

## Mạch xoay chiều

### Dạng 1. Bài tập cách tạo ra dòng điện xoay chiều:

**Bài 1:** Một khung dây có diện tích  $S = 60\text{cm}^2$  quay đều với vận tốc 20 vòng trong một giây. Khung đặt trong từ trường đều  $B = 2.10^{-2}\text{T}$ . Trục quay của khung vuông góc với các đường cảm ứng từ, lúc  $t = 0$  pháp tuyến khung dây có hướng của .

- Viết biểu thức từ thông xuyên qua khung dây.
- Viết biểu thức suất điện động cảm ứng xuất hiện trong khung dây.

#### Hướng dẫn:

a. Chu kì:  $T = \frac{1}{n_0} = \frac{1}{20} = 0,05\text{ (s)}$ .

Tần số góc:  $\omega = 2\pi n_0 = 2\pi \cdot 20 = 40\pi\text{ (rad/s)}$ .

$$\Phi_0 = NBS = 1.2 \cdot 10^{-2} \cdot 60 \cdot 10^{-4} = 12 \cdot 10^{-5}\text{ (Wb)}$$

$$\text{Vậy } \Phi = 12 \cdot 10^{-5} \cos 40\pi t\text{ (Wb)}$$

b.  $E_0 = \omega\Phi_0 = 40\pi \cdot 12 \cdot 10^{-5} = 1,5 \cdot 10^{-2}\text{ (V)}$

$$\text{Vậy } E = 1,5 \cdot 10^{-2} \sin 40\pi t\text{ (V)} \quad \text{Hay } E = 1,5 \cdot 10^{-2} \cos\left(40\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\text{ (V)}$$

**Bài 2:** Một khung dây dẫn gồm  $N = 100$  vòng quấn nối tiếp, diện tích mỗi vòng dây là  $S = 60\text{cm}^2$ . Khung dây quay đều với tần số 20 vòng/s, trong một từ trường đều có cảm ứng từ  $B = 2.10^{-2}\text{T}$ . Trục quay của khung vuông góc với .

- Lập biểu thức của suất điện động cảm ứng tức thời.
- Vẽ đồ thị biểu diễn suất điện động cảm ứng tức thời theo thời gian.

#### Hướng dẫn:

a. Chu kì:  $T = \frac{1}{n_0} = \frac{1}{20} = 0,05\text{ s}$ .

Tần số góc:  $\omega = 2\pi n_0 = 2\pi \cdot 20 = 40\pi\text{ (rad/s)}$

Biên độ của suất điện động:

$$E_0 = \omega NBS = 40\pi \cdot 100 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 60 \cdot 10^{-4} \approx 1,5\text{V}$$

$$\text{Chọn gốc thời gian lúc } (\vec{n}, \vec{B}) = 0 \Rightarrow \varphi = 0.$$

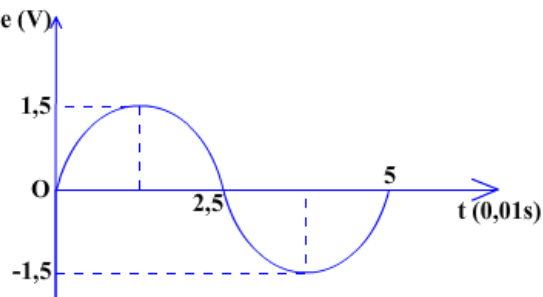
Biểu thức của suất điện động cảm ứng tức thời:

$$e = E_o \sin \omega t = 1,5 \sin 40\pi t \text{ (V)}$$

$$\text{Hay } e = E_o \cos \omega t = 1,5 \cos \left( 40\pi t - \frac{\pi}{2} \right) \text{ (V).}$$

b. Đồ thị biểu diễn e theo t là đường hình sin:

- Qua gốc tọa độ O.
- Có chu kỳ  $T = 0,05\text{s}$
- Biên độ  $E_o = 1,5\text{V}$ .



**Bài 3:** Một khung dây dẫn có  $N = 100$  vòng dây quấn nối tiếp, mỗi vòng có diện tích  $S = 50\text{cm}^2$ . Khung dây được đặt trong từ trường đều  $B = 0,5\text{T}$ . Lúc  $t = 0$ , vector pháp tuyến của khung dây hợp với  $\vec{B}$  góc  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ . Cho khung dây quay đều quanh trục  $\Delta$  (trục  $\Delta$  đi qua tâm và song song

với một cạnh của khung) vuông góc với  $\vec{B}$  với tần số 20 vòng/s. Chứng tỏ rằng trong khung xuất hiện suất điện động cảm ứng e và tìm biểu thức của e theo t.

**Hướng dẫn:**

Khung dây quay đều quanh trục  $\Delta$  vuông góc với cảm ứng từ  $\vec{B}$  thì góc hợp bởi vector pháp tuyến  $\vec{n}$  của khung dây và  $\vec{B}$  thay đổi  $\rightarrow$  từ thông qua khung dây biến thiên  $\rightarrow$  Theo định luật cảm ứng điện từ, trong khung dây xuất hiện suất điện động cảm ứng.

$$\text{Tần số góc: } \omega = 2\pi n_o = 2\pi \cdot 20 = 40\pi \text{ (rad/s)}$$

Biên độ của suất điện động :

$$E_o = \omega NBS = 40\pi \cdot 100 \cdot 0,5 \cdot 50 \cdot 10^{-4} \approx 31,42 \text{ (V)}$$

$$\text{Chọn gốc thời gian lúc } (\vec{n}, \vec{B}) = \frac{\pi}{3}$$

Biểu thức của suất điện động cảm ứng tức thời:

$$e = 31,42 \sin \left( 40\pi t + \frac{\pi}{3} \right) \text{ (V)} \quad \text{Hay} \quad e = 31,42 \cos \left( 40\pi t - \frac{\pi}{6} \right) \text{ (V)}$$

**Bài 4:** Khung dây gồm  $N = 250$  vòng quay đều trong từ trường đều có cảm ứng từ  $B = 2 \cdot 10^{-2}\text{T}$ . Vector cảm ứng từ  $\vec{B}$  vuông góc với trục quay của khung. Diện tích của mỗi vòng dây là  $S =$

400cm<sup>2</sup>. Biên độ của suất điện động cảm ứng trong khung là  $E_o = 4\pi$  (V)  $\approx 12,56$  (V). Chọn gốc thời gian ( $t = 0$ ) lúc pháp tuyến của khung song song và cùng chiều với  $\vec{B}$ .

a. Viết biểu thức của suất điện động cảm ứng  $e$  theo  $t$ .

b. Xác định giá trị của suất điện động cảm ứng ở thời điểm  $t = \frac{1}{40}$  s.

c. Xác định thời điểm suất điện động cảm ứng có giá trị  $e = \frac{E_o}{2} = 6,28$  V.

**Hướng dẫn:**

a. Tần số góc :  $\omega = \frac{E_o}{NBS} = \frac{4\pi}{250 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 400 \cdot 10^{-4}} = 20\pi$  (rad/s)

Biểu thức của suất điện động cảm ứng tức thời:

$$e = 12,56 \sin 20\pi t \text{ (V) hay } e = 12,56 \cos \left( 20\pi t - \frac{\pi}{2} \right) \text{ (V).}$$

b. Tại  $t = \frac{1}{40}$  s thì  $e = 12,56 \sin \left( 20\pi \cdot \frac{1}{40} \right) = 12,56$  V

c.  $e = \frac{E_o}{2} = 6,28$  V  $\Rightarrow 6,28 = 12,56 \sin 20\pi t$

$$\Leftrightarrow \sin 20\pi t = 0,5 = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow 20\pi t = \begin{cases} \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow t = \begin{cases} \frac{1}{120} + \frac{k}{10} \text{ (s)} \\ \frac{1}{24} + \frac{k}{10} \text{ (s)} \end{cases}$$

**Bài 5:** Một con lắc đơn gồm một dây kim loại nhẹ có đầu trên I cố định, đầu dưới treo quả cầu nhỏ C bằng kim loại. Chiều dài của dây là  $l = 1$  m.

a. Kéo C ra khỏi vị trí cân bằng góc  $\alpha_o = 0,1$  rad rồi buông cho C dao động tự do. Lập biểu thức tính góc  $\alpha$  hợp bởi dây treo và phương thẳng đứng theo thời gian  $t$ .

b. Con lắc dao động trong từ trường đều có  $\vec{B}$  vuông góc với mặt phẳng dao động của con lắc. Cho  $B = 0,5T$ , chứng tỏ giữa I và C có một hiệu điện thế u. Lập biểu thức của u theo thời gian t.

**Hướng dẫn:**

a. Tần số góc: 
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{9,8}{1}} \approx \pi \text{ (rad/s)}$$

Phương trình dao động của con lắc có dạng:  $\alpha = \alpha_o \sin(\omega t + \varphi)$

Chọn gốc thời gian  $t = 0$  lúc con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng góc  $\alpha_o = 0,1 \text{ rad}$ .

$$\Rightarrow \text{tại } t = 0 \text{ thì } \alpha = \alpha_o$$

$$\Rightarrow \alpha_o = \alpha_o \sin \varphi \Rightarrow \sin \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\text{Vậy } \alpha = 0,1 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (rad).}$$

b. Con lắc dao động trong từ trường đều có  $\vec{B}$  vuông góc với mặt phẳng dao động của con lắc  $\Rightarrow$  diện tích S của mặt phẳng dao động quét bởi con lắc thay đổi theo thời gian t  $\Rightarrow$  từ thông qua diện tích S biến thiên  $\Rightarrow$  trong con lắc xuất hiện suất điện động cảm ứng, suy ra giữa hai đầu I và C của con lắc có một hiệu điện thế u.

Do vectơ pháp tuyến  $\vec{n}$  của mặt phẳng dao động quét bởi con lắc trùng  $\vec{B} \Rightarrow \varphi = (\vec{n}, \vec{B}) = 0$ .

Vì mạch IC hở nên biểu thức của u theo t có dạng:  $u = e = E_o \sin \omega t$

$$\text{Với } S = \frac{\alpha_o l^2}{2} \text{ (Diện tích hình quạt)}$$

$$\Rightarrow E_o = \omega NBS = \omega NB \frac{\alpha_o l^2}{2} = \pi \cdot 1 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,1 \cdot 1}{2} = 0,079 \text{ (V)}$$

$$\text{Vậy } u = e = 0,079 \sin \pi t \text{ (V).}$$

**Dạng 2: Viết biểu thức của u và i**

**Bài 1:** Mạch điện xoay chiều gồm một điện trở thuần  $R = 40\Omega$ , một cuộn thuần cảm có hệ số tự cảm  $L = \frac{0,8}{\pi}$  H và một tụ điện có điện dung  $C = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi}$  F mắc nối tiếp. Biết rằng dòng điện

qua mạch có dạng  $i = 3 \cos 100\pi t$  (A).

a. Tính cảm kháng của cuộn cảm, dung kháng của tụ điện và tổng trở toàn mạch.

b. Viết biểu thức điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở, giữa hai đầu cuộn cảm, giữa hai đầu tụ điện, giữa hai đầu mạch điện.

**Hướng dẫn:**

a. Cảm kháng: 
$$Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{0,8}{\pi} = 80\Omega$$

Dung kháng: 
$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi}} = 50\Omega$$

Tổng trở: 
$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{40^2 + (80 - 50)^2} = 50\Omega$$

b. • Vì  $u_R$  cùng pha với  $i$  nên:  $u_R = U_{oR} \cos 100\pi t$

với  $U_{oR} = I_o R = 3 \cdot 40 = 120V$

Vậy  $u = 120 \cos 100\pi t$  (V).

• Vì  $u_L$  nhanh pha hơn  $i$  góc  $\frac{\pi}{2}$  nên:  $u_L = U_{oL} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

Với  $U_{oL} = I_o Z_L = 3 \cdot 80 = 240V$

Vậy  $u_L = 240 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  (V).

• Vì  $u_C$  chậm pha hơn  $i$  góc  $-\frac{\pi}{2}$  nên:  $u_C = U_{oC} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$

Với  $U_{oC} = I_o Z_C = 3 \cdot 50 = 150V$

Vậy  $u_C = 150 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  (V).

Áp dụng công thức:  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{80 - 50}{40} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow \varphi \approx 37^\circ \Rightarrow \varphi = \frac{37\pi}{180} \approx 0,2\pi$  (rad).

$\Rightarrow$  biểu thức hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu mạch điện:

$$u = U_o \cos(100\pi t + \varphi)$$

Với  $U_o = I_o Z = 3 \cdot 50 = 150V$

Vậy  $u = 150\cos(100\pi t + 0,2\pi)$  (V).

**Bài 2:** Một đoạn mạch điện xoay chiều gồm một điện trở thuần  $R = 80\Omega$ , một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = 64\text{mH}$  và một tụ điện có điện dung  $C = 40\mu\text{F}$  mắc nối tiếp.

a. Tính tổng trở của đoạn mạch. Biết tần số của dòng điện  $f = 50\text{Hz}$ .

b. Đoạn mạch được đặt vào điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = 282\cos 314t$  (V). Lập biểu thức cường độ tức thời của dòng điện trong đoạn mạch.

**Hướng dẫn:**

a. Tần số góc:  $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 100\pi$  rad/s

Cảm kháng:  $Z_L = \omega L = 100\pi \cdot 64 \cdot 10^{-3} \approx 20\Omega$

Dung kháng:  $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot 40 \cdot 10^{-6}} \approx 80\Omega$

Tổng trở:  $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{80^2 + (20 - 80)^2} = 100\Omega$

b. Cường độ dòng điện cực đại:

$$I_o = \frac{U_o}{Z} = \frac{282}{100} = 2,82 \text{ A}$$

Độ lệch pha của hiệu điện thế so với cường độ dòng điện:

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{20 - 80}{80} = -\frac{3}{4} \Rightarrow \varphi \approx -37^\circ$$

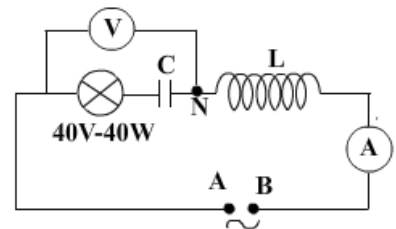
$$\Rightarrow \varphi_i = \varphi_u - \varphi = -\varphi = 37^\circ = \frac{37\pi}{180} \text{ rad}$$

$$\text{Vậy } i = 2,82\cos\left(314t + \frac{37\pi}{180}\right) \text{ (A)}$$

**Bài 3:** Cho mạch điện như hình vẽ. Biết  $L = \frac{1}{10\pi}$  H,  $C = \frac{10^{-3}}{4\pi}$  F và đèn ghi (40V- 40W). Đặt vào 2 điểm A và N một hiệu điện thế  $u_{AN} = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t$  (V). Các dụng cụ đo không làm ảnh hưởng đến mạch điện.

a. Tìm số chỉ của các dụng cụ đo.

b. Viết biểu thức cường độ dòng điện và điện áp toàn mạch.



**Hướng dẫn:**

a. Cảm kháng:  $Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{1}{10\pi} = 10\Omega$

Dung kháng:  $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{10^{-3}}{4\pi}} = 40\Omega$

Điện trở của bóng đèn:  $R_d = \frac{U_{dm}^2}{P_{dm}} = \frac{40^2}{40} = 40\Omega$

Tổng trở đoạn mạch AN:  $Z_{AN} = \sqrt{R_d^2 + Z_C^2} = \sqrt{40^2 + 40^2} = 40\sqrt{2}\Omega$

Số chỉ của vôn kế:  $U_{AN} = \frac{U_{oAN}}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120\text{ V}$

Số chỉ của ampe kế:  $I_A = I = \frac{U_{AN}}{Z_{AN}} = \frac{120}{40\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \approx 2,12\text{ A}$

b. Biểu thức cường độ dòng điện có dạng:

$$i = I_o \cos(100\pi t + \varphi_i) \text{ (A)}$$

Ta có:  $\tan \varphi_{AN} = \frac{-Z_C}{R_d} = -\frac{40}{40} = -1 \Rightarrow \varphi_{AN} = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$

$$\Rightarrow \varphi_i = \varphi_{uAN} - \varphi_{AN} = -\varphi_{AN} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$I_o = I\sqrt{2} = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = 3\text{ A}$$

Vậy  $i = 3\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (A)}$ .

Biểu thức hiệu điện thế giữa hai điểm A, B có dạng:

$$u_{AB} = U_o \cos(100\pi t + \varphi_u) \text{ (V)}$$

Tổng trở của đoạn mạch AB:

$$Z_{AB} = \sqrt{R_d^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{40^2 + (10 - 40)^2} = 50\Omega$$

$$\Rightarrow U_o = I_o Z_{AB} = 3.50 = 150 \text{ V}$$

$$\text{Ta có: } \tan \varphi_{AB} = \frac{Z_L - Z_C}{R_d} = \frac{10 - 40}{40} = -\frac{3}{4} \Rightarrow \varphi_{AB} = -\frac{37\pi}{180} \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \varphi_u = \varphi_i + \varphi_{AB} = \frac{\pi}{4} - \frac{37\pi}{180} = \frac{\pi}{20} \text{ rad}$$

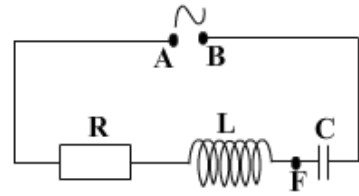
$$\text{Vậy } u_{AB} = 150 \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{20} \right) \text{ (V)}$$

**Bài 4:** Sơ đồ mạch điện có dạng như hình vẽ, điện trở  $R = 40\Omega$ ,

cuộn thuần cảm  $L = \frac{3}{10\pi}$  H, tụ điện  $C = \frac{10^{-3}}{7\pi}$  F. Điện áp

$u_{AF} = 120 \cos 100\pi t$  (V). Hãy lập biểu thức của:

- Cường độ dòng điện qua mạch.
- Điện áp hai đầu mạch AB.



**Hướng dẫn:**

$$\text{a. Cảm kháng: } Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{3}{10\pi} = 30\Omega$$

$$\text{Dung kháng: } Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{10^{-3}}{7\pi}} = 70\Omega$$

$$\text{Tổng trở của đoạn mạch AF: } Z_{AF} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50\Omega$$

$$\Rightarrow I_o = \frac{U_{oAF}}{Z_{AF}} = \frac{120}{50} = 2,4 \text{ A}$$

$$\text{Góc lệch pha } \varphi_{AF}: \tan \varphi_{AF} = \frac{Z_L}{R} = \frac{30}{40} = 0,75 \Rightarrow \varphi_{AF} \approx \frac{37\pi}{180} \text{ rad}$$



Ta có:  $\varphi_i = \varphi_{u_{AF}} - \varphi_{AF} = 0 - \varphi_{AF} = -\varphi_{AF} = -\frac{37\pi}{180} \text{ rad}$

Vậy  $i = 2,4 \cos\left(100\pi t - \frac{37\pi}{180}\right) \text{ (A)}$

b. Tổng trở của toàn mạch:  $Z = \sqrt{40^2 + (30 - 70)^2} = 40\sqrt{2}\Omega$

$\Rightarrow U_o = I_o Z = 2,4 \cdot 40\sqrt{2} = 96\sqrt{2} \text{ V}$

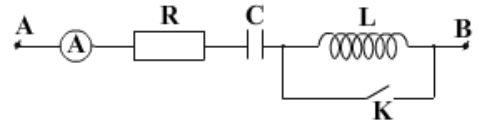
Ta có:  $\tan \varphi_{AB} = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{30 - 70}{40} = -1 \Rightarrow \varphi_{AB} = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$

$\Rightarrow \varphi_u = \varphi_{AB} + \varphi_i = -\frac{\pi}{4} - \frac{37\pi}{180} = -\frac{41\pi}{90} \text{ rad}$

Vậy  $u = 96\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{41\pi}{90}\right) \text{ (V)}$

**Bài 5:** Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ,  $R = 100\Omega$ ,  $L$  là độ tự cảm của cuộn dây thuần

cảm,  $C = \frac{10^{-4}}{\sqrt{3}\pi} \text{ F}$ ,  $R_A \approx 0$ . Điện áp



$u_{AB} = 50\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (V)}$ . Khi K đóng hay khi K mở, số chỉ của ampe kế không đổi.

a. Tính độ tự cảm  $L$  của cuộn dây và số chỉ không đổi của ampe kế.

b. Lập biểu thức của cường độ dòng điện tức thời trong mạch khi K đóng và khi K mở.

**Hướng dẫn:**

a. Theo đề bài, điện áp và số chỉ ampe kế không đổi khi K đóng hay khi K mở nên tổng trở  $Z$  khi K mở và khi K đóng bằng nhau

$$Z_m = Z_d \Leftrightarrow R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + Z_C^2$$

$$\Rightarrow (Z_L - Z_C)^2 = Z_C^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_L - Z_C = Z_C \Rightarrow Z_L = 2Z_C \\ Z_L - Z_C = -Z_C \Rightarrow Z_L = 0 \end{cases} \quad (\text{Loại})$$

$$\text{Ta có: } Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{10^{-4}}{\sqrt{3}\pi}} = 173\Omega$$

$$\Rightarrow Z_L = 2Z_C = 2 \cdot 173 = 346\Omega$$

$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{346}{100\pi} \approx 1,1\text{H}$$

Số chỉ ampe kế bằng cường độ dòng điện hiệu dụng khi K đóng:

$$I_A = I_d = \frac{U}{Z_d} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{50}{\sqrt{100^2 + 173^2}} = 0,25\text{ A}$$

b. Biểu thức cường độ dòng điện:

- Khi K đóng:

$$\text{Độ lệch pha: } \tan \varphi_d = \frac{-Z_C}{R} = \frac{-173}{100} = -\sqrt{3} \Rightarrow \varphi_d = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$\text{Pha ban đầu của dòng điện: } \varphi_{i_d} = \varphi_u - \varphi_d = -\varphi_d = \frac{\pi}{3}$$

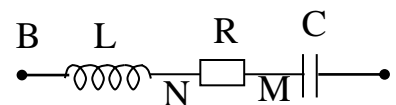
$$\text{Vậy } i_d = 0,25\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (A).}$$

- Khi K mở:

$$\text{Độ lệch pha: } \tan \varphi_m = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{346 - 173}{100} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_m = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Pha ban đầu của dòng điện: } \varphi_{i_m} = \varphi_u - \varphi_m = -\varphi_m = -\frac{\pi}{3}$$

$$\text{Vậy } i_m = 0,25\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (A).}$$



**Bài 6:** Cho mạch điện như hình vẽ :

$U_{AN} = 150\text{V}$ ,  $U_{MB} = 200\text{V}$ . Độ lệch pha  $U_{AM}$  và  $U_{MB}$  là  $\pi/2$

Dòng điện tức thời trong mạch là :  $i = I_0 \cos 100\pi t$  (A) , cuộn dây thuần cảm. Hãy viết biểu thức  $U_{AB}$

**Hướng dẫn:**

$$\text{Ta có : } \vec{U}_{AN} = \vec{U}_C + \vec{U}_R \rightarrow U_{AN} = \sqrt{U_C^2 + U_R^2} = 150V \quad (1)$$

$$\vec{U}_{MB} = \vec{U}_L + \vec{U}_R \rightarrow U_{MB} = \sqrt{U_L^2 + U_R^2} = 200V \quad (2)$$

$$\text{Vì } U_{AN} \text{ và } U_{MB} \text{ lệch pha nhau } \pi / 2 \text{ nên } \text{tg}\varphi_1 \cdot \text{tg}\varphi_2 = -1 \rightarrow \frac{U_L \cdot U_C}{U_R \cdot U_R} = 1 \text{ hay } U_R^2 = U_L \cdot U_C \quad (3)$$

$$\text{Từ (1),(2),(3) ta có } U_L = 160V, \quad U_C = 90V, \quad U_R = 120V$$

$$U_{AB} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = 139V$$

$$\text{tg}\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{7}{12} \rightarrow \varphi = 0,53 \text{rad/s}$$

$$\text{vậy } u_{AB} = 139\sqrt{2} \cos(100\pi t + 0,53) \text{ V}$$

**Bài 7:** Cho mạch điện không phân nhánh gồm  $R = 100\sqrt{3} \Omega$ , cuộn dây thuần cảm  $L$  và tụ điện  $C = 10^{-4} / 2\pi$  (F). Đặt vào 2 đầu mạch điện một hiệu điện thế  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$ . Biết hiệu điện thế  $U_{LC} = 50V$ , dòng điện nhanh pha hơn hiệu điện thế. Hãy tính  $L$  và viết biểu thức cường độ dòng điện  $i$  trong mạch

**Hướng dẫn:**

$$\text{Ta có } \omega = 100\pi \text{ rad/s}, U = 100V, Z_C = \frac{1}{\omega C} = 200\Omega$$

$$\text{Hiệu điện thế 2 đầu điện trở thuần là: } U_R = \sqrt{U^2 - U_{LC}^2} = 50\sqrt{3}V$$

$$\text{cường độ dòng điện } I = \frac{U_R}{R} = 0,5A \text{ và } Z_{LC} = \frac{U_{LC}}{I} = 100\Omega$$

Vì dòng điện nhanh pha hơn hiệu điện thế, mà trên giản đồ Fresnen, dòng điện được biểu diễn trên trục hoành vậy hiệu điện thế được biểu diễn dưới trục hoành nghĩa là  $Z_L < Z_C$ . Do đó

$$Z_C - Z_L = 100\Omega \rightarrow Z_L = Z_C - 100 = 100\Omega \text{ suy ra } L = \frac{Z_L}{\omega} = 0,318H$$

$$\text{Độ lệch pha giữa } u \text{ và } i : \text{tg}\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6}$$

$$\text{vậy } i = 0,5\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ (A)}$$

**Dạng 3: Bài toán biện luận.**

**Bài 1: (Biện luận theo R).** Cho mạch điện RLC nối tiếp có  $L, C$  không đổi mắc vào nguồn điện xoay chiều có  $U$  và  $\omega$  không đổi,  $R$  biến thiên, khi điện trở nhận các giá trị  $R_1$  và  $R_2$  thì góc lệch giữa điện áp toàn mạch và dòng điện trong mạch là  $\varphi_1, \varphi_2$  đồng thời công suất tiêu thụ trong mạch lần lượt là  $P_1$  và  $P_2$

$$a. \text{ Chứng minh rằng: } P_1 = P_2 \Leftrightarrow R_1 \cdot R_2 = (Z_L - Z_C)^2 \Leftrightarrow : |\varphi_1| + |\varphi_2| = \pi/2$$

$$b. \text{ Tìm } R \text{ để } P \text{ đạt giá trị cực đại tính giá trị cực đại đó. Tính } \cos\varphi \text{ và } I$$

**Hướng dẫn:**

a. Ta có  $P = I^2 R = \frac{U^2}{Z^2} \cos \varphi = \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} R = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}}$  (\*)

Khi  $P_1 = P_2$  ta có  $\frac{U^2}{R_1 + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R_1}} = \frac{U^2}{R_2 + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R_2}}$

$\Rightarrow R_1 + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R_1} = R_2 + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R_2} \Rightarrow R_1 - R_2 = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R_2} - \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R_1}$

$\Rightarrow R_1 - R_2 = (Z_L - Z_C)^2 \left( \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \Leftrightarrow R_1 \cdot R_2 = (Z_L - Z_C)^2$  (1)

$\Leftrightarrow |Z_L - Z_C|/R_1 = R_2/|Z_L - Z_C| \Leftrightarrow |\tan \varphi_1| = 1/|\tan \varphi_2| \Leftrightarrow |\varphi_1| + |\varphi_2| = \pi/2$  (2)

b. Từ (\*) ta có P max khi  $R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}$  min

Mà theo BĐT Côsi ta có:  $R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R} \geq 2|Z_L - Z_C|$

Dấu bằng xảy ra khi  $R = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R} \Leftrightarrow R = |Z_L - Z_C|$  (3)

Khi đó  $P_{\max} = U^2/2R = U^2/2|Z_L - Z_C|$  (4)

Và  $\cos \varphi = R/Z_{AB} = 1/\sqrt{2}, \quad I = U/R \sqrt{2}$

**Bài 2:** Cho mạch điện RLC nối tiếp biết  $L = 2/\pi$  (H)  $C = 125 \cdot 10^{-6}/\pi$  F, R biến thiên:  $u_{AB} = 150 \cos(100\pi t)$ .

a. Khi  $P = 90$ W Tính R

b. Tìm R để công suất tiêu thụ có giá trị cực đại, tính giá trị cực đại đó

**Hướng dẫn:**

a. Ta có:  $Z_L = \omega L = 200\Omega, Z_C = \frac{1}{\omega C} = 80\Omega$

Mặt khác  $P = I^2 R = \frac{U^2}{Z^2} \cos \varphi = \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} R = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}}$

$\Rightarrow \frac{150^2}{R + \frac{(200-80)^2}{R}} = 90 \Leftrightarrow R + \frac{120^2}{R} = 250 \Rightarrow R = 160 \Omega$  hoặc  $90\Omega$

Kết luận Với  $R = 160 \Omega$  hoặc  $90\Omega$  công suất tiêu thụ trên mạch bằng 90W

b. áp dụng (3) và (4) ta có  $P_{\max}$  khi  $R = 120\Omega$  và  $P_{\max} = 93,75W$

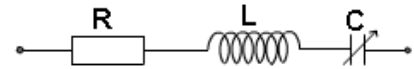
**Bài 3.** Cho mạch điện RLC nối tiếp, biết  $Z_L - Z_C = 60\Omega$   $U = 120V$   $\omega$  không đổi  $R$  biến thiên

- Tính  $P_{\max}$  (Đs:  $120W$ )
- Khi  $R$  nhận 2 giá trị gấp 9/16 lần nhau thì công suất mạch như nhau. Tính các giá trị đó (Đs:  $45 \ \& \ 80\Omega$ )

**Bài 4,** Cho mạch điện RLC nối tiếp, biết  $U = 120V$   $L = 0,2/\pi$  H,  $C$   $\omega$  không đổi  $R$  biến thiên

- Khi  $R$  nhận 2 giá trị  $18\Omega$  và  $32\Omega$  thì mạch cùng công suất tiêu thụ. Tính  $Z_C$
- Tìm  $R$  để  $P$  đạt giá trị cực đại (Đs: a.  $44\Omega$ , b.  $24\Omega$ )

**Bài 5( Cộng hưởng)** Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ.



Biết  $R = 50\Omega$ ,  $L = \frac{1}{\pi}$  H. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một

điện áp xoay chiều  $u = 220\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V). Biết tụ điện  $C$  có thể thay đổi được.

- Định  $C$  để điện áp đồng pha với cường độ dòng điện.
- Viết biểu thức dòng điện qua mạch.

**Bài giải:**

a. Để  $u$  và  $i$  đồng pha:  $\varphi = 0$  thì trong mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng điện.

$$\Rightarrow Z_L = Z_C \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(100\pi)^2 \cdot \frac{1}{\pi}} = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$$

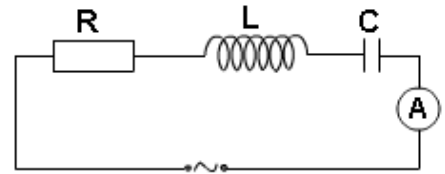
b. Do trong mạch xảy ra cộng hưởng điện nên  $Z_{\min} = R$

$$\Rightarrow I_o = \frac{U_o}{Z_{\min}} = \frac{U_o}{R} = \frac{220\sqrt{2}}{50} = 4,4\sqrt{2} \text{ (A)}$$

Pha ban đầu của dòng điện:  $\varphi_i = \varphi_u - \varphi = 0 - 0 = 0$

$$\text{Vậy } i = 4,4\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (A).}$$

**Bài 6:** Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Biết  $R = 200\Omega$ ,  $L = \frac{2}{\pi}$  H,  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  F. Đặt vào hai đầu mạch điện một hiệu điện thế xoay chiều  $u = 100\cos 100\pi t$  (V).



a. Tính số chỉ của ampe kế.

b. Khi R, L, C không đổi để số chỉ của ampe kế lớn nhất, thì tần số dòng điện phải bằng bao nhiêu? Tính số chỉ ampe kế lúc đó. (Biết rằng dây nối và dụng cụ đo không làm ảnh hưởng đến mạch điện).

**Bài giải:**

a. Cảm kháng:  $Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{2}{\pi} = 200\Omega$

Dung kháng:  $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{10^{-4}}{\pi}} = 100\Omega$

Tổng trở của mạch:

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{200^2 + (200 - 100)^2} = 100\sqrt{5}\Omega$$

Ta có:  $I_o = \frac{U_o}{Z} = \frac{100}{100\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$  (A)

Số chỉ của ampe kế:  $I_A = I = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} = 0,32$  (A)

b. Ta có:  $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

Để số chỉ của ampe kế cực đại  $I_{Amax}$  thì  $Z_{min} \Rightarrow Z_L - Z_C = 0$

$$\Rightarrow Z_L = Z_C \text{ (cộng hưởng điện)}$$

$$\Rightarrow 2\pi f \cdot L = \frac{1}{2\pi f \cdot C}$$

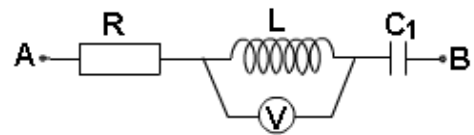
$$\Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} \cdot \frac{1}{\pi}}} = 35,35 \text{ Hz}$$

$$\text{Số chỉ ampe kế cực đại: } I_{A\max} = I_{\max} = \frac{U}{Z_{\min}} = \frac{U}{R} = \frac{100}{\sqrt{2} \cdot 200} = 0,35 \text{ (A)}$$

**Bài 7:** Trong một đoạn mạch xoay chiều RLC nối tiếp, hệ số tự cảm của cuộn dây là  $L = 0,1\text{H}$ ; tụ điện có điện dung  $C = 1\mu\text{F}$ , tần số dòng điện là  $f = 50\text{Hz}$ .

- Hỏi dòng điện trong đoạn mạch sớm pha hay trễ pha so với điện áp ở hai đầu đoạn mạch ?
- Cần phải thay tụ điện nói trên bởi một tụ điện có điện dung  $C'$  bằng bao nhiêu để trên đoạn mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng điện?

**Bài 18:** Cho mạch điện xoay chiều có  $u_{AB} = 120\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) ổn định. Điện trở  $R = 24\Omega$ , cuộn thuần cảm  $L = \frac{1}{5\pi}\text{H}$ , tụ điện  $C_1 = \frac{10^{-2}}{2\pi}\text{F}$ , vôn kế có điện trở rất lớn.



- Tìm tổng trở của mạch và số chỉ của vôn kế.
- Ghép thêm với tụ điện  $C_1$  một tụ điện có điện dung  $C_2$  sao cho vôn kế có số chỉ lớn nhất. Hãy cho biết cách ghép và tính  $C_2$ . Tìm số chỉ của vôn kế lúc đó.

**Bài giải:**

$$\text{a. Cảm kháng: } Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{1}{5\pi} = 20\Omega$$

$$\text{Dung kháng: } Z_{C_1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{10^{-2}}{2\pi}} = 2\Omega$$

$$\text{Tổng trở mạch: } Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{24^2 + (20 - 2)^2} = 30\Omega$$

$$\text{Số chỉ của vôn kế: } U_V = U_L = IZ_L = \frac{U_{AB}}{Z} \cdot Z_L = \frac{120}{30} \cdot 20 = 80 \text{ V.}$$

$$\text{b. Ta có: } U_V = U_L = IZ_L$$

$$Z_L \text{ là hằng số, để } U_{V\max} \text{ thì } I_{\max} \Leftrightarrow Z_{C\text{tđ}} = Z_L = 20\Omega > Z_{C_1}$$

$\Rightarrow$  phải ghép tụ điện  $C_2$  nối tiếp với tụ điện  $C_1$

$$Z_C = Z_{C_1} + Z_{C_2} \Rightarrow Z_{C_2} = Z_C - Z_{C_1} = 20 - 2 = 18\Omega$$

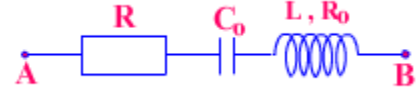
$$\Rightarrow \text{Điện dung } C_2 = \frac{1}{\omega Z_{C_2}} = \frac{1}{100\pi \cdot 18} = \frac{10^{-2}}{18\pi} \text{ F}$$

Số chỉ của vôn kế lúc này là:

$$U_{V_{\max}} = U_{L_{\max}} = I_{\max} Z_L = \frac{U_{AB}}{R} \cdot Z_L = \frac{120 \cdot 20}{24} = 100 \text{ V}$$

**Bài 9:** Mạch điện như hình. Điện áp hai đầu A và B ổn định có biểu thức  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V). Cuộn cảm có độ tự cảm

$L = \frac{2,5}{\pi}$ , điện trở thuần  $R_o = R = 100\Omega$ , tụ điện có điện



dung  $C_o$ . Người ta đo được hệ số công suất của mạch điện là  $\cos \varphi = 0,8$ .

a. Biết điện áp  $u$  sớm pha hơn dòng điện  $i$  trong mạch. Xác định  $C_o$ .

b. Để công suất tiêu thụ đạt cực đại, người ta mắc thêm một tụ điện có điện dung  $C_1$  với tụ điện  $C_o$  để có bộ tụ điện có điện dung  $C$  thích hợp. Xác định cách mắc và giá trị của  $C_1$ .

**Bài giải:**

a. Cảm kháng:  $Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{2,5}{\pi} = 250\Omega$

Theo bài:  $\cos \varphi = 0,8$

$$\Leftrightarrow \frac{R + R_o}{\sqrt{(R + R_o)^2 + (Z_L - Z_{C_o})^2}} = 0,8$$

$$\Leftrightarrow (R + R_o)^2 = 0,64 \left[ (R + R_o)^2 + (Z_L - Z_{C_o})^2 \right]$$

$$\Leftrightarrow 0,36(R + R_o)^2 = 0,64(Z_L - Z_{C_o})^2$$

$$\Rightarrow |Z_L - Z_{C_o}| = 0,75(R + R_o)$$

Vì điện áp  $u$  sớm pha hơn dòng điện  $i$  nên  $Z_L > Z_{C_o}$

$$\Rightarrow Z_L - Z_{C_o} = 0,75(R + R_o)$$

$$\Rightarrow Z_{C_o} = Z_L - 0,75(R + R_o) = 250 - 0,75(100 + 100) = 100\Omega$$

$$\Rightarrow C_o = \frac{1}{\omega Z_{C_o}} = \frac{1}{100\pi \cdot 100} = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ (F)}$$

b. Vì  $P = I^2(R + R_o)$  nên để  $P_{\max}$  thì  $I_{\max} \Rightarrow Z_L = Z_C$  ( cộng hưởng điện)

$$\Rightarrow Z_C = Z_L = 250\Omega, \quad Z_{C_o} = 100\Omega$$

Ta có  $Z_C > Z_{C_o} \Rightarrow C < C_o \Rightarrow C_1$  mắc nối tiếp với  $C_o$



$$\Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_o} + \frac{1}{C_1}$$

$$\Rightarrow Z_C = Z_{C_o} + Z_{C_1} \Rightarrow Z_{C_1} = Z_C - Z_{C_o} = 250 - 100 = 150\Omega$$

$$C_1 = \frac{1}{\omega Z_{C_1}} = \frac{1}{100\pi \cdot 150} = \frac{10^{-3}}{15\pi} \text{ (F)}$$

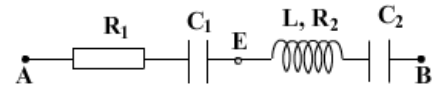
**Dạng 4: XÁC ĐỊNH CÁC ĐẠI LƯỢNG ĐIỆN KHI BIẾT HAI ĐOẠN MẠCH CÓ ĐIỆN ÁP CÙNG PHA, VUÔNG PHA.**

**Bài 1:** Cho mạch điện xoay chiều như hình.

$$R_1 = 4\Omega, C_1 = \frac{10^{-2}}{8\pi} \text{ F}, R_2 = 100\Omega, L = \frac{1}{\pi} \text{ H},$$

$$f = 50\text{Hz}. \text{ Tìm điện dung } C_2, \text{ biết rằng điện áp } u_{AE}$$

và  $u_{EB}$  đồng pha.



**Bài giải:**

$$\varphi_{AE} = \varphi_{u_{AE}} - \varphi_i \quad ; \quad \varphi_{EB} = \varphi_{u_{EB}} - \varphi_i$$

$$\text{Vì } u_{AE} \text{ và } u_{EB} \text{ đồng pha nên } \varphi_{u_{AE}} = \varphi_{u_{EB}} \Rightarrow \varphi_{AE} = \varphi_{EB}$$

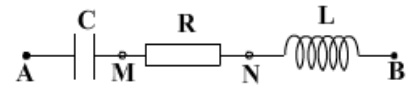
$$\Rightarrow \tan \varphi_{AE} = \tan \varphi_{EB}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{Z_{C_1}}{R_1} = \frac{Z_L - Z_{C_2}}{R_2} \Rightarrow Z_{C_2} = Z_L + Z_{C_1} \frac{R_2}{R_1}$$

$$\Rightarrow Z_{C_2} = 100 + 8 \frac{100}{4} = 300\Omega$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{1}{2\pi f \cdot Z_{C_2}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 300} = \frac{10^{-4}}{3\pi} \text{ (F)}$$

**Bài 2:** Cho mạch điện như hình vẽ.  $U_{AN} = 150\text{V}$ ,  $U_{MB} = 200\text{V}$ ,  $u_{AN}$  và  $u_{MB}$  vuông pha với nhau, cường độ dòng điện tức thời trong mạch có biểu thức  $i = I_o \cos 100\pi t$  (A). Biết cuộn dây là thuần cảm. Hãy viết biểu thức  $u_{AB}$ .



**Bài giải:**

$$\text{Ta có: } U_{AN} = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = 150 \text{ V} \quad (1)$$

$$U_{MB} = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = 200 \text{ V} \quad (2)$$

Vì  $u_{AN}$  và  $u_{MB}$  vuông pha nhau nên:

$$\varphi_{MB} - \varphi_{AN} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_{MB} = \frac{\pi}{2} + \varphi_{AN} \quad (\text{Với } \varphi_{MB} > 0, \varphi_{AN} < 0)$$

$$\Rightarrow \tan \varphi_{MB} = \tan \left( \frac{\pi}{2} + \varphi_{AN} \right) = -\cot \varphi_{AN}$$

$$\Leftrightarrow \tan \varphi_{MB} = -\frac{1}{\tan \varphi_{AN}} \Rightarrow \tan \varphi_{MB} \cdot \tan \varphi_{AN} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{U_L}{U_R} \cdot \frac{U_C}{U_R} = 1 \Rightarrow U_R^2 = U_L \cdot U_C \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3), ta suy ra :

$$U_L = 160V, U_C = 90V, U_R = 120V$$

$$\text{Ta có: } U_{AB} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{120^2 + (160 - 90)^2} = 139 \text{ V}$$

$$\tan \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{160 - 90}{120} = \frac{7}{12} \Rightarrow \varphi = 0,53 \text{ rad}$$

$$\text{Vậy } u_{AB} = 139\sqrt{2} \cos(100\pi t + 0,53) \text{ (V)}$$

**Bài 3:** Hai cuộn dây ( $R_1, L_1$ ) và ( $R_2, L_2$ ) mắc nối tiếp vào mạng xoay chiều. Tìm mối liên hệ giữa  $R_1, L_1, R_2, L_2$  để tổng trở đoạn mạch  $Z = Z_1 + Z_2$  với  $Z_1$  và  $Z_2$  là tổng trở của mỗi cuộn dây.

**Bài giải:**

$$\text{Ta có: } Z = Z_1 + Z_2 \Rightarrow I_0 Z = I_0 Z_1 + I_0 Z_2$$

$$\Rightarrow U_0 = U_{01} + U_{02}$$

Để có thể cộng biên độ điện áp, các thành phần  $u_1$  và  $u_2$  phải đồng pha.

$$\text{Vì } u_1 = U_{01} \cos(\omega t + \varphi_1) \quad (\text{V})$$

$$u_2 = U_{02} \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (\text{V})$$

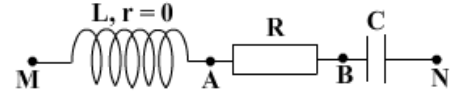
$$\Rightarrow u = u_1 + u_2 = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Mà } U_o = U_{o1} + U_{o2} \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$$

$$\Rightarrow \tan \varphi_1 = \tan \varphi_2 \Leftrightarrow \frac{Z_{L_1}}{R_1} = \frac{Z_{L_2}}{R_2} \Leftrightarrow \frac{\omega L_1}{R_1} = \frac{\omega L_2}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

**Bài 4:** Cho vào mạch điện hình bên một dòng điện xoay chiều có cường độ  $i = I_o \cos 100\pi t$  (A). Khi đó  $u_{MB}$  và  $u_{AN}$  vuông pha nhau, và  $u_{MB} = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (V).



Hãy viết biểu thức  $u_{AN}$  và tìm hệ số công suất của mạch MN.

**Bài giải:**

Do pha ban đầu của  $i$  bằng 0 nên  $\varphi_{MB} = \varphi_{u_{MB}} - \varphi_i = \frac{\pi}{3} - 0 = \frac{\pi}{3}$  rad

Dựa vào giản đồ vec-tơ, ta có các giá trị hiệu dụng của  $U_L$ ,  $U_R$ ,  $U_C$  là:

$$U_R = U_{MB} \cos \varphi_{MB} = 100 \cos \frac{\pi}{3} = 50 \text{ (V)}$$

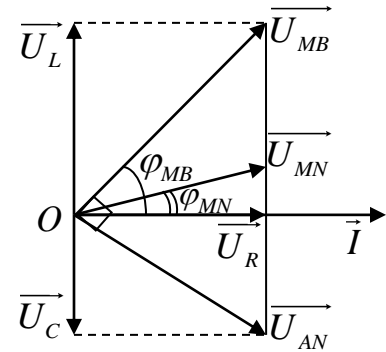
$$U_L = U_R \tan \varphi_{MB} = 50 \tan \frac{\pi}{3} = 50\sqrt{3} \text{ (V)}$$

Vì  $u_{MB}$  và  $u_{AN}$  vuông pha nhau nên

$$\varphi_{MB} - \varphi_{AN} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_{AN} = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi_{MB} \cdot \tan \varphi_{AN} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{U_L}{U_R} \cdot \frac{-U_C}{U_R} = -1 \Rightarrow U_C = \frac{U_R^2}{U_L} = \frac{50^2}{50\sqrt{3}} = \frac{50}{\sqrt{3}} \text{ (V)}$$



$$\text{Ta có: } U_{AN} = \frac{U_R}{\cos \varphi_{AN}} = \frac{50}{\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{100}{\sqrt{3}} \Rightarrow U_{oAN} = 100\sqrt{\frac{2}{3}} \text{ (V)}$$

$$\text{Vậy biểu thức } u_{AN} = 100\sqrt{\frac{2}{3}} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (V).}$$

Hệ số công suất toàn mạch:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U} = \frac{U_R}{\sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}} = \frac{50}{\sqrt{50^2 + \left(50\sqrt{3} - \frac{50}{\sqrt{3}}\right)^2}} = \sqrt{\frac{3}{7}}$$

### Dạng 5: CÔNG SUẤT CỦA ĐOẠN MẠCH R, L, C MẮC NỐI TIẾP

**Bài 1** Điện áp hai đầu một đoạn mạch là  $u = 120\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$  (V), và cường độ dòng điện qua mạch là  $i = 3\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$  (A). Tính công suất đoạn mạch.

**Bài giải:**

$$\text{Ta có: } U = \frac{U_o}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120 \text{ (V)}$$

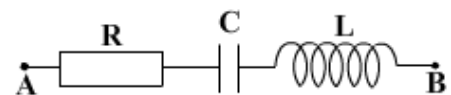
$$I = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3 \text{ (A)}$$

$$\text{Độ lệch pha: } \Rightarrow \varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{12} = -\frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

Vậy công suất của đoạn mạch là:

$$P = UI \cos \varphi = 120 \cdot 3 \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 180 \text{ (W).}$$

**Bài 2** Cho mạch điện như hình vẽ. Cuộn dây thuần cảm, có  $L = 0,159\text{H}$ . Tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  F. Điện trở  $R = 50\Omega$ . Điện áp hai đầu đoạn mạch có biểu thức



$u_{AB} = 100\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (V). Tần số dòng điện thay đổi. Tìm  $f$  để công suất của mạch đạt cực đại và tính giá trị cực đại đó.

**Bài giải:**

$$\text{Công suất của mạch: } P = UI \cos \varphi = \frac{U^2}{Z^2} R$$

Vì  $U$  không đổi,  $R$  không đổi nên  $P_{\max}$  khi  $Z_{\min}$

Ta có  $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ , nên  $Z_{\min}$  khi  $Z_L = Z_C$ , tức là trong mạch có cộng hưởng điện:  $\omega^2 LC = 1 \Leftrightarrow 4\pi^2 f^2 LC = 1$

$$\Rightarrow \text{Tần số } f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,519 \cdot \frac{10^{-4}}{\pi}}} = 70,7 \text{ (Hz)}.$$

Công suất cực đại của mạch:

$$P_{\max} = \frac{U^2}{Z_{\min}^2} R = \frac{U^2}{R^2} R = \frac{U^2}{R} = \frac{100^2}{50} = 200 \text{ (W)}.$$

**Bài 3** Cho mạch như trên hình vẽ của bài 2. Tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  F. Điện trở  $R =$

$100\Omega$ . Điện áp hai đầu đoạn mạch có biểu thức  $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V). Cuộn dây có độ tự cảm  $L$  thay đổi. Điều chỉnh  $L = L_0$  thì công suất của mạch cực đại và bằng 484W.

a. Hãy tính  $L_0$  và  $U$ .

b. Viết biểu thức cường độ dòng điện trong mạch.

**Bài giải:**

a. Ta có:  $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ ,  $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$

Suy ra công suất của mạch:  $P = UI \cos \varphi = \frac{U^2}{Z^2} R$

Vì  $U$  không đổi,  $R$  không đổi nên  $P_{\max}$  khi  $Z_{\min}$

Ta có  $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ , nên  $Z_{\min}$  khi  $Z_L = Z_C$ , tức là trong mạch có cộng hưởng điện:

$$\omega^2 L_o C = 1 \Rightarrow L_o = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{(100\pi)^2 \cdot \frac{10^{-4}}{\pi}} = \frac{1}{\pi} \text{ (H)}$$

Công suất cực đại của mạch:  $P_{\max} = \frac{U^2}{R}$

$$\Rightarrow U = \sqrt{P_{\max} \cdot R} = \sqrt{484 \cdot 100} = 220 \text{ (V)}$$

b. Vì xảy ra hiện tượng cộng hưởng điện nên  $i$  và  $u$  đồng pha  $\Rightarrow \varphi_i = 0$

Ta có:  $I_o = \frac{U_o}{R} = \frac{220\sqrt{2}}{100} = 3,11 \text{ (A)}$

Vậy biểu thức  $i = 3,11 \cos 100\pi t \text{ (A)}$ .

**Bài 4:** Cho mạch điện xoay chiều nối tiếp R, L, C. Cuộn dây có  $L = \frac{1}{\pi}$  H, tụ điện có điện dung C

thay đổi được. Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch  $u = 200 \cos 100\pi t \text{ (V)}$ . Biết rằng khi  $C = 0,159 \cdot 10^{-4} \text{ F}$  thì cường độ dòng điện  $i$  trong mạch nhanh pha hơn điện áp  $u$  giữa hai đầu đoạn mạch một góc  $\frac{\pi}{4}$ .

a. Tìm biểu thức giá trị tức thời của  $i$ .

b. Tìm công suất P trong mạch. Khi cho điện dung C tăng dần thì công suất P thay đổi thế nào?

**Bài giải:**

a. Ta có:  $Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{1}{\pi} = 100 \text{ (}\Omega\text{)}$

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot 0,159 \cdot 10^{-4}} \approx 200 \text{ (V)}$$

Vì  $u$  nhanh pha hơn  $i$  một góc  $\frac{\pi}{4}$  nên  $\varphi_i = \frac{\pi}{4}$

$$\Rightarrow \varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0 - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$\tan \varphi = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow R = Z_C - Z_L$$

$$\Rightarrow R = 200 - 100 = 100\Omega$$

Tổng trở:  $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{100^2 + (100 - 200)^2} = 100\sqrt{2} \Omega$

$$I_o = \frac{U_o}{Z} = \frac{200}{100\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ (A)}$$

Vậy biểu thức  $i = \sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (A)}$

b. Công suất  $P = RI^2 = 100 \cdot 1^2 = 100 \text{ W}$

$$P = RI^2 = \frac{U^2}{Z^2} R = \frac{U^2 \cdot R}{R^2 + \left(Z_L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Đạo hàm P' theo C:  $\Rightarrow P' = \frac{-RU^2 \cdot \frac{2}{\omega C^2} \left(Z_L - \frac{1}{C\omega}\right)}{\left[R^2 + \left(Z_L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]^2}$

$$P' = 0 \Leftrightarrow \frac{2RU^2}{\omega C^2} \left(Z_L - \frac{1}{\omega C}\right) = 0$$

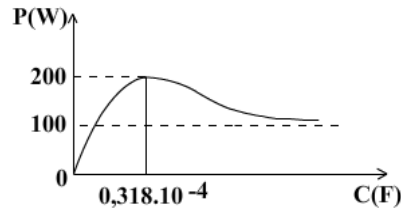
$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 \cdot L} = \frac{1}{(100\pi)^2 \frac{1}{\pi}} = 0,318 \cdot 10^{-4} \text{ F}$$

$$\Rightarrow P_{\max} = \frac{U^2}{R} = 200 \text{ W}$$

Bảng biến thiên:

C(F)	0	0,318.10 <sup>-4</sup>	∞
P'	+	0	-
P(W)	0	→ 200	→ 100

Đồ thị P theo C:

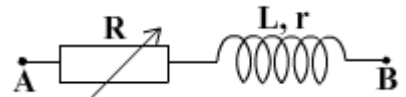


Vậy: khi C tăng từ  $0 \rightarrow 0,318.10^{-4}F$  thì P tăng từ  $0 \rightarrow 200W$ .

Khi C tăng từ  $0,318.10^{-4}F \rightarrow \infty$  thì P giảm từ  $200W \rightarrow 100W$ .

**Bài 5:** Cho mạch điện như hình. Điện áp

$$u_{AB} = 80\cos 100\pi t \text{ (V)}, r = 15\Omega, L = \frac{1}{5\pi} \text{ H.}$$



a. Điều chỉnh giá trị của biến trở sao cho dòng điện hiệu dụng trong mạch là 2A. Tính giá trị của biến trở và điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây.

b. Điều chỉnh biến trở R:

- Tính R cho công suất tiêu thụ trên mạch cực đại. Tính  $P_{\max}$ .
- Tính R cho công suất tiêu thụ trên R cực đại. Tính  $P_{R\max}$ .

**Bài giải:**

a. Cảm kháng:  $Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{1}{5\pi} = 20\Omega$

$$U = \frac{U_o}{\sqrt{2}} = \frac{80}{\sqrt{2}} \text{ (V)}$$

Tổng trở  $Z = \frac{U}{I} = \frac{80}{2\sqrt{2}} = 20\sqrt{2} \Omega$

$$\Rightarrow \sqrt{(R+r)^2 + Z_L^2} = 20\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(R+15)^2 + 20^2} = 20\sqrt{2} \Rightarrow (R+15)^2 = 20^2$$

$$\Rightarrow R = 20 - 15 = 5\Omega$$

Điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây:

$$U_{\text{cuộn dây}} = I \cdot Z_{\text{cuộn dây}} = I \sqrt{r^2 + Z_L^2} = 2 \sqrt{15^2 + 20^2} = 50 \text{ (V)}$$

b. • Công suất tiêu thụ trên toàn mạch:

$$P = I^2 (R+r) = \frac{U^2 (R+r)}{(R+r)^2 + Z_L^2} = \frac{U^2}{(R+r) + \frac{Z_L^2}{R+r}}$$



$$P_{\max} \text{ khi } \left[ (R+r) + \frac{Z_L^2}{R+r} \right] \text{ min}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si với hai số không âm:

$$(R+r) + \frac{Z_L^2}{R+r} \geq 2\sqrt{(R+r)\frac{Z_L^2}{R+r}} \quad (\text{hằng số})$$

$$\text{Nên } \left[ (R+r) + \frac{Z_L^2}{R+r} \right] \text{ min (đấu = xảy ra) khi } R+r = \frac{Z_L^2}{R+r}$$

$$\Rightarrow R+r = Z_L \Rightarrow R = Z_L - r = 20 - 15 = 5\Omega$$

$$\Rightarrow P_{\max} = \frac{U^2}{2(R+r)} = \frac{80^2}{2 \cdot 2 \cdot (5+15)} = 80 \text{ W}$$

• Công suất tiêu thụ trên R:

$$P_R = I^2 R = \frac{U^2 \cdot R}{(R+r)^2 + Z_L^2} = \frac{U^2 \cdot R}{R^2 + 2Rr + r^2 + Z_L^2} = \frac{U^2}{R + \frac{r^2 + Z_L^2}{R} + 2r}$$

$$P_{R\max} \text{ khi } \left[ R + \frac{r^2 + Z_L^2}{R} \right] \text{ min}$$

Tương tự, áp dụng bất đẳng thức Cô-si với hai số không âm:

$$\Rightarrow R = \frac{r^2 + Z_L^2}{R} \Rightarrow R = \sqrt{r^2 + Z_L^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25\Omega$$

$$P_{R\max} = \frac{U^2}{2(R+r)} = \frac{80^2}{2 \cdot 2 \cdot (25+15)} = 40 \text{ W}$$

## Dạng 6: XÁC ĐỊNH GIÁ TRỊ CỰC ĐẠI CỦA ĐIỆN ÁP HIỆU DỤNG KHI THAY ĐỔI L, HOẶC C, HOẶC f.

### 6.1. Phương pháp giải chung:

❖ Tìm L để  $U_{L\max}$ :

➤ Phương pháp dùng công cụ đạo hàm:

- Lập biểu thức dưới dạng

$$U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2)\frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C\frac{1}{Z_L} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

- Để  $U_{L\max}$  thì  $y_{\min}$ .
- Dùng công cụ đạo hàm khảo sát trực tiếp hàm số:

$$y = (R^2 + Z_C^2)\frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C\frac{1}{Z_L} + 1$$

➤ Phương pháp dùng tam thức bậc hai:

- Lập biểu thức dưới dạng

- $$U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2)\frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C\frac{1}{Z_L} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

- Đặt  $y = (R^2 + Z_C^2)\frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C\frac{1}{Z_L} + 1 = ax^2 + bx + 1$

Với  $x = \frac{1}{Z_L}$ ,  $a = R^2 + Z_C^2$ ,  $b = -2Z_C$

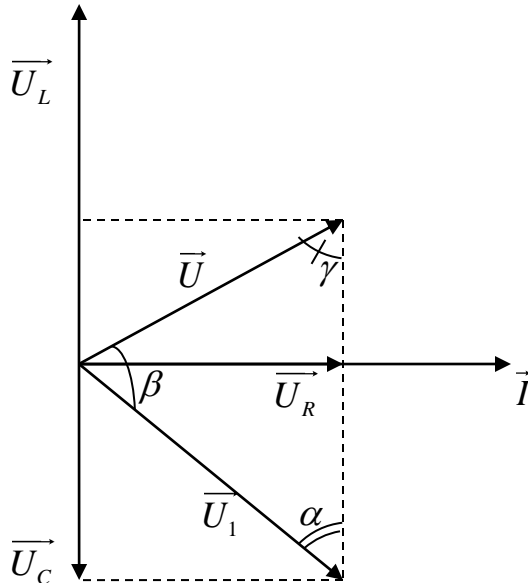
$$\Rightarrow \Delta = 4Z_C^2 - 4(R^2 + Z_C^2) = -4R^2$$

- $U_{L\max}$  khi  $y_{\min}$ . Tam thức bậc hai  $y$  đạt cực tiểu khi  $x = -\frac{b}{2a}$  (vì  $a > 0$ ) hay

$$Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}, \quad y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{R^2}{R^2 + Z_C^2}$$

- $U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{y_{\min}}} \Rightarrow U_{L\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$

➤ Phương pháp giản đồ Fre-nen:



- Từ giản đồ Fre-nen, ta có:  $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$

Đặt  $\vec{U}_1 = \vec{U}_R + \vec{U}_C$ , với  $U_1 = IZ_1 = I\sqrt{R^2 + Z_C^2}$ .

- Áp dụng định lý hàm số sin, ta có:

$$\frac{U_L}{\sin \beta} = \frac{U}{\sin \alpha} \Rightarrow U_L = \frac{U \sin \beta}{\sin \alpha}$$

- Vì U không đổi và  $\sin \alpha = \frac{U_R}{U_1} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \text{const}$  nên  $U_L = U_{L\max}$  khi

$\sin \beta$  đạt cực đại hay  $\sin \beta = 1$ .

- Khi đó  $U_{L\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$

- Khi  $\sin \beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2}$ , ta có:

$$\cos \alpha = \frac{U_1}{U_L} = \frac{U_C}{U_1} \Rightarrow \frac{Z_1}{Z_L} = \frac{Z_C}{Z_1} \Rightarrow Z_L = \frac{Z_1^2}{Z_C} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$$

**Chú ý:** Nếu tìm điện áp cực đại ở hai đầu cuộn dây có điện trở thuần r thì lập biểu thức  $U_d = \frac{U}{\sqrt{y}}$  và dùng đạo hàm, lập bảng biến thiên để tìm  $y_{\min}$ ,  $U_{d\max}$  và giá trị

của L.

- ❖ Tìm C để  $U_{C\max}$ :

- Lập biểu thức dưới dạng:

$$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2) \frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L \frac{1}{Z_C} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

- Tương tự như trên, dùng ba phương pháp: đạo hàm, tam thức bậc hai, và giản đồ Fre-nen để giải.

- Ta có kết quả:  $U_{C\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$  và  $Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$

- **Chú ý:** Nếu tìm điện áp cực đại ở hai đầu đoạn mạch nhỏ gồm R nối tiếp C thì lập biểu thức  $U_{RC} = \frac{U}{\sqrt{y}}$  và dùng đạo hàm, lập bảng biến thiên để tìm  $y_{\min}$ .

- ❖ Xác định giá trị cực đại  $U_{L\max}$ , và  $U_{C\max}$  khi tần số f thay đổi:

- Lập biểu thức:

$$U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{1}{L^2 C^2} \cdot \frac{1}{\omega^4} + \left(R^2 - 2\frac{L}{C}\right) \frac{1}{L^2 \omega^2} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

$$\text{Đặt } a = \frac{1}{L^2 C^2}, \quad b = \left(R^2 - \frac{2L}{C}\right) \frac{1}{L^2}, \quad c = 1, \quad x = \frac{1}{\omega^2} \Rightarrow y = ax^2 + bx + c$$

- Lập biểu thức:

$$U_C = IZ_C = \frac{U}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{L^2 C^2 \omega^4 + C^2 \left(R^2 - \frac{2L}{C}\right) \omega^2 + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

Đặt  $a = L^2 C^2$ ,  $b = C^2 \left(R^2 - \frac{2L}{C}\right)$ ,  $c = 1$ ,  $x = \omega^2 \Rightarrow y = ax^2 + bx + c$

➤ Dùng tam thức bậc hai của ẩn phụ  $x$  để tìm giá trị cực tiểu của  $y$ , cuối cùng có chung kết quả:

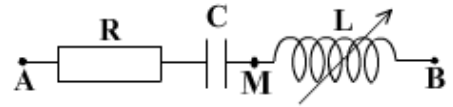
$$U_{L_{\max}} = U_{C_{\max}} = \frac{2LU}{R\sqrt{4LC - R^2 C^2}}$$

$$\omega_{oL} = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{2}{2\frac{L}{C} - R^2}}, \quad \omega_{oC} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2\frac{L}{C} - R^2}{2}} \quad (\text{với điều kiện } 2\frac{L}{C} > R^2)$$

➤ Các trường hợp linh hoạt sử dụng các công thức hoặc vẽ giản đồ Fre-nen để giải toán.

### 6.2. Bài tập về xác định giá trị cực đại $U_{\max}$ khi thay đổi $L$ , hoặc $C$ , hoặc $f$ .

**Bài 1** Cho mạch điện như hình vẽ. Điện áp giữa hai đầu AB ổn định có biểu thức  $u = 200\cos 100\pi t$  (V). Cuộn dây thuần cảm kháng có độ tự cảm  $L$  thay đổi được, điện trở  $R = 100\Omega$ , tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  (F). Xác định  $L$  sao cho điện áp



đo được giữa hai điểm M và B đạt giá trị cực đại, tính hệ số công suất của mạch điện khi đó.

**Bài giải:**

**Cách 1: Phương pháp đạo hàm**

Dung kháng:  $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{10^{-4}}{\pi}} = 100\Omega$

Ta có:  $U_{MB} = IZ_L = \frac{U_{AB} Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \cdot \frac{U_{AB}}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2) \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + 1}} = \frac{U_{AB}}{\sqrt{y}}$

Đặt  $y = (R^2 + Z_C^2) \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + 1 = (R^2 + Z_C^2)x^2 - 2Z_C \cdot x + 1$  (với  $x = \frac{1}{Z_L}$ )

$U_{MB_{\max}}$  khi  $y_{\min}$ .

Khảo sát hàm số  $y$ :

Ta có:  $y' = 2(R^2 + Z_C^2)x - 2Z_C$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2(R^2 + Z_C^2)x - 2Z_C = 0 \Rightarrow x = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2}$$

Bảng biến thiên:

<b>x</b>	<b>0</b>	$\frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2}$	<b><math>\infty</math></b>
<b>y'</b>	-	<b>0</b>	+
<b>y</b>			

$$\begin{aligned} \Rightarrow y_{\min} \text{ khi } x &= \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2} \text{ hay } \frac{1}{Z_L} = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2} \\ \Rightarrow Z_L &= \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{100^2 + 100^2}{100} = 200\Omega \\ \Rightarrow L &= \frac{Z_L}{\omega} = \frac{200}{100\pi} = \frac{2}{\pi} \text{ H} \end{aligned}$$

Hệ số công suất:

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{100}{\sqrt{100^2 + (200 - 100)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**Cách 2: Phương pháp dùng tam thức bậc hai**

Dung kháng:  $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{10^{-4}}{\pi}} = 100\Omega$

Ta có:  $U_{MB} = IZ_L = \frac{U_{AB}Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \cdot \frac{U_{AB}}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2)\frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C\frac{1}{Z_L} + 1}} = \frac{U_{AB}}{\sqrt{y}}$

Đặt  $y = (R^2 + Z_C^2)\frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C\frac{1}{Z_L} + 1 = ax^2 + bx + 1$

Với  $x = \frac{1}{Z_L}$  ;  $a = R^2 + Z_C^2$  ;  $b = -2Z_C$

$U_{MB\max}$  khi  $y_{\min}$

Vì  $a = R^2 + Z_C^2 > 0$  nên tam thức bậc hai đạt cực tiểu khi  $x = -\frac{b}{2a}$

hay  $\frac{1}{Z_L} = -\frac{-2Z_C}{2(R^2 + Z_C^2)} = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2}$

$$\Rightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{100^2 + 100^2}{100} = 200\Omega$$

$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{200}{100\pi} = \frac{2}{\pi} \text{H}$$

Hệ số công suất:

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{100}{\sqrt{100^2 + (200 - 100)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

### Cách 3: Phương pháp dùng giản đồ Fre-nen.

Dung kháng:  $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{10^{-4}}{\pi}} = 100\Omega$

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_C + \vec{U}_L$$

Đặt  $\vec{U}_1 = \vec{U}_R + \vec{U}_C$

Ta có:

$$\tan \varphi_1 = \frac{U_C}{U_R} = \frac{IZ_C}{IR} = \frac{Z_C}{R} = \frac{100}{100} = 1$$

$$\Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

Vì  $\alpha + \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi_1$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

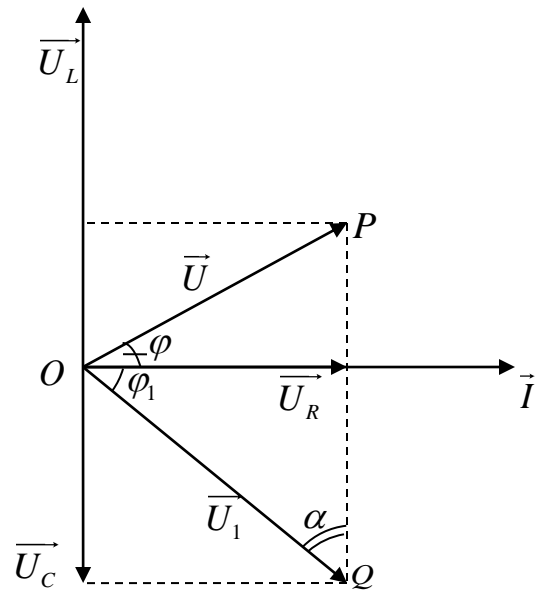
Xét tam giác OPQ và đặt  $\beta = \varphi + \varphi_1$ .

Theo định lý hàm số sin, ta có:  $\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_L}{\sin \beta} \Rightarrow U_L = \frac{U}{\sin \alpha} \sin \beta$

Vì U và  $\sin \alpha$  không đổi nên  $U_{L\max}$  khi  $\sin \beta$  cực đại hay  $\sin \beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2}$

$$\text{Vì } \beta = \varphi + \varphi_1 \Rightarrow \varphi = \beta - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \text{ rad.}$$

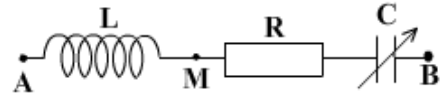
Hệ số công suất:  $\cos \varphi = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$



Mặt khác, ta có:  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 1 \Rightarrow Z_L = Z_C + R = 100 + 100 = 200\Omega$

$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{200}{100\pi} = \frac{2}{\pi} \text{ H}$$

**Bài 2** Mạch điện như hình vẽ. Cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = 0,318\text{H}$ ,  $R = 100\Omega$ , tụ  $C$  là tụ xoay. Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch có biểu thức  $u = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V).



- Tìm  $C$  để điện áp giữa hai đầu bản tụ đạt giá trị cực đại, tính giá trị cực đại đó.
- Tìm  $C$  để điện áp hai đầu MB đạt cực đại, tính giá trị cực đại đó.

**Bài giải:**

a. Tính  $C$  để  $U_{C\max}$ .

Cảm kháng:  $Z_L = \omega L = 100\pi \cdot 0,318 = 100\Omega$

**Cách 1:** Phương pháp đạo hàm:

$$\text{Ta có: } U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2)\frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L\frac{1}{Z_C} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

$$\text{Đặt } y = (R^2 + Z_L^2)\frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L\frac{1}{Z_C} + 1 = (R^2 + Z_L^2)x^2 - 2x \cdot Z_L + 1 \text{ (với } x = \frac{1}{Z_C}\text{)}$$

$U_{C\max}$  khi  $y_{\min}$ .

Khảo sát hàm số:  $y = (R^2 + Z_L^2)x^2 - 2x \cdot Z_L + 1$

$$\Rightarrow y' = 2(R^2 + Z_L^2)x - 2Z_L$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2(R^2 + Z_L^2)x - 2Z_L = 0 \Rightarrow x = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2}$$

Bảng biến thiên:

$x$	$0$	$\frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2}$	$\infty$
$y'$	$-$	$0$	$+$
$y$		$y_{\min}$	

$\Rightarrow y_{\min}$  khi

$$x = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2}$$

$$\text{hay } \frac{1}{Z_C} = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2}$$

$$\Rightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{100^2 + 100^2}{100} = 200\Omega$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi \cdot 200} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{\pi} \text{ F}$$

$$U_{C_{\max}} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{200 \sqrt{100^2 + 100^2}}{100} = 200\sqrt{2} \text{ (V)}$$

**Cách 2: Phương pháp dùng tam thức bậc hai.**

$$\text{Ta có: } U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2) \frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L \frac{1}{Z_C} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

$$\text{Đặt } y = (R^2 + Z_L^2) \frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L \frac{1}{Z_C} + 1 = ax^2 + bx + 1$$

$$\text{(với } x = \frac{1}{Z_C} ; a = R^2 + Z_L^2 ; b = -2Z_L)$$

$U_{C_{\max}}$  khi  $y_{\min}$ . Vì hàm số  $y$  có hệ số góc  $a > 0$ , nên  $y$  đạt cực tiểu khi

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ hay } \frac{1}{Z_C} = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2}$$

$$\Rightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{100^2 + 100^2}{100} = 200\Omega$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi \cdot 200} = \frac{10^{-4}}{2\pi} \text{ (F)}$$

$$U_{C_{\max}} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{200 \sqrt{100^2 + 100^2}}{100} = 200\sqrt{2}$$

V

**Cách 3: Phương pháp dùng giản đồ Fre-nen.**

$$\text{Ta có: } \vec{U} = \vec{U}_L + \vec{U}_R + \vec{U}_C$$

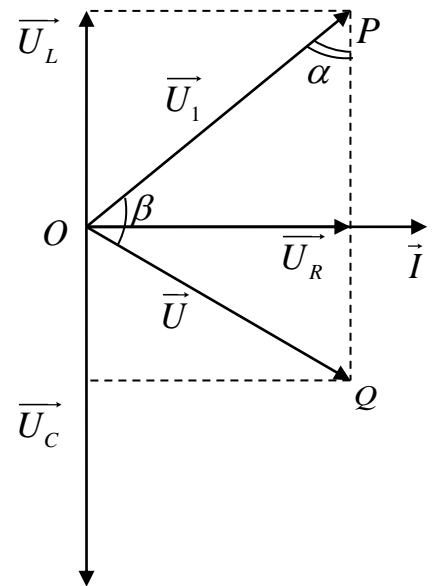
Áp dụng định lý hàm số sin, ta có:

$$\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_C}{\sin \beta} \Rightarrow U_C = \frac{U}{\sin \alpha} \sin \beta$$

Vì  $U$  và  $\sin \alpha = \frac{U_R}{U_1} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}$  không đổi nên  $U_{C_{\max}}$  khi  $\sin \beta$  cực

đại hay  $\sin \beta = 1$ .

$$\text{Khi } \sin \beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2}$$





$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{U_L}{U_1} = \frac{U_1}{U_C} \Rightarrow \frac{Z_L}{Z_1} = \frac{Z_1}{Z_C}$$

$$\Rightarrow Z_C = \frac{Z_1^2}{Z_L} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{100^2 + 100^2}{100} = 200\Omega$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi \cdot 200} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{\pi} \text{ F}$$

$$U_{C_{\max}} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{200 \sqrt{100^2 + 100^2}}{100} = 200\sqrt{2} \text{ (V)}$$

b. Tìm C để  $U_{MB_{\max}}$ .  $U_{MB_{\max}} = ?$

Lập biểu thức:

$$U_{MB} = I Z_{MB} = \frac{U Z_{MB}}{\sqrt{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{Z_L^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_C^2} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

Đặt  $y = \frac{Z_L^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_C^2} + 1 = \frac{Z_L^2 - 2Z_L x}{R^2 + x^2} + 1$  (với  $x = Z_C$ )

$U_{MB_{\max}}$  khi  $y_{\min}$ .

Khảo sát hàm số y:  $y' = \frac{2Z_L(x^2 - xZ_L - R^2)}{(R^2 + x^2)^2}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - xZ_L - R^2 = 0 \quad (*)$$

Giải phương trình (\*)  $\Rightarrow x = Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2}$  (x lấy giá trị dương).

$$\Rightarrow Z_C = \frac{100^2 + \sqrt{100^2 + 4 \cdot 100^2}}{2} = 50(1 + \sqrt{5}) = 162\Omega$$

Lập bảng biến thiên:

<b>x</b>	<b>0</b>	<b>162</b>	<b><math>\infty</math></b>
<b>y'</b>	-	<b>0</b>	+
<b>y</b>			

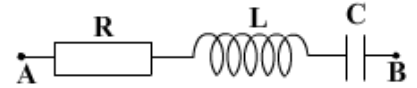
$$\Rightarrow \text{điện dung } C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi \cdot 162} = 0,197 \cdot 10^{-4} \text{ F}$$

Thay  $x = Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2}$  vào biểu thức y

$$\Rightarrow y_{\min} = \frac{4R^2}{4R^2 + 2Z_L^2 + 2Z_L\sqrt{Z_L^2 + 4R^2}} = \frac{4R^2}{(\sqrt{Z_L^2 + 4R^2} + Z_L)^2}$$

$$U_{MB\max} = \frac{U}{\sqrt{y_{\min}}} = \frac{U(Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2})}{2R} = \frac{200(100 + \sqrt{100^2 + 4 \cdot 100^2})}{2 \cdot 100} = 324 \text{ (V)}$$

**Bài 3** Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp  $u_{AB} = 100\sqrt{3} \cos \omega t$  (V) ( $\omega$  thay đổi được).



Khi  $\omega = \omega_1$  thì  $U_R = 100\text{V}$ ;  $U_C = 50\sqrt{2}\text{V}$ ;  $P = 50\sqrt{6}\text{W}$ . Cho

$L = \frac{1}{\pi}\text{H}$  và  $U_L > U_C$ . Tính  $U_L$  và chứng tỏ đó là giá trị cực đại của  $U_L$ .

**Bài giải:**

Ta có:  $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$

Thay các giá trị của  $U$ ,  $U_R$ ,  $U_C$  ta được:

$$(50\sqrt{6})^2 = 100^2 + (U_L - 50\sqrt{2})^2 \Rightarrow U_L = 100\sqrt{2} \text{ (V)}$$

Công suất tiêu thụ toàn mạch:

$$P = UI \cos \varphi = UI \text{ (vì } \varphi = 0) \Rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{50\sqrt{6}}{50\sqrt{6}} = 1\text{A}$$

$$\Rightarrow R = \frac{U_R}{I} = \frac{100}{1} = 100\Omega$$

$$Z_L = \frac{U_L}{I} = \frac{100\sqrt{2}}{1} = 100\sqrt{2}\Omega \Rightarrow \omega_1 = \frac{Z_L}{L} = \frac{100\sqrt{2}}{\frac{1}{\pi}} = 100\pi\sqrt{2} \text{ rad/s}$$

$$Z_C = \frac{U_C}{I} = \frac{50\sqrt{2}}{1} = 50\sqrt{2}\Omega \Rightarrow C = \frac{1}{\omega_1 Z_C} = \frac{1}{100\pi\sqrt{2} \cdot 50\sqrt{2}} = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$$

Ta có:

$$U_L = IZ_L = \frac{U\omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{1}{L^2 C^2 \omega^4} + \left(R^2 - 2\frac{L}{C}\right)\frac{1}{L^2 \omega^2} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

Đặt  $y = \frac{1}{L^2 C^2 \omega^4} + \left(R^2 - 2\frac{L}{C}\right)\frac{1}{L^2 \omega^2} + 1 = ax^2 + bx + 1$

$$\text{Với } x = \frac{1}{\omega^2} \quad ; \quad a = \frac{1}{L^2 C^2} \quad ; \quad b = \left( R^2 - 2 \frac{L}{C} \right) \frac{1}{L^2}$$

$U_{L\max}$  khi  $y_{\min}$ . Tam thức bậc hai  $y$  đạt cực tiểu khi  $x = -\frac{b}{2a}$  (vì  $a > 0$ ).

$$\Delta = b^2 - 4ac = R^4 \left( \frac{1}{L^4} - \frac{4}{L^3 C} \right)$$

$$\Rightarrow y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{R^2}{4L^2} (4LC - R^2 C^2)$$

$$\Rightarrow U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{y_{\min}}} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - C^2 R^2}} = \frac{2.50\sqrt{6} \cdot \frac{1}{\pi}}{100 \sqrt{4 \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \frac{10^{-4}}{\pi} - \left( \frac{10^{-4}}{\pi} \right)^2}} \cdot 100^2$$

$$= 100\sqrt{2} \text{ (V)}$$

$$\text{Vậy } U_L = U_{L\max} = 100\sqrt{2} \text{ (V).}$$

*Sưu Tầm và biên soạn chúc các bạn thành công*