# BÀI TẬP XÁC SUẤT CÓ LỜI GIẢI

## GIẢI PHÁP PEN 2020

PEN-C Toán - Thầy Lê Bá Trần Phương

**1.** Trong một cái hộp có 5 quả bóng trắng, 6 quả bóng xanh và 7 quả bóng đỏ. Lấy ngẫu nhiên trong hộp ra cùng lúc 4 quả. Tính xác xuất $p$để 4 quả lấy ra có đủ cả 3 màu.

A. $p=\frac{35}{68}$. B. $p=\frac{53}{68}$. C. $p=\frac{35}{86}$. D. $p=\frac{53}{86}$.

Câu 1.

- Có tất cả 18 quả bóng, mỗi lần lấy đồng thời ra 4 quả ta sẽ có $C_{18}^4$ cách lấy.

Do đó ta có $n\left(\Omega\right)=C_{18}^4=3060$

- Gọi $A$ là biến cố " 4 quả được lấy ra có đủ cả 3 mầu"

Ta có 3 trường hợp sau :

+) TH 1 : Có 2 bóng trắng, 1 bóng xanh và 1 bóng đỏ. Số cách chọn là $C_5^2.C_6^1.C_7^1=420$

+) TH 2 : Có 1 bóng trắng, 2 bóng xanh và 1 bóng đỏ. Số cách chọn là $C_5^1.C_6^2.C_7^1=525$

+) TH 3 : Có 1 bóng trắng, 1 bóng xanh và 2 bóng đỏ. Số cách chọn là $C_5^1.C_6^1.C_7^2=630$

$\Rightarrow n(A)=420+525+630=1575$

$\Rightarrow p=p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1575}{3060}=\frac{35}{68}\Rightarrow$ Chọn A.

**2.** Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác xuất $p$ để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ.

A. $p=\frac{434}{506}$. B. $p=\frac{443}{506}$. C. $p=\frac{344}{506}$. D. $p=\frac{343}{506}$.

Câu 2.

- Số cách chọn 4 hs trong lớp là $C_{25}^4\Rightarrow n\left(\Omega\right)=C_{25}^4=12650$.

- Gọi $A$ là biến cố " 4 hs được gọi có cả nam và nữ"

Ta có số cách chọn 4 hs có cả nam và nữ là:

$C_{15}^1.C_{10}^3+C_{15}^2.C_{10}^2+C_{15}^3.C_{10}^1=11075$

$\Rightarrow n(A)=11075$

$\Rightarrow p=p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{11075}{12650}=\frac{443}{506}\Rightarrow$ Chọn B.

**3.** Có 2 thùng đựng CoCa. Thùng thứ nhất đựng 10 chai, trong đó có 6 chai CoCa còn hạn sử dụng và 4 chai CoCa hết hạn sử dụng. Thùng thứ hai đựng 8 chai CoCa, trong đó có 5 chai CoCa còn hạn sử dụng và 3 chai CoCa hết hạn sử dụng. Một em bé lấy ngẫu nhiên mỗi thùng 1 chai để uống. Tính xác suất $p$để 2 chai CoCa được lấy ra có ít nhất 1 chai CoCa còn hạn sử dụng.

A. $p=\frac{13}{20}$. B. $p=\frac{17}{30}$. C. $p=\frac{17}{20}$. D. $p=\frac{13}{30}$.

Câu 3.

-

Số cách lấy ra mỗi thùng một chai là $C_{10}^1.C_8^1=10.8=80$, tức $n\left(\Omega\right)=80$

- Gọi $A$ là biến cố " 2 chai

được lấy ra có ít nhất 1 chai còn hạn sử dụng”

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố “ 2 chai đều hết hạn sử dụng”

Số cách lấy ra 2 chai đều hết hạn sử dụng là $C_4^1.C_3^1 = 4.3 = 12$, tức $n\left(\overline{A}\right) = 12$

$\Rightarrow p\left(\overline{A}\right) = \dfrac{n\left(\overline{A}\right)}{n\left(\Omega\right)} = \dfrac{12}{80} = \dfrac{3}{20} \Rightarrow p = p(A) = 1 - p(\overline{A}) = 1 - \dfrac{3}{20} = \dfrac{17}{20} \Rightarrow$ Chọn C.

**4.** Giải bóng đá của một trường THPT có 16 đội tham gia, trong đó khối 10 có 5 đội, khối 11 có 5 đội, khối 12 có 6 đội. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia làm 4 bảng đấu A,B,C,D, mỗi bảng có 4 đội. Tính xác suất để ở bảng A có đúng 2 đội bóng của khối 10 và 2 đội bóng của khối 11.

A. $\dfrac{35}{94}$. B. $\dfrac{15}{91}$. C. $\dfrac{13}{94}$. **D**. $\dfrac{5}{91}$.

Câu 4.

- Số cách chi 16 đội vào 4 bảng, mỗi bảng 4 đội là $C_{16}^4.C_{12}^4.C_8^4.C_4^4$, tức ta có $n\left(\Omega\right) = C_{16}^4.C_{12}^4.C_8^4.C_4^4 = 63063000$

- Gọi $A$ là biến cố

“bảng A có đúng 2 đội của khối 10 và 2 đội của khối 11”

Ta có $n(A) = C_5^2.C_5^2.C_{12}^4.C_8^4.C_4^4 = 3465000$

$\Rightarrow p(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{3465000}{63063000} = \dfrac{5}{91} \Rightarrow$ Chọn D.

**5.** Một thùng đựng 12 cái áo có kích cỡ và chất vải như nhau, trong đó có 5 áo màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; 4 áo màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 áo màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 cái áo từ thùng đó, tính xác suất để 2 áo được lấy ra vừa khác số vừa khác màu.

**A**. $\dfrac{37}{66}$. B. $\dfrac{31}{66}$. C. $\dfrac{17}{66}$. D. $\dfrac{29}{66}$.

Câu 5.

-

Số cách lấy ra 2 áo từ hộp là $C_{12}^2 = 66$

-

Số cách lấy ra 2 áo gồm: 1 xanh, 1 đỏ và khác số là 4. 4=16

Số cách lấy ra 2 áo gồm: 1 xanh, 1 vàng và khác số là 3. 4=12

Số cách lấy ra 2 áo gồm: 1 đỏ, 1 vàng và khác số là 3. 3=9

Suy ra số cách lấy ra 2 áo từ hộp vừa khác số vừa khác màu là 16+12+9=37

$\Rightarrow p = \dfrac{37}{66} \Rightarrow$ Chọn A.

**6.** Trong kỳ thi THPTQG hai bạn Hùng và Dũng thi cùng một phòng, cả hai đều dự thi 2 môn Lý và Hóa. Đề của mỗi môn gồm 8 mã khác nhau, mã đề của môn Lý khác với mã đề của môn Hóa, cán bộ coi thi phát đề cho các thí sinh mootjcachs ngẫu nhiên. Tính xác suất đểtrong hai môn thi đó Hùng và Dũng có chung đúng 1 mã đề thi.

A. $\dfrac{7}{23}$. **B**. $\dfrac{7}{32}$. C. $\dfrac{27}{38}$. D. $\dfrac{19}{52}$.

Câu 6.

- Số cách nhận mã đề thi 2 môn của Hùng là

8. 8=64

Số cách nhận mã đề thi 2 môn của Hùng là

8. 8=64

Suy ra $n(\Omega) = 64.64 = 4096$

-

Gọi $A$ là biến cố

"Hùng và Dũng có chung đúng 1 mã đề thi"

Khả năng 1: Hùng và Dũng có chung mã đề môn Lý, trong trường hợp này, số cách nhận mã đề của Hùng và Dũng là

8. 8. 7. 1 = 448

Khả năng 2: Hùng và Dũng có chung mã đề môn Hóa, trong trường hợp này, số cách nhận mã đề của Hùng và Dũng là

8. 8. 7. 1 = 448

$\Rightarrow n(A) = 448 + 448 = 896$

$\Rightarrow p(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{896}{4096} = \dfrac{7}{32} \Rightarrow$ Chọn B.

**7.** Một đội văn nghệ có 20 người, trong đó có 12 nam và 8 nữ. Chọn ngẫu nhiên 8 người để hát đồng ca. Tính xác suất được 8 người được chọn có cả nam và nữ đồng thời số nữ nhiều hơn số nam.

A. $\dfrac{7312}{62985}$. B. $\dfrac{7123}{62985}$. **C**. $\dfrac{7132}{62985}$. D. $\dfrac{7231}{62985}$.

Câu 7.

$n(\Omega) = C_{20}^{8} = 125970$

$n(A) = C_8^7.C_{12}^1 + C_8^6.C_{12}^2 + C_8^5.C_{12}^3 = 14264$

$\Rightarrow p(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{14264}{125970} = \dfrac{7132}{62985} \Rightarrow$ Chọn C.

**8.** Trong kỳ thi THPTQG 2018 có 4 môn thi trắc nghiệm và 4 môn thi tự luận. Một giáo viên được bốc thăm ngẫu nhiên để phụ trách coi thi 5 môn. Tính xác suất để giáo viên đó phụ trách coi thi ít nhất 2 môn thi trắc nghiệm.

A. $\dfrac{51}{56}$. B. $\dfrac{11}{14}$. C. $\dfrac{53}{56}$. **D**. $\dfrac{13}{14}$.

Câu 8.

- Số cách chọn 5 môn trong 8 môn là $C_8^5 \Rightarrow n(\Omega) = C_8^5 = 56$.

-

Gọi $A$ là biến cố

"giáo viên phụ trách coi thi ít nhất 2 môn trắc nghiệm"

+) TH 1 : giáo viên coi thi 2 môn trắc nghiệm và 3 môn tự luận có $C_4^2.C_4^3 = 24$ cách

+) TH 2 : giáo viên coi thi 3 môn trắc nghiệm và 2 môn tự luận có $C_4^3.C_4^2 = 24$ cách

+) TH 3 : giáo viên coi thi 4 môn trắc nghiệm và 1 môn tự luận có $C_4^4.C_4^1 = 4$ cách

$\Rightarrow n(A) = 24 + 24 + 4 = 52$

$\Rightarrow p(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{52}{56} = \dfrac{13}{14} \Rightarrow$ Chọn D.

**9.** Gọi $E$ là tập tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1,2,3,4,5,6. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc $E$, tìm xác suất để số được chọn là số có tổng của ba chữ số đầu nhỏ hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị.

**A.** $\frac{3}{20}$. B. $\frac{7}{20}$. C. $\frac{13}{20}$. D. $\frac{15}{41}$.

Câu 9.

- Số các số có 6 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1,2,3,4,5,6 là 6! số, tức số phần tử của $E$ là $6! = 720 = n(\Omega)$

- Gọi $A$ là biến cố

" số được chọn là số có tổng của ba chữ số đầu nhỏ hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị '

Ta tính $n(A)$, tức là tính xem trong $E$ có bao nhiêu số có tổng của ba chữ số đầu nhỏ hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị.

Giả sử số có 6 chữ số khác nhau và số có tổng của ba chữ số đầu nhỏ hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị là

$a_1a_2a_3a_4a_5a_6$.

Vì

$a_1 + a_2 + a_3 = a_4 + a_5 + a_6 - 1$

$\Leftrightarrow a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 2(a_4 + a_5 + a_6) - 1$

$\Leftrightarrow 21 = 2(a_4 + a_5 + a_6) - 1$

$\Rightarrow a_4 + a_5 + a_6 = 11, \quad a_1 + a_2 + a_3 = 10$

Do đó :

$a_1, a_2, a_3$ sẽ được cấu tạo từ các bộ số $\{1,3,6\}, \ \{1,4,5\}, \ \{2,3,5\}$

$a_4, a_5, a_6$ sẽ được cấu tạo từ các bộ số $\{2,4,5\}, \ \{2,3,6\}, \ \{1,4,6\}$

+) TH 1 :

$a_1, a_2, a_3$ được cấu tạo từ bộ số $\{1,3,6\}$ còn $a_4, a_5, a_6$ được cấu tạo từ bộ số $\{2,4,5\}$.

Trường hợp này sẽ có $P_3.P_3 = 3!.3! = 36$

+) TH 2 :

$a_1, a_2, a_3$ được cấu tạo từ bộ số $\{1,4,5\}$ còn $a_4, a_5, a_6$ được cấu tạo từ bộ số$\{2,3,6\}$.

Trường hợp này sẽ có $P_3.P_3 = 3!.3! = 36$

+) TH 3 :

$a_1, a_2, a_3$ được cấu tạo từ bộ số $\{2,3,5\}$ còn $a_4, a_5, a_6$ được cấu tạo từ bộ số $\{1,4,6\}$.

Trường hợp này sẽ có $P_3.P_3 = 3!.3! = 36$

$\Rightarrow n(A) = 36 + 36 + 36 = 108$

$\Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{108}{720} = \frac{3}{20} \Rightarrow$ Chọn A.

**10.** Gọi $E$ là tập tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc $E$, tìm xác suất để số được chọn là số có chứa chữ số 1 và chữ số 7.

A. $\frac{31}{63}$. **B.** $\frac{10}{21}$. C. $\frac{13}{37}$. D. $\frac{35}{91}$.

Câu 10.

- Từ bảy chữ số 1,2,3,4,5,6,7

sẽ tạo ra được $A_7^5$ số có 5 chữ số khác nhau

$\Rightarrow n(\Omega) = A_7^5 = 2520$

- Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được tạo ra từ bảy chữ số 1,2,3,4,5,6,7 trong đó phải có mặt hai chữ số 1 và 7 có thể lập như sau:

Trước hết chọn hai vị trí cho 1 và 7 ta có $A_5^2$ cách chọn, sau đó chọn ba vị trí còn lại ta có $A_5^3$

$\Rightarrow n(A) = A_5^2 . A_5^3 = 1200$

$\Rightarrow p(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1200}{2520} = \dfrac{10}{21} \Rightarrow$ Chọn B.

**11.** Gọi $E$ là tập tất cả các số tự nhiên chẵn có 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc $E$, tìm xác suất để số được chọn là số nhỏ hơn 25000.

A. $\dfrac{3}{5}$. B. $\dfrac{3}{7}$. **C**. $\dfrac{2}{7}$. D. $\dfrac{5}{7}$.

Gọi $a_1a_2a_3a_4a_5$ là số chẵn có 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6

+) Tính $n(\Omega)$

-

Nếu $a_5 = 0$ thì 4 vị trí còn lại có $A_6^4$ cách chọn $\Rightarrow a_5 = 0$ ta có $A_6^4 = 360$ số

-

Nếu $a_5 \neq 0$ thì ta có :

3 cách chọn $a_5$

5 cách chọn $a_1$

$A_5^3$ cách chọn 3 vị trí còn lại

$\Rightarrow a_5 \neq 0$ sẽ có

$3.5A_5^3 = 900$ số

$n(\Omega) = 1260$

+) Tính $n(A)$

$a_1a_2a_3a_4a_5$ là số chẵn có 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 và nhỏ hơn 25000

$\Rightarrow a_1 \in \{1, 2\}$

- TH1: $a_1 = 1$

Có 4 cách chọn $a_5$ và $A_5^3$ cách chọn 3 vị trí còn lại. Do đó trong trường hợp này sẽ có $4.A_5^3 = 240$ số.

- TH2: $a_1 = 2$, $a_2$chẵn và $a_2 < 5$

Có 2 cách chọn $a_2$ ($a_2 \in \{0; 4\}$) và có 2 cách chọn $a_5$, $A_4^2$ cách chọn 2 vị trí $a_3, a_4$ còn lại. Do đó trong trường hợp này sẽ có $2.2.A_4^2 = 48$ số.

- TH3: $a_1 = 2$, $a_2$ lẻ và $a_2 < 5$

Có 2 cách chọn $a_2$ ($a_2 \in \{1; 3\}$) và có 3 cách chọn $a_5$, $A_4^2$ cách chọn 2 vị trí $a_3, a_4$ còn lại. Do đó trong trường hợp này sẽ có $2.3.A_4^2 = 72$ số.

$\Rightarrow n(A) = 240 + 48 + 72 = 360$

$\Rightarrow p(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{360}{1260} = \dfrac{2}{7}$

**12.** Đề thi tham khảo THPTQG 2018 – Câu 23.

Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu mầu xanh và 6 quả cầu mầu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng mầu bằng

A. $\dfrac{5}{22}$. B. $\dfrac{6}{11}$. **C**. $\dfrac{5}{11}$. D. $\dfrac{8}{11}$.

Câu 12.

- Chọn 2 quả cầu từ 11 quả, ta có $C_{11}^2 = 55 = n\left(\Omega\right)$
- Gọi $A$ là biến cố

" 2 quả cầu chọn ra có cùng mầu '

$\Rightarrow n(A) = C_5^2 + C_6^2 = 25$

$\Rightarrow p(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{25}{55} = \dfrac{5}{11} \Rightarrow$ Chọn C.

**13.** Đề thi tham khảo THPTQG 2018 – Câu 49.
Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

**A.** $\dfrac{11}{630}$.  B. $\dfrac{1}{126}$.  C. $\dfrac{1}{105}$.  D. $\dfrac{1}{42}$.

Câu 13.

Kí hiệu học sinh lớp 12A, 12B, 12C lần lượt là A, B, C.

+)

Số cách xếp 10 học sinh thành 1 hành ngang là 10! (cách) $\Rightarrow n\left(\Omega\right) = 10!$

+) Gọi $T$ là biến cố

"Trong 10 học sinh được xếp hàng không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau "

Ta tính $n(T)$, tức tính số cách xếp sao cho không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau

Giả sử ta xếp 5 học sinh lớp 12C trước.

- TH1:

C-C-C-C-C- (quy ước vị trí của – là vị trí trống), đổi chỗ 5 học sinh đó cho nhau ta có 5! Cách xếp.

Xếp 5 học sinh còn lại vào 5 vị trí trống ta có 5! cách xếp. Vậy trường hợp này có 5!. 5! cách.

- TH2: - C - C – C – C - C , tương tự như trường hợp 1 ta có 5!. 5! cách.
- TH3:

C - C - C- C - - C , đổi chỗ 5 học sinh đó cho nhau ta có 5! Cách xếp. Ta có 2 vị trí trống liền nhau, chọn 1 học sinh lớp 12A và 1 học sinh lớp 12B để xếp vào 2 vị trí trống đó, 2 học sinh này có thể đổi chỗ cho nhau nên có $C_2^1.C_3^1.2! = 12$ cách. Xếp 3 học sinh còn lại vào 3 chỗ trống có 3! cách.

Vậy trường hợp này có 5!. 12. 3! cách.

- TH4: C-C-C- -C-C
- TH5: C-C- -C- C-C
- TH6: C- - C-C- C-C

Ba trường hợp 4, 5, 6 có cách xếp giống trường hợp 3.

Vậy có tất cả 5!. 5!. 2 + 4. 5!. 12. 3! = 63360 (cách)

$\Rightarrow n(T) = 63360$

$\Rightarrow p(T) = \dfrac{n(T)}{n(\Omega)} = \dfrac{63360}{10!} = \dfrac{11}{630} \Rightarrow$ Chọn A.