdot 3 = 51$  tháng.

Chọn B.

Bài 23:

Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn 1 quý với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao lâu người đó có được ít nhất 20 triệu đồng cả vốn lẫn lãi từ số vốn ban đầu?

- A. 4 năm 9 tháng.      B. 4 năm 3 tháng.      C. 4 năm 8 tháng.      D. 4 năm 6 tháng.

Giải:

$$\text{Ta có số tiền thu được sau } t \text{ quý là } T = 15(1+1,65\%)^t$$

Theo đề bài ta có:



Một người muốn mua chiếc Samsung Galaxy S7 Edge giá 18.500.000 đồng của cửa hàng thế giới di động để tặng bạn gái ngày 20/10 nhưng vì chưa đủ tiền nên người đó đã quyết định chọn mua hình thức trả góp và trả trước 5 triệu đồng trong 12 tháng, với lãi suất là 3,4%/tháng. Hỏi mỗi tháng, người đó sẽ phải trả cho công ty Thế giới Di động số tiền là bao nhiêu?

- A. 1554000 triệu đồng.                      B. 1564000 triệu đồng.  
C. 1584000 triệu đồng.                      D. 1388824 triệu đồng.

Giải:

Gọi A là số tiền còn lại cần phải trả ban đầu, x là số tiền cần trả mỗi tháng, r là lãi suất mỗi tháng.

Gọi  $T_n$  là số tiền còn lại cần phải trả ở cuối tháng n.

Ta có:

$$T_1 = A(1+r) - x$$

$$T_2 = [A(1+r) - x](1+r) - x = A(1+r)^2 - x[(1+r) + 1]A(1+r)^2 - \frac{x[(1+r)^2 - 1]}{r}$$

$$T_3 = A(1+r)^3 - \frac{x[(1+r)^3 - 1]}{r}$$

$$T_n = A(1+r)^n - \frac{x[(1+r)^n - 1]}{r}$$

Số tiền người đó cần trả trong 12 tháng là:

$$A = 18500000 - 5000000 = 13500000$$

$$\text{Suy ra } T_2 = 13500000(1+3,4)^{12} - \frac{x[(1+3,4\%)^{12} - 1]}{3,4} \Rightarrow x = 1388823,974$$

Chọn D.

Bài 27:

Anh A muốn xây một căn nhà. Chi phí xây nhà hết 1 tỉ đồng, hiện nay anh A có 700 triệu đồng. Vì không muốn vay tiền nên anh A quyết định gửi số tiền 700 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 12%/1 năm, tiền lãi của năm trước được cộng vào tiền gốc của năm sau. Tuy nhiên giá xây dựng cũng tăng mỗi năm 1% so với năm trước. Hỏi sau bao lâu anh A sẽ tiết kiệm đủ tiền xây nhà? (kết quả lấy gần đúng đến 1 chữ số thập phân).

- A. 3 năm 6 tháng.                      B. 3 năm 7 tháng.                      C. 12 năm 6 tháng.                      D. 3 năm 9 tháng.

Giải:

Gọi  $V_n$  là tổng số tiền thu được sau n năm,  $T_n$  là tổng số tiền thu được sau n năm.

$$\text{Ta có: } V_0 = 1 \text{ tỉ}$$

$$V_1 = 1(1+1\%) \text{ tỉ.}$$

$$V_2 = 1(1+1\%).1\% + 1(1+1\%) = 1(1+1\%) \text{ tỉ.}$$

$$\Rightarrow V_n = 1(1+1\%)^n \text{ tỉ.}$$

$$\text{Số tiền thu được sau n năm: } T_n = 0,7.(1+12\%)^n \text{ tỉ}$$

Để xây được nhà thì ở năm thứ  $n$  thì số tiền anh thu được phải bằng số tiền vật liệu

$$\Rightarrow T_n = V_n$$

$$\Leftrightarrow 0,7(1+12\%)^n = 1(1+1\%)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1-12\%}{1+1\%}\right)^n = \frac{1}{0,7}$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{\frac{1-12\%}{1+1\%}} \frac{1}{0,7} \approx 3,5$$

=3 năm 6 tháng. Chọn A.

Bài 28:

Ông A gửi 150 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất  $x \in [5\%; 7\%]$  năm. Sau 4 năm ông ta rút tất cả tiền ra và vay thêm ngân hàng 40 triệu đồng cũng với lãi suất  $x\%$ . Ngân hàng cần lấy lãi suất  $x$  bao nhiêu để 3 năm nữa sau khi trả ngân hàng, số tiền của ông A còn lại nhỏ nhất (giả sử lãi suất không thay đổi).

- A.  $x = 6\%$ .                      B.  $x = 7\%$ .                      C.  $x = 5\%$ .                      D.  $x = 6,5\%$ .

Giải:

Số tiền của ông sau 4 năm là  $150(1+x)^4$

Số tiền của ông nợ ngân hàng sau 3 năm từ khi rút tiền là:  $40(1+x)^3$

Sau khi trả ngân hàng số tiền ông còn lại  $f(x) = 150(1+x)^4 - 40(1+x)^3$

Ta có  $f'(x) = 600(1+x)^3 - 120(1+x)^2 \geq 0$

vẽ BBT thấy  $f(x)$  nhỏ nhất tại  $x=5\%$

chọn C.

Bài 29:

Đề mua một sa lon, ông Bách phải lựa chọn: hoặc phải trả ngay 3.900.000 đồng hoặc trả 4.400.000 đồng sau 2 năm.

Với lãi suất hiện giá là 6% , ông Bách nên chọn giải pháp nào?

- A. 3.900.000 đồng                      B. 3.600.000 đồng.  
C. 4.000.000 đồng.                      D. 3.700.000 đồng.

Giải:

Hiện giá của 4.400.00. đồng trả sau 2 năm là:

$$V_0 = 4.400.000.(1,06)^{-2} = 3.915.984,34 \text{ đồng} > 3.900.000 \text{ đồng.}$$

Do đó ông Bách nên chọn giải pháp trả ngay 3.900.000 đồng.

Chọn A.

Bài 30: Ông Bách cần thanh toán các khoản nợ sau:

10.000.000 đồng thanh toán sau 2 năm

20.000.000 đồng thanh toán sau 5 năm.

50.000.000 đồng thanh toán sau 7 năm.

Tính thời gian thanh toán cho khoản nợ duy nhất thay thế 99.518.740 đồng (khoảng nợ này có tiền vay ban đầu bằng tổng tiền vay ban đầu của ba khoản nợ trên), với mức lãi kép 4,5%.

- A. 10.77 năm.      B. 11.77 năm.      C. 12.77 năm.      D. 13.77 năm.

Giải:

Gọi  $n$  là số năm xác định thời gian thanh toán của khoản nợ duy nhất. Sự tương đương giữa nhóm 3 khoản nợ và khoản nợ duy nhất:

$$9,951874.1,045^{-n} = 1.1,045^{-2} + 2.1,045^{-5} + 5.1,045^{-7} = 6,194774.$$

$$\text{Ta được: } 9,951874 = 6,194774.1,045^n$$

Lấy logarit 2 vế ta được:

$$\ln 9,951874 = \ln 6,194774 + n \cdot \ln 1,045$$

$$\Rightarrow n = \frac{\ln 9,951874 - \ln 6,194774}{\ln 1,045} \approx 10,77 \left( \begin{array}{c} \text{v} \\ \text{n ă m} \end{array} \right)$$

Chọn A.

Bài 31: Ông Bách thanh toán tiền mua xe bằng các kỳ khoản năm: 5.000.000 đồng, 6.000.000 đồng, 10.000.000 đồng và 20.000.000 đồng. Kỳ khoản đầu thanh toán 1 năm sau ngày mua. Với lãi suất áp dụng là 8%. Hỏi giá trị chiếc xe ông Bách mua là bao nhiêu?

- A. 32.412.582 đồng.      B. 35.412.582 đồng.  
C. 33.412.582 đồng.      D. 34.412.582 đồng.

Giải:

Giá trị chiếc xe là:  $V_0 = 5.1,08^{-1} + 6.1,08^{-2} + 10.1,08^{-3} + 20.1,08^{-4} = 32.412.582$  đồng. Chọn A

Bài 32: Trong vòng 4 năm, ông Bách gửi vào một tài khoản lãi suất 8% với các khoản tiền lần lượt là: 5.000.000 đồng, 6.000.000 đồng, 10.000.000 đồng và 20.000.000 đồng. Ngay sau khi gửi khoản tiền cuối cùng, tổng số tiền trong tài khoản của ông Bách là bao nhiêu?

- A. 44.096.960 đồng.      B. 46.096.960 đồng.  
C. 45.096.960 đồng.      D. 43.096.960 đồng.

Giải:

Số tiền trong tài khoản cần tìm là:

$$V_n = 5.1,08^3 + 6.1,08^2 + 10.1,08 + 20 = 44.096.960 \text{ đồng. Chọn A}$$

Bài 33: Ông Bách quyết định đầu tư mỗi năm 3.000.000 đồng vào một tài khoản tiết kiệm trong vòng 4 năm. Khoản đầu tiên được đầu tư vào tháng 7/2006

Lãi suất trên tài khoản này là 3,75%. Vào tháng 7/2010, ông Bách sở hữu bao nhiêu tiền?

- A. 13.136.254 đồng.      B. 13.692.033 đồng.  
C. 12.892.033 đồng.      D. 13.892.033 đồng.

Giải:

Ta có sơ đồ trong phần lý thuyết về lãi suất tiền gửi theo thể thức lãi kép, trong đó giá trị cần tìm là giá trị nhận được ở  $V_4$ .

Áp dụng hệ thức đã đc chứng minh ban đầu ta có:

$$V_4 = 3.000.000(1 + 0,0375) \cdot \frac{1,0375^4 - 1}{0,0375} \approx 13.136.254 \text{ đồng.}$$

Chọn A.

Bài 34: Ông Bách quyết định đầu tư mỗi năm 3.000.000 đồng vào một tài khoản tiết kiệm trong vòng 4 năm. Khoản đầu tiên được đầu tư vào tháng 7/2006. Lãi suất trên tài khoản này là 3,75%. Thực ra ông có thể đầu tư 750.000 đồng mỗi quý và ngân hàng đồng ý tính lãi suất tích lũy theo quý. Hỏi khoản tiền ông ta sở hữu vào tháng 7/2010 là bao nhiêu?

- A. 12.998.136 đồng.                      B. 13.869.146 đồng.  
C. 12.892.033 đồng.                      D. 13.892.033 đồng.

Giải:

Trước hết ta cần tìm lãi suất quý  $t_q$  tương đương với lãi suất năm 3,75%.

Dùng hệ thức ta được  $(1+t_q)^4 = 1,0375\% \Leftrightarrow t_q = 0,9246\%$

$$V_{16} = 750.000 \cdot (1 + 0,9246\%) \cdot \frac{(1 + 0,9246\%)^{16} - 1}{0,9246\%} \approx 12.988.136$$

Chọn A.

Bài 35: Biết rằng tỉ lệ lạm phát hằng năm của một quốc gia trong 10 năm qua là 5%. Năm 1994, nếu nạp xăng cho một ô tô là 24,95 \$. Hỏi năm 2000, tiền nạp xăng cho ô tô đó là bao nhiêu?

- A. 33,44\$.                      B. 44,44\$.                      C. 44,33\$.                      D. 35,44\$.

Giải:

Ta có:  $A(1+r)^n = 24.95(1+0,05)^6 = 33,44\$$  . chọn A.

Bài 36: Một sinh viên được gia đình gửi vào sổ tiết kiệm ngân hàng là 90 triệu đồng với lãi suất 0,9%/tháng. Nếu mỗi tháng sinh viên đó đều rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi thì hàng tháng anh ta rút ra bao nhiêu tiền (làm tròn đến 1000 đồng) để đúng sau 4 năm đại học sẽ vừa hết số tiền cả vốn lẫn lãi.

- A. 2317000.                      B. 2417000.                      C. 2340000.                      D. 2298000.

Giải:

Sau tháng thứ I:  $A(1+r) - a$

Sau tháng thứ II:  $A(1+r)^2 - a[(1+r)+1]$

Sau tháng thứ 3:  $A(1+r)^3 - a[(1+r)^2 + (1+r) + 1]$

Sau tháng thứ n:  $A(1+r)^n - a \left[ \frac{(1+r)^n - 1}{r} \right]$

Rút hết tiền:  $\Leftrightarrow 0 = A(1+r)^n - a \left[ \frac{(1+r)^n - 1}{r} \right] \Leftrightarrow a = \frac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$

Với A: số tiền gửi, r là lãi tháng, a: số tiền rút ra, n: số tháng

Ap dụng, A= 90.000.000, r = 0,9%, n =48%. Suy ra a= 2317000.

Chọn A.

Bài 37: Ông Bách dự tính mua trả chậm một chiếc xe gắn máy bằng cách trả ngay 2.200.000 đồng tiền mặt, 3.800.000 đồng cuối năm sau và 5.300.000 đồng cuối năm kế tiếp. Biết lãi suất áp dụng là 6,24%, hỏi rằng giá chiếc xe bao nhiêu?

- A. 10 472 500 đồng.      B. 12 472 500 đồng.  
C. 9 472 500 đồng.      D. 11 472 500 đồng.

Giải:

Gọi  $x$  là giá của chiếc xe:

$m_1, m_2$  lần lượt là số tiền cần trả còn lại cuối năm thứ nhất và năm thứ 2.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x - 2\,200\,000 = m_1 \\ m_1(1 + 6,24\%) - 3\,800\,000 = m_2 \\ m_2(1 + 6,24\%) - 5\,300\,000 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10\,472\,500,77 \\ m_1 = 8\,272\,500,77 \\ m_2 = 4\,988\,704,819 \end{cases}$$

Chọn A.

Bài 38: Ông Bách mua chiếc xe giá 10,5 triệu. Một công ty tài chính đề nghị ông Bách trả ngay 1.800.000 đồng tiền mặt, 2.900.000 đồng cuối 2 năm tiếp theo và 2.000.000 đồng cuối các năm thứ ba và thứ tư. Biết lãi suất áp dụng là 5,85%, hỏi ông Bách sau bốn năm còn nợ bao nhiêu?

- A. 3,55 triệu đồng.      B. 2,50 triệu đồng.      C. 4 triệu đồng.      D. 2 triệu đồng.

Giải:

Sau khi trả ngay ông Bách còn nợ lại: 8700000 đồng.

Sau 2 năm ông Bách nợ lại:  $8,7(1 + 5,58\%) - 2,9 = 6,85$  triệu đồng.

Sau năm thứ 3 ông Bách nợ lại:  $6,85(1 + 5,85\%) - 2 = 5,25$  triệu

Sau năm thứ 4 ông Bách còn nợ lại:  $5,25(1 + 5,85\%) - 2 \approx 3,55$  triệu.

Sau 4 năm ông Bách vẫn chưa trả hết nợ.

Chọn A.

Bài 39: một người gửi 9,8 triệu đồng tiết kiệm với lãi suất 8,4%/năm và lãi suất hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi theo cách đó thì sau bao nhiêu năm người đó thu được tổng số tiền 20 triệu đồng (biết rằng lãi suất không thay đổi).

- A. 9 năm.      B. 8 năm.      C. 7 năm.      D. 10 năm.

Giải:

Gọi  $P$  là số tiền ban đầu. Sau  $n$  năm ( $n \in \mathbb{N}$ ), số tiền thu được là:

$$P_n = P(1 + 0,084)^n = P(1,084)^n$$

Áp dụng với số tiền bài toán cho ta được:

$$20 = 9,8 \cdot (1,084)^n \Leftrightarrow (1,084)^n = \frac{20}{9,8} \Leftrightarrow n = \log_{1,084} \left( \frac{20}{9,8} \right) \approx 8,844$$

Vì  $n$  là Số tự nhiên nên  $n=9$ . Chọn A.

Bài 40: Ông Bách dự định đầu tư khoản tiền 20.000.000 đồng vào một dự án với lãi suất tăng dần: 3,35% trong 3 năm đầu; 3,75% trong hai năm kế tiếp và 4,8% ở 5 năm cuối. tính giá trị khoản tiền ông Bách nhận được cuối năm thứ 10.

- A. 30 triệu.                  B. 40 triệu.                  C. 25 triệu.                  D. 35 triệu.

Giải:

Số tiền ông Bách thu được trong 3 năm đầu:

$$T_1 = 20.000.000(1 + 3,35\%)^3$$

Số tiền ông Bách nhận được trong 2 năm tiếp theo:

$$T_2 = T_1(1 + 3,75\%)^2$$

Số tiền ông B nhận được sau 5 năm:  $T_3 = T_2(1 + 4,8\%)^5$

Vậy số tiền ông B thu được sau 10 năm là:

$$T = T_3 = 20000000(1 + 3,35\%)^3 \cdot (1 + 3,75\%)^2 \cdot (1 + 4,8\%)^5 = 30043052,9 \text{ . Chọn A.}$$

Bài 41: Ông Bách gửi vào tài khoản 7.000.000 đồng. Một năm sau ông rút ra 7.000.000. Một năm sau ngày rút ông nhận được khoản tiền 272.340 đồng. Tính lãi suất áp dụng trên tài khoản ông Bách.

- A. 3,75%                  B. 2,75%.                  C. 1,75%.                  D. 4,75%.

Giải:

Số tiền ông bách nhận được sau 1 năm:  $A(1+r)$  . Trong đó A là số tiền ban đầu, r là lãi suất.

Sau đó ông rút số tiền bằng số tiền ban đầu nên số tiền còn lại trong ngân hàng:  $A(1+r) - A = Ar$

Sau 1 năm ông nhận đc số tiền: 272.340 đồng.

$$\text{Suy ra: } Ar(1+r) = 272.340 \Leftrightarrow r(1+r) = \frac{272340}{700000} \Rightarrow \begin{cases} r \approx 0,0375 = 3,75\% \\ r \approx -1,037(\text{loai}) \end{cases}$$

Chọn A.

Bài 42:

Một người gửi 10 triệu vào ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,03%/ngày. Hỏi sau ít nhất bao lâu, người đó lãi được hơn 2 triệu đồng?

- A. 611 ngày.                  B. 608 ngày.                  C. 610 ngày.                  D. 609 ngày.

Giải:

Sau n ngày người này đc số tiền  $10(1 + 0,0003)^n$

Do đó:  $10(1 + 0,0003)^n - 10 = 2 \Leftrightarrow n \approx 608$ . Chọn B.

Bài 43: Bạn Bình gửi tiết kiệm số tiền 58 000 000 đồng trong 8 tháng tại một ngân hàng thì nhận được 61 329 000 đồng. Khi đó, lãi suất hàng tháng là:

- A. 0,6%.                  B. 6%.                  C. 0,7%.                  D. 7%.

Giải:

Lãi được tính theo công thức lãi kép, vì 8 tháng sau bạn An mới rút tiền.

Ta có công thức tính lãi:

$$58000000(1+x)^8 = 61329000 \Leftrightarrow 1+x = \sqrt[8]{\frac{61329}{58000}}$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt[8]{\frac{61329}{58000}} - 1 \approx 0,007 = 0,7\%$$

Chọn C.

Bài 44: Ông Việt mua nhà trị giá ba trăm triệu đồng và vay ngân hàng theo phương thức trả góp. Nếu ông Việt muốn trả hết nợ trong vòng 5 năm và trả lãi với mức 6%/năm thì mỗi tháng ông phải trả bao nhiêu tiền? (làm tròn đến nghìn đồng).

- A. 5935 (nghìn đồng).                      B. 1500 (nghìn đồng).  
C. 4935 (nghìn đồng).                      D. 6935 (nghìn đồng).

Giải:

Gọi  $x$  là số tiền ôn Việt trả mỗi năm.

Áp dụng CT:

$$x = \frac{A.r.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \frac{300.10^6.0,06.(1+0,06)^5}{(1+0,06)^5 - 1} = 71218920,13 \text{ đồng.}$$

Suy ra số tiền ông Việt phải trả mỗi tháng là:

$$a = \frac{71218920,13}{12} = 5934910,011 \text{ đồng.}$$

~5935 (nghìn đồng).

Chọn A.

Bài 45: Anh Quang vay ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 1,1%/tháng. Anh Quang muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, anh bắt đầu hoàn nợ và những lần tiếp theo cách nhau đúng một tháng. Số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết nợ sau đúng 18 tháng kể từ ngày vay. Hỏi theo cách đó, tổng số tiền lãi mà anh Quang phải trả là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng nghìn)? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong suốt thời gian anh Quang vay.

- A. 10 773 700 đồng.                      B. 10 774 400 đồng.  
C. 10 773 000 đồng.                      D. 10 773 800 đồng.

Giải:

Số tiền  $m$  anh Quang phải trả hàng tháng là:

$$m = \frac{100.0,011.(1,011)^{18}}{(1,011)^{18} - 1} . 10^6$$

Tổng số tiền lãi anh Quang phải trả là:

$$(m.18 - 100).10^6 \approx 10774000 \text{ đồng. chọn C.}$$

Bài 46:

Anh A mua nhà trị giá ba trăm triệu theo phương thức trả góp. Nếu anh A muốn trả hết nợ trong vòng 5 năm và phải trả lãi với mức 6%/năm thì mỗi tháng anh A phải trả bao nhiêu tiền? (làm tròn kết quả đến nghìn đồng). Biết rằng anh A hoàn nợ cuối mỗi tháng.

A. 5935000 đồng. B. 5900000 đồng. C. 5940000 đồng. D. 5930000 đồng.

Giải:

$$\text{Thay vào CT: } M(1+r)^n - \frac{a}{r}[(1+r)^n - 1] = 0$$

Với  $M = 30.000.000; r = 6\%, n = 5$ . . Tìm a (tiền trả hàng năm)?

Vậy tiền trả hàng tháng áp dụng theo CT:

$$M(1+r)^n - \frac{12b}{r}[(1+r)^n - 1] = 0. \text{ Với } b \text{ là tiền trả hàng tháng.}$$

Kết luận: số tiền trả hàng tháng là: 593500 đồng.

Chọn A.

Bài 47: Một sinh viên A mua máy tính xách tay theo hình thức trả góp với giá tiền 20 triệu đồng, mức lãi suất 1,2%/tháng trong năm đầu tiên, mỗi tháng anh A phải trả 800 ngàn đồng, cả gốc và lãi. Sau một năm lãi suất lại tăng lên là 1,5%/tháng và anh A phải trả 1 triệu đồng cả gốc và lãi mỗi tháng (trừ tháng cuối). Hỏi sau tối đa bao nhiêu tháng anh A trả hết nợ (tháng cuối trả không quá 500 ngàn đồng).

A. 25 tháng. B. 26 tháng. C. 27 tháng. D. 28 tháng.

Giải:

$$T_1 = 20000.(1+1,2\%)^{12} - 800 \left[ \frac{(1+1,2\%)^{12} - 1}{1,2\%} \right] = 12818,25087$$

$T_1$  : số tiền còn nợ sau 1 năm

Số tiền phải trả tiếp theo trừ tháng cuối cùng (n: tháng):

$$T_2 = T_1(1+1,5\%)^n - 1000. \left[ \frac{(1+1,5\%)^n - 1}{1,5\%} \right] < 500$$

Dùng table  $\Rightarrow n = 15$

Vậy số tháng phải trả:  $12 + 15 = 27$  tháng. Chọn C.

Bài 48: Bạn Phương gửi vào ngân hàng với kỳ hạn 3 tháng (tức là sau 3 tháng số tiền lãi sẽ được công jvaof tiền gốc và tính lại kỳ hạn mới). Gọi m là số tiền bạn Phương sẽ nhận được sau 3 năm. Tính m biết rằng lãi suất mỗi tháng là 0,48%?

A.  $m = 2.10^6(1 + 36.0,0048)$  B.  $m = 2.10^6(1 + 36.0,0048)^3$   
 C.  $m = 2.10^6.(1 + 36.0,0048)^{36}$  D.  $m = 2.10^6(1 + 36.0,0048)^{12}$ .

Giải:

Kỳ hạn 3 tháng nên sau 3 năm ta có 12 kỳ hạn suy ra số tiền có đc sau 12 kỳ hạn là

$$m = 2.10^6.(1 + 36.0,0048)^{12} .$$

Chọn D.

Bài 49: Anh Quốc có 400 triệu đồng vì không đủ tiền để mua nhà, nên anh ta quyết định gửi tiền vào ngân hàng vào ngày 1/1/2017 để sau đó mua nhà với giá 700 triệu đồng. Hỏi nhanh nhất đến năm nào anh Quốc đủ tiền mua nhà. Biết rằng anh Quốc chọn hình thức gửi theo năm với lãi suất 7,5% một năm (lãi suất này không đổi trong các năm gửi), tiền lãi sau một năm được nhập vào vốn tính thành vốn gửi mới nếu anh Quốc không đến rút ra và ngân hàng chỉ trả tiền cho anh Quốc vào ngày 1/1 hàng năm nếu anh Quốc muốn rút tiền.

- A. 2023.                      B. 2024.                      C. 2025.                      D. 2026.

Giải:

Số tiền có được vào ngày 1/1/2018 là  $400(1+7,5\%)$  triệu đồng.

Số tiền có được vào ngày 1/1/2019 là:

$$\left[400(1+7,5\%)\right](1+7,5\%) = 400(1+7,5\%)^2 \text{ triệu đồng.}$$

Suy ra số tiền sau n năm gửi là  $400(1+7,5\%)^n$  triệu đồng. vì cần 700 triệu đồng mua nhà nên

$$\text{ta có phương trình } 400(1+7,5\%)^n = 700 \Leftrightarrow n = \log_{1,075} \left(\frac{7}{4}\right) \approx 7,74.$$

Vậy sau tám năm anh Quốc có thể mua đc nhà tức là nhanh nhất đến năm 2025 anh Q có thể mua đc nhà.

Bài 50: Một bác nông dân vừa bán một con trâu được số tiền là 20.000.000 đồng. Do chưa cần dùng đến số tiền nên bác nông dân mang toàn bộ số tiền đó đi gửi tiết kiệm loại kỳ hạn 6 tháng vào ngân hàng với lãi suất 8,5% một năm thì sau 5 năm 8 tháng bác nông dân nhận được bao nhiêu tiền cả vốn lẫn lãi tất cả các định kì trước và nếu rút trước thời hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kì hạn 0,01% một ngày (1 tháng tính 30 ngày).

- A. 31 802 750,09 vnd.                      B. 30 802 750,09 vnd.  
C. 32 802 750,09 vnd.                      D. 33 802 750,09 vnd.

Giải:

$$\text{Một kỳ hạn 6 tháng có lãi suất là: } \frac{8,5\%}{12} \cdot 6 = \frac{4,25}{100}$$

Sau 5 năm 6 tháng (có nghĩa là 66 tháng tức là 11 kỳ hạn), số tiền cả vốn lẫn lãi bác nông dân

$$\text{đc nhận là: } A = 20.000.000 \cdot \left(1 + \frac{4,25}{100}\right)^{11} \text{ (vnd)}$$

Vì 5 năm 8 tháng thì có 11 kỳ hạn và dư 2 tháng hay dư 60 ngày nên số tiền đc tính lãi suất không kì hạn trong 60 ngày là:

$$B = A \cdot \frac{0,01}{100} \cdot 60 = 120000 \left(1 + \frac{4,25}{100}\right)^{11} \text{ (vnd)}$$

Vậy sau 5 năm 8 tháng số tiền bác nông dân nhận được là:

$$A + b = 20000000 \left(1 + \frac{4,25}{100}\right)^{11} + 120000 \left(1 + \frac{4,25}{100}\right)^{11} = 31802750,09 \text{ (vnd)} . \text{ Chọn A.}$$

Bài 51: Biết rằng khi đỗ vào trường đại học X, mỗi sinh viên cần nộp một khoản tiền lúc nhập học là 5 triệu đồng. Bố mẹ Minh tiết kiệm để đầu mỗi tháng đều gửi một số tiền như nhau vào ngân hàng theo hình thức lãi kép. Hỏi mỗi tháng, họ phải gửi số tiền là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn) để sau 9 tháng, rút cả gốc lẫn lãi thì được 5 triệu đồng, biết lãi suất hiện tại là 0,5%/tháng.

- A. 542.000 đồng.                      B. 555.000 đồng.                      C. 556.000 đồng.                      D. 541.000 đồng.

Giải:

Đặt  $r = 0,5, A = 5.10^6$  đồng.

Cứ đầu tháng gửi tiết kiệm  $m$  triệu:

Vậy sau tháng  $n$  ta đc số tiền:

$$m(1+r)^n + \dots + m(1+r) = m(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\text{Theo đề: } A = m(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r} \Leftrightarrow m = \frac{A.r}{(1+r)[(1+r)^n - 1]}$$

Thay số ta đc đáp án A.

Chọn A.

Bài 52: (Trích đề thi HK 1 Sở Lâm Đồng). Ông B gửi vào ngân hàng số tiền là 120 triệu đồng với lãi suất định kỳ hàng năm là 12% trên năm. Nếu sau mỗi năm, ông không đến ngân hàng lấy lãi thì tiền lãi sẽ cộng dồn vào vốn ban đầu. Hỏi sau 12 năm kể từ ngày gửi, số tiền lãi  $L$  (không kể vốn) ông sẽ nhận được là bao nhiêu? (giải sử trong thời gian đó, lãi suất ngân hàng không thay đổi).

- A.  $L = 12.10^7 [(1,12)^{12} - 1]$  (VND)                      B.  $L = 12.10^7 [(1,12)^{12} + 1]$  (VND)  
 C.  $L = 12.10^7 (1,12)^{12}$  (VND)                      D.  $L = 12.10^7 \cdot 0,12$  (VND)

Giải:

$$L_1 = 12.10^7 \cdot 0,12$$

$$L_2 = (12.10^7 \cdot 0,12 + 12.10^7) \cdot 0,12 = 12.10^7 \cdot 1,12 \cdot 0,12$$

Vậy sau 2 năm thì số tiền lãi là:

$$\begin{aligned} L_1 + L_2 &= 12.10^7 \cdot 0,12 \cdot 0,12 \\ &= 12.10^7 (1,12 - 1)(1,12 + 1) = 12.10^7 (1,12^2 - 1) \end{aligned}$$

Tương tự như vậy ta sẽ có đc số tiền lãi nhận đc sau 12 năm là:

$$L = 12.10^7 [(1,12)^{12} - 1]$$

Chọn A.