

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

(Đề thi gồm 6 trang)

MÃ ĐỀ: 209

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1 (C)$. Đường thẳng đi qua điểm $A(-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) có phương trình là

- A. $y = -x$. B. $y = 2x + 3$. C. $x - 4y + 5 = 0$. D. $x - 2y + 3 = 0$.

Câu 2: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{(x-2)^0} + \log_2(8-x^2)$ là

- A. $D = (2; 2\sqrt{2})$. B. $D = (2; 8)$. C. $D = (2\sqrt{2}; +\infty)$. D. $D = (2; +\infty)$.

Câu 3: Khối tứ diện đều là khối đa diện đều loại nào?

- A. $\{4; 3\}$. B. $\{3; 4\}$. C. $\{3; 3\}$. D. $\{5; 3\}$.

Câu 4: Cho $P = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$. Biểu thức rút gọn của P là

- A. $2x$. B. x . C. $x + y$. D. $x - y$.

Câu 5: Cho phần vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $x = 2$. Cắt phần vật thể B bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (0 \leq x \leq 2)$ ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích của phần vật thể B .

- A. $V = \frac{4}{3}$. B. $V = \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $V = 4\sqrt{3}$. D. $V = \sqrt{3}$.

Câu 6: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\sin 3x + C$. B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}\cos 3x + C$.
C. $\int f(x)dx = \cos 3x + C$. D. $\int f(x)dx = -3\cos 3x + C$

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 - 1$ có bao nhiêu điểm chung?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 0.

Câu 8: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $4^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x}$ có nghiệm.

- A. $m \geq -\frac{6}{7}$. B. $m \geq \frac{6}{7}$. C. $m < \frac{6}{7}$. D. $m < -\frac{6}{7}$.

Câu 9: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (2-i)^2(1+i)$.

- A. $\bar{z} = -7+i$. B. $\bar{z} = 7-i$. C. $\bar{z} = -7-i$. D. $\bar{z} = 7+i$.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^x + (\sqrt{3}+\sqrt{2})^x - 2m = 0$ có nghiệm.

- A. $m \in (-\infty; 1)$. B. $m \in (2; +\infty)$. C. $m \in [1; +\infty)$. D. $m = 1$.

Câu 11: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C): $y = \frac{1}{4}x^3 - x$ và tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -2 .

- A. 27. B. 21. C. 25. D. 20.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

- A. $h = 3a$. B. $h = a$. C. $h = \sqrt{3}a$. D. $h = 2a$.

Câu 13: Kí hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $6z^2 - 12z + 7 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm điểm biểu diễn của số phức $w = iz_1 - \frac{1}{\sqrt{6}}$.

- A. $(0; -1)$. B. $(1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 0)$.

Câu 14: Tính thể tích của hình cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a .

- A. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\pi}{4}$. D. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{4}$.

Câu 15: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên R và $\int_0^1 f(x)dx = 2017$. Tính

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin 2x) \cos 2x dx.$$

- A. $\frac{2}{2017}$. B. $\frac{2017}{2}$. C. 2017. D. $-\frac{2017}{2}$.

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\cot x - 1}{m \cot x - 1}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; 0)$.

C. $m \in (1; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; 1)$.

Câu 17: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ và $F(0) = 2$. Tính $F(e)$.

A. $F(e) = \frac{1}{2} \ln(2e+1)$.

B. $F(e) = \ln \sqrt{2e+1} + 2$.

C. $F(e) = \ln(2e+1) - 2$.

D. $F(e) = \frac{1}{2} \ln(2e+1) - 2$.

Câu 18: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$ trên $[-1; 2]$.

A. $\min_{[-1;2]} f(x) = -e^2$. B. $\min_{[-1;2]} f(x) = -2e^2$. C. $\min_{[-1;2]} f(x) = 2e^4$. D. $\min_{[-1;2]} f(x) = 2e^2$.

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{-2x^2 + x + 2}{2x+1}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số không có cực trị.

B. Cực tiểu của hàm số bằng -6 .

C. Cực đại của hàm số bằng 1 .

D. Cực tiểu của hàm số bằng -3 .

Câu 20: Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$y = \frac{2017\sqrt{5-x^2}}{x^2-5x+6}$ bằng?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = 2+t \\ z = -t \end{cases}$. Tìm một vec

tơ chỉ phương của đường thẳng d .

A. $\vec{u} = (0; 2; -1)$

B. $\vec{u} = (0; 1; -1)$

C. $\vec{u} = (0; 2; 0)$

D. $\vec{u} = (0; 1; 1)$

Câu 22: Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ

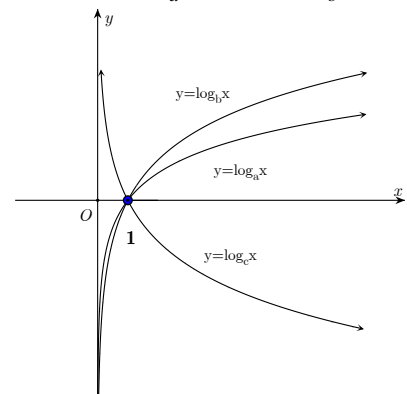
Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. $\log_b x < 0 \Leftrightarrow x \in (1; +\infty)$.

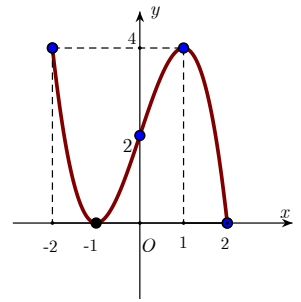
B. Hàm số $y = \log_c x$ đồng biến trên $(0; 1)$.

C. Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên $(0; 1)$.

D. $b > a > c$.



Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên



Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?

- A. $x = -1$. B. $x = 1$.
C. $x = -2$. D. $x = 2$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-1; 0; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm của đoạn AB .

- A. $I(2; 2; 6)$ B. $I(2; 1; 3)$ C. $I(1; 1; 3)$ D. $I(-1; -1; 1)$

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} , và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			3				$+\infty$

\swarrow \nearrow \searrow \nearrow
 -1 -1

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $f(x) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $[-1; 3]$. D. $(-1; 3)$.

Câu 26: Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2 + 3i) + i = z$

- A. $|z| = \frac{1}{10}$. B. $|z| = \sqrt{10}$. C. $|z| = \frac{1}{\sqrt{10}}$. D. $|z| = 1$.

Câu 27: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+4}{1-2x}$.

- A. $y = -\frac{3}{2}$. B. $x = 3$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $y = 3$.

Câu 28: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln(16x^2 + 1) - (m+1)x + m + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; \infty)$.

- A. $m \in (-\infty; -3]$. B. $m \in [3; +\infty)$. C. $m \in (-\infty; -3)$. D. $m \in [-3; 3]$.

Câu 29: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng có phương trình lần lượt là $2x - y + z + 2017 = 0$ và $x + y - z + 5 = 0$. Tính số đo độ góc giữa đường thẳng d và trục Oz .

- A. 60° . B. 0° . C. 45° . D. 30° .

Câu 30: Cho $\log_a x = \frac{1}{2} \log_a 16 - \log_{\sqrt{a}} \sqrt{3} + \log_{a^2} 4$ (với $a > 0, a \neq 1$). Tính x .

- A. $\frac{\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{16}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 31: Giả sử $\int_3^5 \frac{dx}{x^2 - x} = a \ln 5 + b \ln 3 + c \ln 2$. Tính giá trị biểu thức $S = -2a + b + 3c^2$.

- A. $S = 3$. B. $S = 6$. C. $S = 0$. D. $S = -2$.

Câu 32: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\sqrt{3}-1}(x^2 - 2x + 1) > 0$.

- A. Vô số. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$. Viết phương trình mặt cầu tâm M và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 81$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$.

Câu 34: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm của BC . Góc giữa AA' và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{3a^3}{2}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Khối hộp là khối đa diện lồi.
B. Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.
C. Khối tứ diện là khối đa diện lồi.
D. Hình tạo bởi hai hình lập phương chỉ chung nhau một đỉnh là một hình đa diện.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(2) = 2$ và $f(4) = 2018$. Tính

$$I = \int_1^2 f'(2x) dx.$$

- A. $I = -1008$. B. $I = 2018$. C. $I = 1008$. D. $I = -2018$.

Câu 37: Cho số phức $z = 1 - 2i$. Hãy tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức z .

- A. $(1; 2)$. B. $(1; -2)$. C. $(-1; -2)$. D. $(-1; 2)$.

Câu 38: Cho hình thang vuông $ABCD$ có độ dài hai đáy $AB = 2a, DC = 4a$, đường cao $AD = 2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng AB thu được khối tròn xoay (H) . Tính thể tích V của khối (H) .

- A. $V = 8\pi a^3$. B. $V = \frac{20\pi a^3}{3}$. C. $V = 16\pi a^3$. D. $V = \frac{40\pi a^3}{3}$.

Câu 39: Cho số phức z thỏa mãn $(1-3i)z + (1+i)^2 \bar{z} = 5-i$. Tính môđun của z .

- A. $|z| = \frac{\sqrt{20}}{3}$. B. $|z| = \sqrt{10}$. C. $|z| = \frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $|z| = \frac{\sqrt{29}}{3}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1}$ và mặt cầu (S) tâm I có phương trình $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 18$. Đường thẳng d cắt (S) tại hai điểm A, B . Tính diện tích tam giác IAB .

- A. $\frac{8\sqrt{11}}{3}$. B. $\frac{16\sqrt{11}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{11}}{6}$. D. $\frac{8\sqrt{11}}{9}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $(-2; 1)$.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z + 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu trên.

- A. $I(1; -2; 1)$. B. $I(-1; -2; -1)$. C. $I(-1; 2; -1)$. D. $I(-1; -2; 1)$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(0; 4; 0)$, mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - 2z + 2017 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và tạo với mặt phẳng (P) một góc nhỏ nhất.

- A. $2x - y - z - 4 = 0$. B. $2x + y - 3z - 4 = 0$. C. $x + y - z + 4 = 0$. D. $x + y - z - 4 = 0$.

Câu 44: Cho các số phức z thỏa mãn $|z-1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (1+i\sqrt{3})z + 2$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 16$. B. $r = 4$. C. $r = 25$. D. $r = 9$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z}{4}$ và

$d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. d_1 và d_2 vuông góc với nhau và cắt nhau. B. d_1 và d_2 song song với nhau.
C. d_1 và d_2 trùng nhau. D. d_1 và d_2 chéo nhau.

Câu 46: Một hình nón có thiết diện tạo bởi mặt phẳng qua trục của hình nón là một tam giác vuông cân với cạnh huyền bằng $2a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón.

- A. $V = 2\pi\sqrt{2}a^3$. B. $V = 2\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{9}$. C. $V = \frac{2\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $V = \frac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 47: Huyện A có 300 nghìn người. Với mức tăng dân số bình quân 1,2%/năm thì sau n năm dân số sẽ vượt lên 330 nghìn người. Hỏi n nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A. 8 năm. B. 9 năm. C. 7 năm. D. 10 năm.

Câu 48: Tìm các nghiệm của phương trình $2^{x-2} = 8^{100}$.

- A. $x = 204$. B. $x = 102$. C. $x = 302$. D. $x = 202$.

Câu 49: Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 1)\ln x$.

- A. $y' = \frac{1+x^2(1+2\ln x)}{x}$. B. $y' = 2x + \frac{1}{x}$.
C. $y' = \frac{1+x^2(1-2\ln x)}{x}$. D. $y' = x\ln x + \frac{x^2+1}{x}$.

Câu 50: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình bát diện đều có các đỉnh là trung điểm của các cạnh của tứ diện $ABCD$.

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Đáp án

1-D	2-A	3-C	4-B	5-B	6-B	7-B	8-D	9-C	10-A
11-A	12-A	13-C	14-B	15-B	16-B	17-D	18-A	19-A	20-C
21-B	22-D	23-A	24-C	25-D	26-C	27-A	28-B	29-C	30-D
31-B	32-B	33-A	34-C	35-D	36-C	37-B	38-D	39-D	40-A
41-A	42-C	43-D	44-B	45-D	46-C	47-A	48-C	49-A	50-B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án D

$$y' = 3x^2 - 6x.$$

$$\text{NX: } y = \frac{1}{3}(x+1) \cdot y' + (-2x+1).$$

Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là $\Delta: y = -2x+1$.

$$\text{Đường thẳng } d \text{ vuông góc } \Delta \Rightarrow d: y = \frac{1}{2}x + b.$$

$$\text{Do } A(-1;1) \in d \Rightarrow 1 = -\frac{1}{2} + b \Rightarrow b = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy } d: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}.$$

$$\text{Hay } d: x - 2y + 3 = 0.$$

Câu 2: Đáp án A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-2 > 0 \\ 8-x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -2\sqrt{2} < x < 2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 2\sqrt{2}.$$

Câu 3: Đáp án C

Câu 4: Đáp án B

$$P = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1} = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \left[\left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right)^2\right]^{-1} = x.$$

Câu 5: Đáp án B

$$V = \int_0^2 \frac{(x\sqrt{2-x})^2 \sqrt{3}}{4} dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \int_0^2 x^2 (2-x) dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Câu 6: Đáp án B

Ta có $\int f(x) dx = \int \sin 3x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C.$

Câu 7: Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 + x^2 = -x^2 - 1 \Leftrightarrow x^4 + 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 1)^2 = 0$ (vô nghiệm)

Suy ra đồ thị hai hàm số không có điểm chung.

Câu 8: Đáp án B

Ta có $4^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x} \Leftrightarrow 4 \cdot \left(\frac{1}{28}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{5}{7}\right)^{\cos^2 x} \leq m.$

Đặt $t = \cos^2 x, t \in [0; 1]$ thì BPT trở thành: $4 \cdot \left(\frac{1}{28}\right)^t + \left(\frac{5}{7}\right)^t \leq m.$

Xét $f(t) = 4 \cdot \left(\frac{1}{28}\right)^t + \left(\frac{5}{7}\right)^t$ là hàm số nghịch biến trên $[0; 1]$.

Suy ra: $f(1) \leq f(t) \leq f(0) \Leftrightarrow \frac{6}{7} \leq f(t) \leq 5.$

Từ đó BPT có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq \frac{6}{7}.$

Câu 9: Đáp án D

Ta có: $z = (3-4i)(1+i) = 7-i \Rightarrow \bar{z} = 7+i.$

Câu 10: Đáp án C

Đặt $t = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^x > 0$ thì phương trình trở thành: $\frac{1}{t} + t - 2m = 0 \Leftrightarrow 2m = t + \frac{1}{t}.$

Xét $f(t) = t + \frac{1}{t} \Rightarrow f'(t) = 1 - \frac{1}{t^2} = 0; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$ (do $t > 0$).

BBT:

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$		-	0 +
$f(t)$	$+\infty$	2	$+\infty$

Từ đó PT có nghiệm $\Leftrightarrow 2m \geq 2 \Leftrightarrow m \geq 1$.

Câu 11: Đáp án A

Ta có: $y' = \frac{3}{4}x^2 - 1 \Rightarrow y'(-2) = 2$. Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 2x + 4$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{1}{4}x^3 - x = 2x + 4 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^3 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 4 \end{cases}$

Diện tích cần tìm là: $S = \int_{-2}^4 \left(\frac{1}{4}x^3 - x \right) - (2x + 4) dx = 27$.

Câu 12: Đáp án A

Ta có: $V = \frac{1}{3}S.h \Rightarrow h = \frac{3V}{S} = \frac{3a^3}{a^2} = 3a$.

Câu 13: Đáp án C

Ta có: $6z^2 - 12z + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + \frac{\sqrt{6}}{6}i \\ z = 1 - \frac{\sqrt{6}}{6}i \end{cases}$

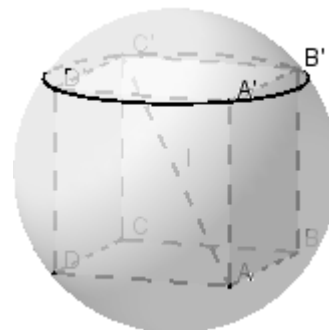
$w = iz_1 - \frac{1}{\sqrt{6}} = i \left(1 - \frac{\sqrt{6}}{6}i \right) - \frac{1}{\sqrt{6}} = i = 0 + 1i$.

Câu 14: Đáp án B

Bán kính mặt cầu là $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$R = \frac{AC'}{2} = \frac{\sqrt{(A'A)^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + 2a^2}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Thể tích cần tìm là: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^3 = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$.



Câu 15: Đáp án B

Đặt: $t = \sin 2x \Rightarrow dt = 2\cos 2x dx$. Ta có: $I = \frac{1}{2} \int_0^1 f(t) dt = \frac{2017}{2}$

Câu 16: Đáp án B

Ta có: $y' = \frac{-(1 + \cot^2 x)(m \cot x - 1) + m(1 + \cot^2 x)(\cot x - 1)}{(m \cot x - 1)^2} = \frac{(1 + \cot^2 x)(1 - m)}{(m \cot x - 1)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m \cot x - 1 \neq 0, \forall x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \\ y' = \frac{(1 + \cot^2 x)(1 - m)}{(m \cot x - 1)^2} > 0, \forall x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \vee m \geq 1 \\ 1 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 0.$$

Câu 17: Đáp án D

Ta có: $F(e) - F(0) = \int_0^e \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \ln(2x+1) \Big|_0^e = \frac{1}{2} \ln(2e+1).$

$\Rightarrow F(e) = \frac{1}{2} \ln(2e+1) + F(0) = \frac{1}{2} \ln(2e+1) + 2.$

Câu 18: Đáp án A

Ta có: $f'(x) = 2x \cdot e^{2x} + 2(x^2 - 2)e^{2x} = 2(x^2 + x - 2)e^{2x}.$

Do đó: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (do $x \in [-1; 2]$).

Mà: $f(-1) = -e^{-2}, f(2) = 2e^4, f(1) = -e^2$ nên $\min_{[-1; 2]} f(x) = -e^2.$

Câu 19: Đáp án A

Ta có: $y' = \frac{-4x^2 - 4x - 3}{(2x+1)^2} = \frac{-(2x+1)^2 - 2}{(2x+1)^2} < 0, \forall x \neq -\frac{1}{2}$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 20: Đáp án C

Hàm số có tập xác định là $D = [-\sqrt{5}; \sqrt{5}] \setminus \{2\}.$

Do đó không có các quá trình $x \rightarrow \pm\infty$ và $x \rightarrow 3.$

Do $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2017\sqrt{5-x^2}}{x^2 - 5x + 6} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2017\sqrt{5-x^2}}{x^2 - 5x + 6} = +\infty$ nên $x = 2$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho chỉ có 1 tiệm cận đứng và không có tiệm cận ngang.

Câu 21: Đáp án B

Dễ thấy d có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = (0; 1; -1).$

Câu 22: Đáp án D

A. sai vì $\log_b x < 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1).$

B. sai vì $y = \log_c x$ nghịch biến trên $(0; +\infty).$

C. sai vì $y = \log_a x$ đồng biến trên $(0; +\infty).$

D. đúng vì đồ thị $y = \log_b x$ nằm trên $y = \log_a x$, còn $y = \log_c x$ nghịch biến trên $(0; +\infty).$

Câu 23: Đáp án A

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$ và đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

Câu 24: Đáp án C

Dựa vào công thức trung điểm $I(x_I; y_I; z_I)$ của đoạn AB .

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Rightarrow I(1; 1; 3)$$

Câu 25: Đáp án D

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$ để phương trình $f(x) = m$ có 4 nghiệm phân biệt thì $m \in (-1; 3)$.

Câu 26: Đáp án C

Ta có: $z(2 + 3i) + i = z \Leftrightarrow z(1 + 3i) = -i \Leftrightarrow z = \frac{-i}{1 + 3i} = -\frac{3}{10} - \frac{1}{10}i$.

$$\Rightarrow |z| = \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Câu 27: Đáp án A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 4}{1 - 2x} = -\frac{3}{2}$. Suy ra đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị.

Câu 28: Đáp án B

Ta có: $y = \ln(16x^2 + 1) - (m + 1)x + m + 2$

$$y' = \frac{32x}{16x^2 + 1} - (m + 1)$$

Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \frac{32x}{16x^2 + 1} - (m + 1) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Cách 1: $\frac{32x}{16x^2 + 1} - (m + 1) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 32x - (m + 1)(16x^2 + 1) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow -16(m + 1)x^2 + 32x - (m + 1) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -16(m+1) < 0 \\ \Delta' = 16^2 - 16(m+1)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ -16m^2 - 32m + 240 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m \leq -5 \Leftrightarrow m \geq 3 \\ m \geq 3 \end{cases}$$

Cách 2: $\frac{32x}{16x^2+1} - (m+1) \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \frac{32x}{16x^2+1} \leq m+1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m+1 \geq \max_{\mathbb{R}} g(x), \text{ với } g(x) = \frac{32x}{16x^2+1}$$

Ta có: $g'(x) = \frac{-512x^2 + 32}{(16x^2 + 1)^2}$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = 0; g\left(\frac{1}{4}\right) = 4; g\left(-\frac{1}{4}\right) = -4$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$				
$g'(x)$		-	0	+	0	-		
$g(x)$	0			-4		4		0

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max_{\mathbb{R}} g(x) = 4$

Do đó: $m+1 \geq 4 \Leftrightarrow m \geq 3$.

Câu 29: Đáp án C

Hai mặt phẳng vuông góc với d lần lượt có các vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$ và $\vec{n}_2 = (1; 1; -1)$ nên đường thẳng d có vectơ chỉ phương là: $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (0; 3; 3)$.

Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

$$\cos(\vec{u}, \vec{k}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{k}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{3}{\sqrt{3^2+3^2} \cdot \sqrt{1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{u}, \vec{k}) = 45^\circ.$$

Đây là góc nhọn nên góc giữa d và trục Oz cũng bằng 45° .

Câu 30: Đáp án D

Ta có: $\log_a x = \frac{1}{2} \log_a 16 - \log_{\sqrt{a}} \sqrt{3} + \log_{a^2} 4 \Leftrightarrow \log_a x = \log_a 4 - 2 \log_a \sqrt{3} + \frac{1}{2} \log_a 4$

$$\Leftrightarrow \log_a x = \log_a 4 - \log_a 3 + \log_a 2 = \log_a \left(\frac{4}{3} \cdot 2 \right) = \log_a \frac{8}{3} \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}.$$

Câu 31: Đáp án B

$$\int_3^5 \frac{dx}{x^2 - x} = \int_3^5 \frac{dx}{x(x-1)} = \int_3^5 \frac{dx}{x-1} - \int_3^5 \frac{dx}{x} = \ln \left| \frac{x-1}{x} \right|_3^5 = \ln \frac{4}{5} - \ln \frac{2}{3} = \ln 4 - \ln 5 - \ln 2 + \ln 3 = \ln 2 + \ln 3 - \ln 5$$

suy ra $a = -1; b = 1; c = 1$

Vậy $S = 2 + 1 + 3 = 6$.

Câu 32: Đáp án B

Điều kiện: $x^2 - 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

$$\log_{\sqrt{3}-1} (x^2 - 2x + 1) > 0 \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}-1} (x^2 - 2x + 1) > \log_{\sqrt{3}-1} 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 < 1$$

$$x^2 - 2x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$$

Vì x nguyên, $x \neq 1 \Rightarrow x \in \emptyset$.

Câu 33: Đáp án A

Mặt cầu tâm M và tiếp xúc với mặt phẳng $(P) \Rightarrow R = d(M; (P)) = \frac{|1 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot (-3) - 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3$

Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

Câu 34: Đáp án C

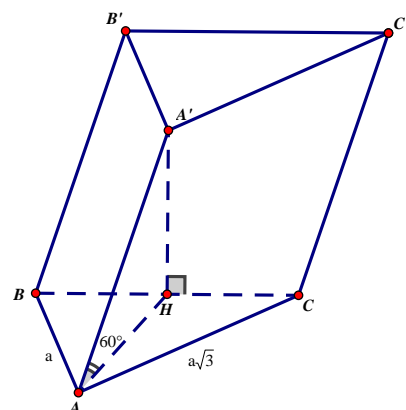
Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow A'H \perp (ABC)$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a \Rightarrow AH = \frac{BC}{2} = a$$

$$A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy, } V = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{2}.$$

**Câu 35: Đáp án D**

Phương án A, B, C đúng.

Câu 36: Đáp án C

Với $x=1 \Rightarrow t=2$, $x=2 \Rightarrow t=4$

$$\text{Khi đó: } I = \frac{1}{2} \int_2^4 f'(t) dt = \frac{1}{2} [f(t)]_2^4 = \frac{1}{2} [f(4) - f(2)] = \frac{1}{2} (2018 - 2) = 1008.$$

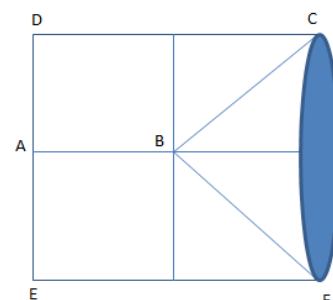
Câu 37: Đáp án B**Câu 38: Đáp án D**

Thể tích V của khối (H) bằng thể tích của khối trụ $DCFE$

trừ thể tích khối nón BCF .

Vậy thể tích cần tìm:

$$V = V_{DCFE} - V_{BCF} = \pi(2a)^2 \cdot 4a - \frac{1}{3} \pi(2a)^2 \cdot 2a = \frac{40\pi a^3}{3}$$

**Câu 39: Đáp án D**

Đặt $z = x + iy$ với $x, y \in \mathbb{R}$

Thay vào: $(1 - 3i)z + 2i\bar{z} = 5 - i$ ta được

$$(1 - 3i)(x + iy) + 2i(x - iy) = 5 - i \Leftrightarrow x + iy - 3ix + 3y + 2ix + 2y = 5 - i$$

$$\Leftrightarrow x + 5y + i(-x + y) = 5 - i \Leftrightarrow \begin{cases} x + 5y = 5 \\ -x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{29}}{3}.$$

Câu 40: Đáp án A

Đường thẳng d đi qua điểm $C(1; 0; -3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (-1; 2; -1)$

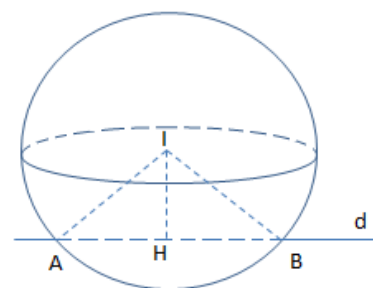
Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$, bán kính $R = 3\sqrt{2}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d .

$$\text{Khi đó: } IH = \frac{|\overrightarrow{IC}, \vec{u}|}{|\vec{u}|}, \text{ với } \overrightarrow{IC} = (0; -2; -2); [\overrightarrow{IC}, \vec{u}] = (6; 2; -2)$$

$$\text{Vậy } IH = \frac{\sqrt{6^2 + 2^2 + 2^2}}{\sqrt{1 + 4 + 1}} = \frac{\sqrt{66}}{3}$$

$$\text{Suy ra } HB = \sqrt{18 - \frac{22}{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$



$$\text{Vậy, } S_{\Delta AB} = \frac{1}{2} IH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{66}}{3} \cdot \frac{8\sqrt{6}}{3} = \frac{8\sqrt{11}}{3}.$$

Câu 41: Đáp án A

Ta có $y' = 3x^2 + 6x = 3x(x+2) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = -2$. Do hệ số $a > 0$.

Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$
			0	$+$

Câu 42: Đáp án C

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$

$\Rightarrow I(-1; 2; -1)$.

Câu 43: Đáp án D

Cách 1: Đáp án A, B và C loại do mặt phẳng không đi qua điểm A.

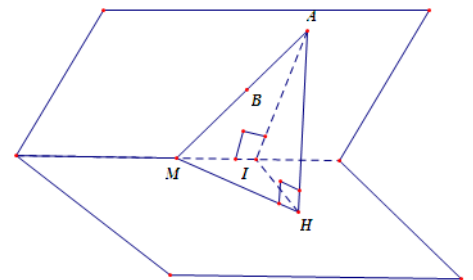
Cách 2: Gọi M là giao điểm của AB và mặt phẳng (P) , H là hình chiếu của A trên mặt phẳng (P) . Ta có $\angle AMH = \alpha$ là góc tạo bởi AB và mặt phẳng (P) .

Kẻ AI vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) . Ta có $\angle AIH = \beta$ là góc tạo bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) . Ta dễ dàng chứng minh, góc tạo bởi giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) nhỏ nhất bằng $\angle AMH$ là góc tạo bởi AB và mặt phẳng (P) .

Ta có $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Gọi $\vec{n}(a; b; c)$ là VTPT

của mặt phẳng (Q) , khi đó:

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{AB} = 0 \\ \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + 2b + c = 0 & (1) \\ \frac{|2a - b - 2c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} & (2) \end{cases}$$



Từ (1) $\Rightarrow c = a - 2b$. Thay vào (2) ta được $a^2 - 2ab + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b \Rightarrow c = -a$

Khi đó $\vec{n}(a; a; -a) = a(1; 1; -1)$. Phương trình mặt phẳng cần tìm là: $x + y - z - 4 = 0$.

Câu 44: Đáp án B

Ta có:

$$w = (1 + i\sqrt{3})z + 2 \Leftrightarrow w - (1 + i\sqrt{3})z - 2 = (1 + i\sqrt{3})(z - 1) \Leftrightarrow |w - (3 + i\sqrt{3})| = |(1 + i\sqrt{3})(z - 1)|$$

$\Leftrightarrow |w - (3 + i\sqrt{3})| = 4$. Vậy số phức w nằm trên đường tròn có bán kính $r = 4$.

Câu 45: Đáp án D

Đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z}{4}$ có VTCP $\vec{u}_1 = (2; 1; 4)$.

Đường thẳng $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{-1}$ có VTCP $\vec{u}_2 = (1; 2; -1)$.

Ta thấy \vec{u}_1 và \vec{u}_2 không cùng phương nên đáp án **B, C** sai.

Phương trình tham số của $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 7 + t \\ z = 4t \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x = -1 + s \\ y = 2 + 2s \\ z = 2 - s \end{cases}$

Xét hệ $\begin{cases} 1 + 2t = -1 + s \\ 7 + t = 2 + 2s \\ 4t = 2 - s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t - s = -2 \\ t - 2s = -5 \\ 4t = 2 - s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{3} \\ s = \frac{8}{3} \\ 4 \cdot \frac{1}{3} \neq 2 - \frac{8}{3} \end{cases}$ hệ vô nghiệm. Suy ra d_1 và d_2 chéo nhau.

Câu 46: Đáp án C

Ta có tam giác SMN cân tại S . Giả thiết tam giác, suy ra tam giác SMN vuông cân tại S .
Thiết diện qua trục nên tâm O đường tròn đáy thuộc cạnh huyền MN .

Vậy hình nón có bán kính đáy $R = \frac{1}{2}MN = a\sqrt{2}$, đường cao $h = \frac{1}{2}MN = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{2\pi\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 47: Đáp án A

Số dân của huyện A sau n năm là $x = 300.000(1 + 0,012)^n$.

$x > 330.000 \Leftrightarrow 300.000(1 + 0,012)^n > 330.000 \Leftrightarrow n > \log_{1,012} \frac{33}{30} \Leftrightarrow n > 7,99$.

Câu 48: Đáp án C

$2^{x-2} = 8^{100} \Leftrightarrow 2^{x-2} = 2^{300} \Leftrightarrow x - 2 = 300 \Leftrightarrow x = 302$

Câu 49: Đáp án A

Ta có: $y' = (x^2 + 1)' \ln x + (\ln x)' (x^2 + 1) = 2x \ln x + \frac{x^2 + 1}{x} = \frac{1 + x^2 (1 + 2 \ln x)}{x}$.

Câu 50: Đáp án B

Bát diện đều $IEFGHJ$ có cạnh $IE = \frac{1}{2} BC = a$ nội tiếp trong mặt cầu tâm O bán kính

$$R = \frac{1}{2} EG = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

