

PHƯƠNG PHÁP GIẢI

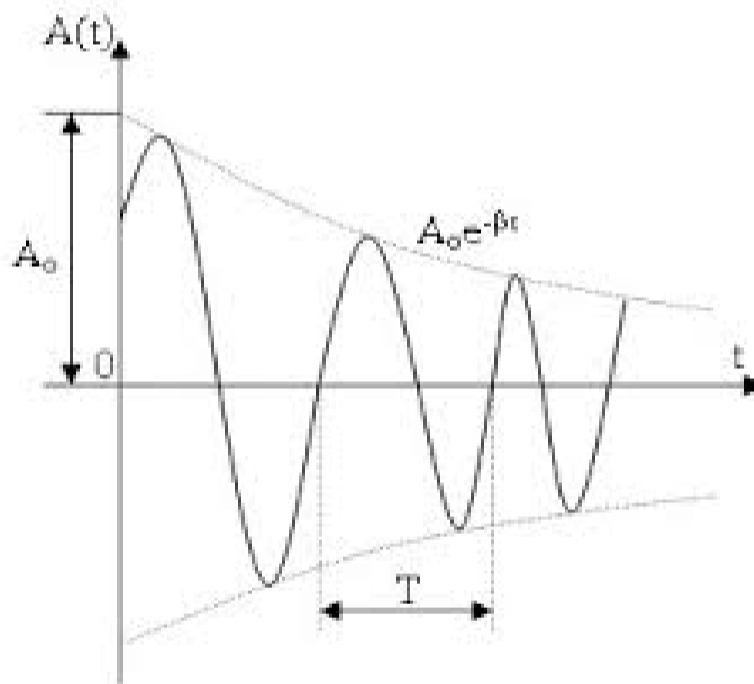
7 DẠNG TOÁN DAO ĐỘNG TẮT DẦN

I. Dao động tắt dần:

1. **Định nghĩa:** Dao động tắt dần là dao động mà biên độ giảm dần theo thời gian.

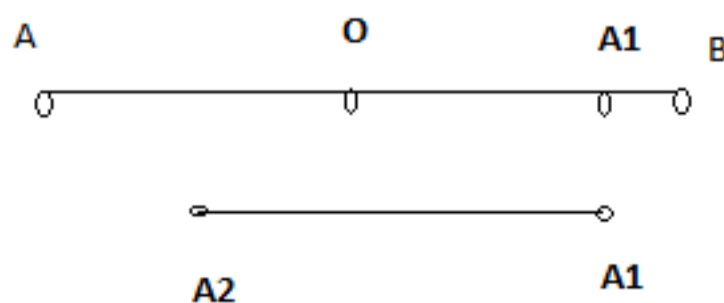
2. **Nguyên nhân:** là do lực ma sát của môi trường tác động lên hệ dao động. Lực này thực hiện công âm làm cơ năng của con lắc giảm dần. Ma sát càng lớn, dao động sẽ ngừng lại càng nhanh.

3. **Sơ đồ mô tả dao động tắt dần.**



4. Các bài toán liên quan đến dao động tắt dần:

a) Xác định độ giảm biên độ trong dao động tắt dần.



- Gọi A là biên độ ban đầu của vật, suy ra năng lượng ban đầu của vật tại vị trí A là: $E = \frac{1}{2}kA^2$

- Do có ma sát nên con lắc chỉ tới được vị trí A_1 mà không tới được vị trí B. Năng lượng của con lắc khi ở vị trí A_1 là: $E_1 = \frac{1}{2}kA_1^2$.

- Độ giảm năng lượng khi con lắc thực hiện được 1 nửa chu kỳ là (từ vị trí A đến vị trí A_1):

$$E - E_1 = \frac{1}{2}k(A^2 - A_1^2)$$

- Năng lượng bị mất đi chính bằng công của lực ma sát gây ra. Vậy ta có:

$$E - E_1 = F_{ms} \cdot (A + A_1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}k(A^2 - A_1^2) = \mu mg(A + A_1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}k(A + A_1)(A - A_1) = \mu mg(A + A_1)$$

$$\Leftrightarrow A - A_1 = \frac{2\mu mg}{k}$$

$$\Leftrightarrow \Delta A_1 = \frac{2\mu mg}{k}$$

- Tương tự, khi vật ở vị trí A_1 , do có ma sát nên con lắc chỉ tới được vị trí A_2 . Năng lượng của con lắc khi vật ở vị trí A_2 là: $E_2 = \frac{1}{2}kA_2^2$.

- Tính toán tương tự thì ta có:

$$E_1 - E_2 = F_{ms}(A_1 + A_2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}k(A_1^2 - A_2^2) = \mu mg(A_1 + A_2)$$

$$\Leftrightarrow A_1 - A_2 = \frac{2\mu mg}{k}$$

$$\Leftrightarrow \Delta A_2 = \frac{2\mu mg}{k}$$

- Suy ra: $A - A_2 = \frac{4\mu mg}{k}$

- Vậy độ giảm biên độ khi vật thực hiện được 1 chu kỳ dao động là $\Delta A = \frac{4\mu mg}{k}$

b) Xác định số chu kỳ dao động trong dao động tắt dần:

- Gọi N là số chu kỳ dao động trong dao động tắt dần. Ta có: $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{kA}{4\mu mg} = \frac{\omega^2 A}{4\mu g}$

- Thời gian của dao động đến khi vật dừng hẳn: $t = N.T$

* **Ví dụ:** Một con lắc lò xo đặt trên mặt sàn nằm ngang, gồm vật có khối lượng $m = 100$ g, lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng $k = 100$ N/m. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng 1 đoạn 5 cm rồi buông cho vật dao động. Lấy $g = 10$ m/s², do có lực ma sát nên vật dao động tắt dần. Sau khi thực hiện được 10 dao động vật dừng lại. Hệ số ma sát giữa vật và sàn là:

Bài giải:

$$N = \frac{A}{\Delta A} = 10 \Rightarrow \Delta A = \frac{A}{10} = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{10} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta A = \frac{4\mu mg}{k} \Rightarrow \mu = \frac{k\Delta A}{4mg} = \frac{100 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 0,1 \cdot 10} = 0,125$$

c) Quãng đường vật đi được cho đến khi dừng hẳn:

- Gọi S là quãng đường vật đi được từ lúc bắt đầu dao động đến khi dừng hẳn. Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có:

$$\frac{1}{2}kA^2 = F_{ms} \cdot S$$

$$\Rightarrow S = \frac{\frac{1}{2}kA^2}{\mu mg} = \frac{1\omega^2 A^2}{2\mu g}$$

* **Ví dụ:** Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang, vật nặng có khối lượng 100 g, lò xo có độ cứng 160 N/m. Lấy $g = 10$ m/s², khi vật đang ở VTCB người ta truyền cho vật vận tốc 2 m/s theo phương ngang để vật dao động. Do giữa vật và mặt phẳng ngang có lực ma sát với hệ số 0,01 nên dao động của vật sẽ tắt dần. Tìm tốc độ trung bình của vật trong suốt quá trình chuyển động.

Bài giải:

Độ giảm biên độ sau mỗi chu kỳ:

$$\Delta A = \frac{4\mu mg}{k} = \frac{4 \cdot 0,01 \cdot 0,1 \cdot 10}{160} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{Chu kỳ dao động của vật: } A = \frac{v_{max}}{\omega} = \frac{200}{\sqrt{\frac{160}{0,1}}} = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Số dao động vật thực hiện được: } N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{2,5 \cdot 10^{-4}} = 200$$

Thời gian từ lúc bắt đầu dao động đến lúc dừng:

$$t = N.T = 200 \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{160}{0,1}}} = 10\pi \text{ s}$$

Quãng đường vật đi được từ lúc bắt đầu dao động đến lúc dừng:

$$S = \frac{kA^2}{2\mu mg} = \frac{160.0,05^2}{2.0,01.0,1.10} = 20 \text{ m}$$

=> Tốc độ trung bình là:

$$v_{tb} = \frac{S}{t} = \frac{20}{10\pi} = 0,637 \text{ m/s} = 63,7 \text{ cm/s}$$

* Tìm quãng đường vật đi được sau k chu kỳ.

- **Ví dụ:** Con lắc lò xo nằm ngang có $m = 200\text{g}$, $K = 80 \text{ N/m}$. Kéo con lắc ra khỏi vị trí cân bằng 5 cm rồi thả nhẹ cho dao động. Cho biết hệ số ma sát giữa vật và mặt ngang là μ , $g = 10 \text{ m/s}^2$. Quãng đường mà vật đi được sau khi nó thực hiện được 7 dao động kể từ lúc thả là 91 cm . Hệ số ma sát μ có giá trị là ?

Bài giải:

- Sau một chu kỳ thì biên độ sẽ giảm đi $4x$ ($x = \frac{\mu mg}{k} = \frac{\mu.0,2.10}{80} = 0,025\mu$)

- Vậy sau 7 chu kỳ thì biên độ sẽ giảm đi $28x$

- Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng sau khi vật dao động 7 chu kỳ ta sẽ được:

$$\frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}k(A - 28x)^2 = F_{ms} \cdot S$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}k(A^2 - A^2 - 784x^2 + 56Ax) = F_{ms} \cdot S$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}80(-784(0,025\mu)^2 + 56.0,05.0,025\mu) = \mu mg.0,91$$

$$\Leftrightarrow 2,8\mu - 19,6\mu^2 = 1,82\mu \Rightarrow \begin{cases} \mu = 0 \text{ (loại)} \\ \mu = 0,05 \end{cases}$$

d) Mối liên hệ giữa độ giảm năng lượng và độ giảm biên độ sau 1 chu kỳ:

$$\frac{E_2}{E} = \frac{A_2^2}{A^2} \Rightarrow \frac{E - E_2}{E} = \frac{A^2 - A_2^2}{A^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta E}{E} = \frac{(A - A_2)(A + A_2)}{A^2} = \frac{\Delta A(A + A_2)}{A^2}$$

Theo công thức gần đúng thì ta có: $A + A_2 \approx 2A$

$$\Rightarrow \frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta A.2A}{A^2} = \frac{2\Delta A}{A}$$

* **Ví dụ:** Một con lắc dao động tắt dần chậm. Cứ sau mỗi chu kỳ biên độ giảm 3%. Phần năng lượng của con lắc mất đi trong một dao động toàn phần là bao nhiêu ?

Bài giải:

$$\frac{\Delta W}{W} \approx 2 \frac{\Delta A}{A} = 2.3\% = 6\%$$

e) Vận tốc lớn nhất trong dao động tắt dần.

- Vật sẽ đạt vận tốc lớn nhất khi vật qua vị trí cân bằng và ở trong nửa chu kỳ đầu tiên. Có 2 cách để giải bài toán này.

* **Cách 1: Áp dụng theo dao động điều hòa.**

$$v_{max1} = \omega A' \text{ với } A' = \frac{A + A_1}{2} \text{ (A' bằng 1 nửa quãng đường dao động trong nửa chu kỳ đầu).}$$

$$A' = \frac{A + A_1}{2} = \frac{A + A - 2 \frac{\mu mg}{k}}{2} = A - \frac{\mu mg}{k}$$

$$\Rightarrow v_{max1} = \omega A' = \omega \left(A - \frac{\mu mg}{k} \right)$$

* **Ví dụ:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,02 kg và lò xo có độ cứng 1 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tốc độ lớn nhất của vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là (TSDH - 2010)

Bài giải:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5\sqrt{2} \text{ rad/s}$$

$$x_0 = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,02 \cdot 10}{1} = 0,02 \text{ m}$$

$$A = 10 \text{ cm}$$

$$v_{max} = \omega A' = \omega (A - x_0) = 5\sqrt{2} \cdot (10 - 2) = 40\sqrt{2} \text{ cm/s}$$

- Làm tương tự ta sẽ tính được vận tốc cực đại của vật trong nửa chu kỳ tiếp theo là:

$$v_{max2} = \omega A'' = \omega \left(\frac{A_1 + A_2}{2} \right) = \omega \left(A - \frac{3\mu mg}{k} \right)$$

- Để tính vận tốc cực đại trong những nửa chu kỳ tiếp theo đó thì ta cũng làm tương tự...

* **Cách 2: Ta áp dụng định luật bảo toàn năng lượng trong quá trình dao động.**

$$\frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} k x_0^2 + \frac{1}{2} m v_{max}^2 + \mu mg (A - x_0)$$

$$\Rightarrow v_{max} = \omega (A - x_0) \left(\text{với } x_0 = \frac{\mu mg}{k} \right)$$

* **Ví dụ:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,02 kg và lò xo có độ cứng 1 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy $g =$

10 m/s². Tốc độ lớn nhất của vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là (TSDH - 2010)

Bài giải:

Vận tốc của vật đạt giá trị cực đại tại vị trí có $F_{ms} = F_{đh}$

$$\Leftrightarrow \mu mg = kx$$

$$\Rightarrow x = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1.0,02.10}{1} = 0,02 \text{ m}$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có:

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 + F_{ms}(A - x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2 - F_{ms}(A - x)$$

$$\Rightarrow v = (A - x)\sqrt{\frac{k}{m}} = (A - x).\omega = 8.5\sqrt{2} = 40\sqrt{2} \text{ cm/s}$$

* **Lưu ý:** Các công thức trên chỉ là công thức gần đúng và được áp dụng để giải nhanh trắc nghiệm bài toán trong dao động tắt dần.